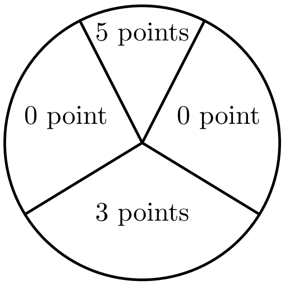
Compiler exercice Compiler correction Plus d'option

Terminale S/Probabilité conditionnelle

1. Rappels de probabilités :

Exercice 4147

Un jeu consiste à lancer des fléchettes sur une cible. La cible est partagée en quatre secteurs, comme indiqué sur figure ci-dessous :



On suppose que les lancers sont indépendants et que le joueur touche la cible à tous les coups.
Le joueur lance une flèchette. On note :

- p_0 la probabilité d'obtenir 0 point ;
- p_3 la probabilité d'obtenir 3 points ;
- p_5 la probabilité d'obtenir 5 points.

Sachant que $p_5 = \frac{1}{2} \cdot p_3$ et que $p_5 = \frac{1}{3} \cdot p_0$, déterminer les valeurs de p_0, p_3 et p_5.

2. Rappels : variables aléatoires :

Exercice 5156

Soit $\mathcal{X}$ une variable aléatoire dont la loi de probabilité est donnée ci-dessus :

x_i	0	1	2	3
$\mathcal{P}(\mathcal{X}=x_i)$	0,15	0,24	0,35	0,26

1. Justifier que le tableau ci-dessous représente bien une loi de probabilité.
2. Déterminer les probabilités suivantes :

   a. $\mathcal{P}(\mathcal{X} \geqslant 2)$ b. $\mathcal{P}(\mathcal{X} < 2)$ c. $\mathcal{P}(\{\mathcal{X}=1\} \cup \{\mathcal{X}=3\})$
3. Déterminer l'espérance et l'écart-type, arrondi au millième, de la variable $\mathcal{X}$.

Exercice 3735

Pour entretenir en bon état de fonctionnement le chauffage, une société immobilière fait contrôler les chaudières de son parc de logements pendant l'été. On sait que 20 % des chaudières sont sous garantie.

On considère les évenements suivants :

- A : "*La chaudière est garantie*" ;
- B : "*La chaudière est défectueuse*".

Voici la probabilité de certains éléments :

E	A	$\overline{A} \cap B$	$\overline{A} \cap \overline{B}$
$\mathcal{P}(E)$	0,2	0,08	0,72

Le contrôle est gratuit si la chaudière est sous garantie. Il coûte 80 euros si la chaudière n'est plus sous garantie et n'est pas défectueuse. Il coûte 280 euros si la chaudière n'est plus sous garantie et est défectueuse. On note $\mathcal{X}$ la variable aléatoire qui représente le coût du contrôle d'une chaudière.

Déterminer la loi de probabilité de $\mathcal{X}$ et son espérance mathématique.

3. Rappels : arbre de probabilités :

Exercice 3746

Une urne contient 50 boules blanches, 25 boules noires et 25 boules rouges. L'expérience élémentaire consiste à tirer une boule. Les boules ont toutes la même probabilité d'être tirées. On effectue 3 tirages indépendants et avec remise.

1. Déterminer la probabilité de l'évènement :
   A : "*les trois boules tirées sont blanches*".
2. Déterminer la probabilité de l'évènement :

B : “*aucune des boules tirées est blanches*”.

3. a. Déterminer la probabilité de l’évènement :
C_1 : “*La première boule tirée est blanche ; les deux autres ne sont pas blanches*”.

   b. En déduire la probabilité de l’évènement :
C : “*une seule des boules tirées est blanches*”.

4. En déduire la probabilité de l’évènement :
D : “*deux boules tirées sont blanches et une boule n’est n’est pas blanche*”.

5. Soit $\mathcal{X}$ la variable aléatoire prenant pour valeur le nombre de boules blanches tirées :

   a. Déterminer la loi de probabilité de la variable aléatoire $\mathcal{X}$.

   b. Déterminer l’espérance de la variable $\mathcal{X}$.

Exercice 5157

Un producteur de fruits rouges propose en vente directe des framboises, des groseilles et des myrtilles.

Le client peut acheter, soit des barquettes de fruits à déguster, soit des barquettes de fruits à confiture.

Le producteur a remarqué que, parmi ses clients, 9 sur 10 achètent une barquette de fruits à confiture.

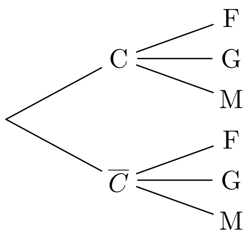
Quelque soit le type de barquette achetée, le client choisi à 50 % des cas la myrtille pour fruit, 30 % des framboises dans les autres cas, c’est la groseille qui est choisie.

On notera :

- C l’évènement “*le client achète une barquette de fruits à confiture*” ;
- F l’évènement “*le client demande des framboises*” ;
- G l’évènement “*le client demande des groseilles*” ;
- M l’évènement “*le client demande des myrtilles*” ;

On suppose que le fruit choisit ne dépend pas du type de barquette acheté et que chaque client n’achète qu’une barquette.

1. Compléter l’arbre pondéré ci-dessous :



2. Déterminer la probabilité de $\overline{C} \cap F$.

3. Le producteur fixe les prix de ses barquettes de la manière suivante :
   - Le prix de base d’une barquette de fruits à confiture est vendue 5 euros et celui d’une barquette de fruits à déguster est 3 euros ;
   - Si la barquette choisit contient des framboises, il ajoute 1 euro au prix de la barquette ;
   - Si la barquette choisit contient des myrtilles, il ajoute 2 euros au prix de la barquette ;
   - Si la barquette choisit contient des groseilles, le prix de base reste inchangé.

   On note $\mathcal{X}$ la variable aléatoire associant à chaque client le prix de la barquette acheté.

   a. Quelles sont les valeurs prises par la variable aléatoire $\mathcal{X}$?

   b. Dresser le tableau représentant la loi de probabilité de $\mathcal{X}$.

   c. Déterminer l’espérance de la variable aléatoire $\mathcal{X}$.

Exercice 5154

Un jeu consiste à lancer quatre fois successivement une pièce de monnaie équilibrée. A chaque lancer, on note la face obtenue.

1. a. Construire un arbre de probabilité représentant cette expérience aléatoire.

   b. En admettant que les sorties de cette expérience sont équiprobables, donner la probabilité d’un événement élémentaire.

On associe à chaque sortie de cette expérience aléatoire un gain :

- le gain est de 0 € si le côté face n’apparait pas ;
- le gain est de 1 € si le côté face apparait 1 fois ;
- le gain est de 2 € si le côté face apparait 2 fois ;
- le gain est de 4 € si le côté face apparait 3 fois ;
- le gain est de 10 € si le côté face apparait 4 fois ;

2. Pour chaque valeur prise par la variable aléatoire $\mathcal{X}$, associer sa probabilité.

3. A chaque sortie de cette expérience, on note $\mathcal{X}$ le gain obtenu.
   - L’événement “*le gain obtenu est égal à 4 €*” se note $\{\mathcal{X}=4\}$.
   - L’événement “*le gain est supérieur ou égal à 4 €*” se note $\{\mathcal{X}\geqslant 4\}$.

   Déterminer les probabilités des événements ci-dessous

   a. $\{\mathcal{X}=10\}$ b. $\{\mathcal{X}=4\}$ c. $\{\mathcal{X}\geqslant 4\}$

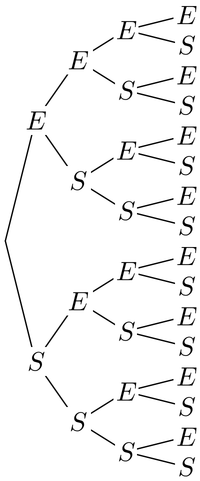
4. Compléter le tableau ci-dessous :

k	0	1	2	4	10
$\mathcal{P}(\mathcal{X}=k)$					

4. Rappels : loi binomiale :

Exercice 5201

La figure ci-contre représente la répétition de quatre épreuves de Bernoulli où les deux issues sont S *(succès)* et E *(échec)*.
On suppose connu les probabilités suivantes : $\mathcal{P}(S)=\dfrac{1}{3}$; $\mathcal{P}(E)=\dfrac{2}{3}$
On considère la variable aléatoire $\mathcal{X}$ qui compte le nombre de succès réalisés après la répétition de ces quatre épreuves de Bernoulli.



1. a. Combien d'évènements élémentaires comprend l'évènement $\{\mathcal{X}=3\}$?

   b. Soit $\omega\in\{\mathcal{X}=3\}$, montrer que :
   $$\mathcal{P}(\omega)=\frac{2}{81}$$

   c. Justifier que : $\mathcal{P}(\mathcal{X}=3)=\dfrac{8}{81}$

2. a. Donner les valeurs prises par la variable aléatoire $\mathcal{X}$.

   b. Compléter le tableau ci-dessous afin de donner la loi de probabilité de la variable aléatoire $\mathcal{X}$:

x					
$\mathcal{P}(\mathcal{X}=x)$					

Exercice 5202

On répondra aux questions suivantes en utilisant la calculatrice :

1. Donner la valeur des coefficients binomiaux suivant :

   a. $\dbinom{15}{3}$ b. $\dbinom{24}{3}$ c. $\dbinom{54}{12}$ d. $\dbinom{51}{51}$

2. Soit $\mathcal{X}$ une variable aléatoire telle que $\mathcal{X}\sim\mathcal{B}(15\,;0{,}3)$.
   Donner les valeurs approchées au centième des probabilités suivantes :

   a. $\mathcal{P}(\mathcal{X}=5)$ b. $\mathcal{P}(\mathcal{X}=8)$ c. $\mathcal{P}(\mathcal{X}=12)$

3. Soit X une variable aléatoire telle que $\mathcal{X}\sim\mathcal{B}(52\,;0{,}3)$.
   Donner les valeurs approchées au centième des probabilités suivantes :

   a. $\mathcal{P}(\mathcal{X}\leqslant 9)$ b. $\mathcal{P}(\mathcal{X}\leqslant 15)$ c. $\mathcal{P}(\mathcal{X}\geqslant 23)$

Exercice 5194

On répète 10 fois et de manière indépendante une épreuve de Bernoulli de paramètre $p=0{,}3$.

A cette expérience, on associe la variable $\mathcal{X}$ qui associe à chaque issue de cette expérience le nombre de succès.

1. Déterminer les probabilités suivantes :
   $\mathcal{P}(\mathcal{X}=0)$; $\mathcal{P}(\mathcal{X}=1)$; $\mathcal{P}(\mathcal{X}=2)$

2. Déterminer la probabilité de l'évènement $\{\mathcal{X}\geqslant 3\}$.

Exercice 5195

Un examen est basé sur un QCM comportant 5 questions où chaque question propose quatre choix de réponse parmi lesquelles une seule réponse est correcte.

Un élève décide de compléter de manière aléatoire et indépendante chacune des questions du questionnaire.

1. Quelle est la probabilité de répondre correctement à une question?

On note $\mathcal{X}$ la variable aléatoire comptant le nombre de réponses correctes contenues dans le formulaire rempli.

2. Déterminer les probabilités suivantes arrondies au millième près :

   a. $\mathcal{P}(\mathcal{X}=5)$ b. $\mathcal{P}(\mathcal{X}\leqslant 3)$

3. A l'aide de la calculatrice, déterminer la probabilité, arrondie au millième, que l'élève ait au plus 2 réponses justes.

Exercice 5199

Dans un jeu, on convient qu'une partie est gagnée lorsque la boule obtenue est noire et la probabilité d'obtenir une boule noire est $\dfrac{3}{8}$.
Une personne joue dix parties indépendantes en remettant, après chaque partie, la boule obtenue dans l'urne d'où elle provient. On note $\mathcal{X}$ la variable aléatoire égale au nombre de parties gagnées.

1. Calculer la probabilité de gagner exactement trois parties. On donnera le résultat arrondi au millième.

2. Calculer la probabilité de gagner au moins une partie. On donnera le résultat arrondi au millième.

3. On donne le tableau suivant :

k	1	2	3	4	5
$\mathcal{P}(\mathcal{X}<k)$	0,0091	0,0637	0,2110	0,4467	0,6943

k	6	7	8	9	10
$\mathcal{P}(\mathcal{X}<k)$	0,8725	0,9616	0,9922	0,9990	0,9999

Soit N un entier compris entre 1 et 10. On considère l'évènement : "*la personne gagne au moins N parties*".

A partir de quelle valeur de N la probabilité de cet évèneemnt est-elle inférieure à $\dfrac{1}{10}$?

5. Introduction aux probabilités conditionnelles :

Exercice 4191

On a posé à 1 000 personnes la question suivante : "*Combien de fois êtes-vous arrivé en retard au travail au cours des deux derniers mois?*". Les réponses ont été regroupées dans le tableau suivant :

Retards le 2e mois \ Retards le 1er mois	0	1	2 ou plus	Total
0	262	212	73	547
1	250	73	23	346
2-ou-plus	60	33	14	107
Total	572	318	110	1000

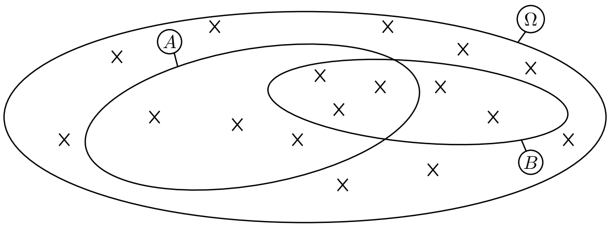
On choisit au hasard un individu de cette population.

1. Déterminer la probabilité que l'individu ait eu au moins un retard le premier mois.

2. Parmi les individus n'ayant pas eu de retard le premier quois, quelle est la probabilité de choisir au hasard un individu ait eu au moins un retard le second mois.

Exercice 5193

On considère un ensemble Ω et deux de ses parties A et B représentés ci-dessous et dont les éléments sont représentés par des croix :



De manière équiprobable, on choisit un élément au hasard.

1. a. Quelle est la probabilité que l'élément tiré appartienne à A?

   b. Sachant qu'on a tiré un élément de B, quelle est la probabilité que cet élément appartienne à A?

2. a. Déterminer les probailité suivantes :

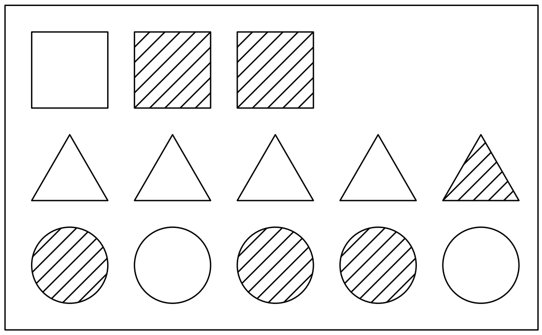
   $\mathcal{P}(B)$; $\mathcal{P}(A\cap B)$

   b. Donner la valeur du quotient : $\dfrac{\mathcal{P}(A\cap B)}{\mathcal{P}(B)}$.

   Que remarque-t-on?

Exercice 3728

Un jeu consiste à secouer et renverser une bouteille afin d'en sortir un de ses éléments. Voici le contenu de cette bouteille :



1. Déterminer la probabilité des évènements suivants :

   a. A : "*L'élément sorti est un carré*" ;

   b. B : "*L'élément sorti est rayé*" ;

   c. $A\cap B$: "*L'élément sorti est un carré rayé*".

2. a. Déterminer la valeur du quotient : $\dfrac{\mathcal{P}(A\cap B)}{\mathcal{P}(A)}$

   b. La valeur $\dfrac{2}{3}$ représente quelle probabilité?

   - "*la probilité d'avoir un élèment rayé parmi les élèments carrés?*"
   - ou "*la probabilité d'avoir un carré parmi les élèments rayés*".

3. a. Déterminer la valeur du quotient : $\dfrac{\mathcal{P}(A\cap B)}{\mathcal{P}(B)}$

   b. Compléter la phrase ci-dessous :

   "*La probabilité des élèments ...... parmi les éléments ...... a une probabilité de* $\dfrac{1}{3}$ "

6. Probabilités conditionnelles :

Exercice 3726

Amélie doit traverser la rue principale d'un village qui est jalonnée de deux feux tricolores.

Pour $n\in\{1;2\}$, on note E_n l'évènement "*Amélie est arrétée par le n^e feu rouge ou orange*" et $\overline{E_n}$ l'évènement contraire. Le feu orange est considéré comme un feu rouge.

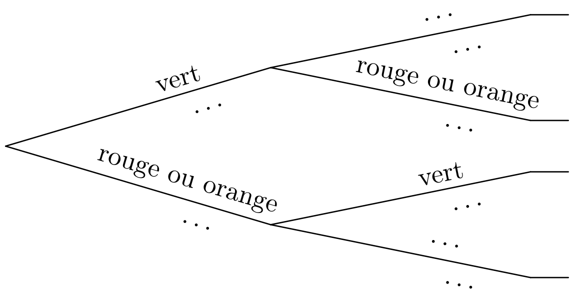
Soit p_n la probabilité de E_n et q_n celle de $\overline{E_n}$. La probabilité que le premier feu tricolore soit rouge ou orange vaut $\dfrac{1}{8}$

On suppose que les deux conditions suivantes sont réalisées :

- La probabilité que le second feu tricolore soit rouge ou orange, si le premier feu est rouge, vaut $\dfrac{1}{20}$.
- La probabilité que le seond feu tricolore soit rouge ou orange, si le premier feu est vert, est égale à $\dfrac{9}{20}$.

On s'intéresse, tout d'abord, aux premiers feux tricolores.

1. Recopier et compléter l'arbre pondéré ci-dessous.



2. On note $\mathcal{X}$ la variable aléatoire égale au nombre de feux verts parmi ces deux feux tricolores. Déterminer la loi de probabilité de $\mathcal{X}$.

Exercice 3727

La scène se passe en haut d'une falaise au bord de la mer. Pour trouver une plage et aller se baigner, les touristes ne peuvent choisir qu'entre deux plages, l'une à l'Est et l'autre à l'Ouest.

Un touriste se retrouve deux jours consécutifs en haut de la falaise. Le premier jour, il choisit au hasard l'une des deux directions. Le second jour, on admet que la probabilité qu'il choisisse une direction opposée à celle prise la veille vaut 0,8.

Pour $t=1$ ou $t=2$, on note E_i l'évènement : "*Le touriste se dirige vers l'Est le t-ème jour*" et O_i l'évènement : "*Le touriste se dirige vers l'Ouest le t-ème jour*".

1. Dresser un arbre de probabilités décrivant la situation.
2. Déterminer les probabilités suivantes :
   $\mathcal{P}(E_1)$; $\mathcal{P}_{E_1}(O_2)$; $\mathcal{P}(E_1 \cap E_2)$.
3. Calculer la probabilité que ce touriste se rende sur la même plage deux jours consécutifs.

7. Formule des probabilités totales :

Exercice 2339

Dans un espace probabilisé, on considère les deux évènements A et B vérifiant les conditions suivantes :

$$\mathcal{P}(A) = 0{,}64 \quad ; \quad \mathcal{P}_A(B) = 0{,}3 \quad ; \quad \mathcal{P}_{\overline{A}}(B) = 0{,}5$$

1. Construire un arbre de probabilité représentant cette situation.
2. a. Déterminer les probabilités des évènements suivants : $\mathcal{P}(A \cap B)$; $\mathcal{P}(\overline{A} \cap B)$

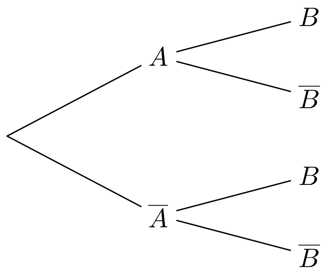
   b. A l'aide de la formule des probabilités totale, déterminer la probabilitéde l'évènement B.

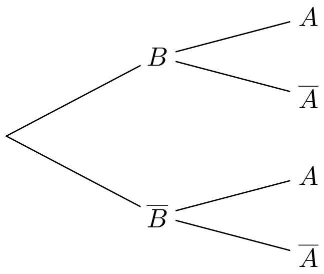
8. Inversion de la condition :

Exercice 5832

Dans un espace probabilisé, on considère deux évènements A et B. On connait les probabilités suivantes :

$$\mathcal{P}(A) = 0{,}3 \quad ; \quad \mathcal{P}_A(B) = 0{,}8 \quad ; \quad \mathcal{P}_{\overline{A}}(\overline{B}) = 0{,}6$$





Compléter, si nécessaire avec des valeurs arrondies au centième, les deux arbres de probabilité ci-dessus.

Exercice 3729

Un responsable de magasin achète des composants électroniques auprès de deux fournisseurs dans les proportions suivantes : 25 % au premier fournisseur et 75 % au second.

La proportion de composants défectueux est de 3 % chez le premier fournisseur et de 2 % chez le second.

On note :

- D : l'évènement "*le composant est défectueux*" ;
- F_1 : l'évènement "*le composant provient du premier fournisseur*" ;
- F_2 : l'évènement "*le composant provient du second fournisseur*".

1. Dresser un arbre de probabilité correspondant à cette situation.
2. Calculer $P(D \cap F_1)$, puis démontrer : $P(D)=0{,}022\,5$
3. Sachant qu'un composant est défectueux, quelle est la probabilité qu'il provienne du premier fournisseur? On arrondiera sa valeur au millième près.

Exercice 4170

Dans ma rue, il pleut un soir sur quatre.

S'il pleut, je sors mon chien avec une probabilité égale à $\dfrac{1}{10}$; s'il ne pleut pas, je sors mon chien avec une probabilité égale à $\dfrac{9}{10}$.

Sachant que j'ai sorti mon chien, quel est la probabilité qu'il pleuve?

Exercice 6760

Un maraîcher est spécialisé dans la production de fraises.

Le maraîcher produit ses fraises dans deux serres notées A et B : 55 % des fleurs de fraisier se trouvent dans la serre A, et 45 % dans la serre B. Dans la serre A, la probabilité pour chaque fleur de donner un fruit est égale à 0,88 ; dans la serre B, elle est égale à 0,84.

Pour chacune des propositions suivantes, indiquer si elle est vraie ou fausse en justifiant la réponse. Une réponse non justifiée ne sera pas prise en compte.

Proposition 1 :

La probabilité qu'une fleur de fraisier, choisie au hasard dans cette exploitation, donne un fruit est égale à 0,862.

Proposition 2 :

On constate qu'une fleur, choisie au hasard dans cette exploitation, donne un fruit. La probabilité qu'elle soit située dans la serre A, arrondie au millième est égale à 0,439.

9. Avec un peu d'algèbre :

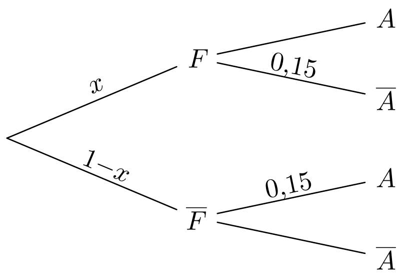
Exercice 6741

On étudie une expérience aléatoire suivant les deux évènements A et F.

On donne les informations suivantes :

$\mathcal{P}(A)=0{,}29 \quad ; \quad \mathcal{P}_F(\overline{A})=0{,}15 \quad ; \quad \mathcal{P}_{\overline{F}}(A)=0{,}15$

On note x la probabilité $\mathcal{P}(F)=x$. On obtient l'arbre de probabilité :



Déterminer la probabilité $\mathcal{P}(F)$.

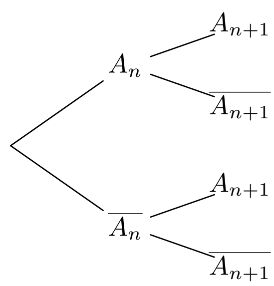
Exercice 6742

Dans un espace probabilisé $(\Omega\,;\mathcal{P})$. On considère une suite d'évènements (A_n) vérifiant les relations suivantes :

$$\mathcal{P}(A_0)=0{,}4 \quad ; \quad \begin{cases} \mathcal{P}_{A_n}(A_{n+1}) = 0{,}6 \\ \mathcal{P}_{\overline{A_n}}(A_{n+1}) = 0{,}4 \end{cases} \quad \text{pour tout } n\in\mathbb{N}$$

On note : $p_n=\mathcal{P}(A_n)$.

1. Compléter l'arbre de probabilité ci-contre.



2. a. Etablir que :
   $p_{n+1}=0{,}2\cdot p_n+0{,}4$

   b. On définit la suite q_n par :
   $q_n=p_n-0{,}5 \quad \forall n\in\mathbb{N}$
   Etablir que la suite (q_n) est une suite géométrique de raison 0,2.

   c. En déduire l'expression de la suite (p_n) en fonction de n.

3. Déterminer la limite : $\displaystyle\lim_{n\mapsto+\infty}\mathcal{P}(A_n)$.

10. Avec des variables aléatoires :

Exercice 3806

Lors d'une épidémie chez des bovins, on s'est aperçu que si la maladie est diagnostiquée suffisamment tôt chez un animal, on peut le guérir ; sinon la maladie est mortelle.

Un test est mis au point et essayé sur un échantillon d'animaux dont 1 % est porteur de la maladie.

On obtient les résultats suivants :

- si un animal est porteur de la maladie, le test est positif dans 85 % des cas ;
- si un animal est sain, le test est négatif dans 95 % des cas.

On choisit de prendre ces fréquences observées comme probabilités pour la population entière et d'utiliser le test pour un dépistage préventif de la maladie.

On note les évènements :

- M : "*l'animal est porteur de la maladie*" ;
- T : "*le test est positif*".

1. Construire un arbre pondéré modélisant la situation proposée.

2. Un animal est choisi au hasard.

   a. Quelle est la probabilité qu'il soit porteur de la maladie et que son test soit positif?

   b. Montrer que la probabilité pour que son test soit positif est 0,058.

3. Un animal est choisi au hasard parmi ceux dont le test est positif. Quelle est la probabilité pour qu'il soit porteur de la maladie? On arrondira la probabilité au millième près.

4. Le coût des soins à prodiguer à un animal ayant réagi positivement au test est de 100 euros et le coût de l'abattage d'un animal non dépisté par le test et ayant développé la maladie est de 1 000 euros. On suppose que le test est gratuit.

   D'après les données précédentes, la loi de probabilité du coût à engager par animal subbissant le test est donnée par le tableau suivant :

Coût	0	100	1 000
Probabilité	0,940 5	0,058 0	0,001 5

   a. Calculer l'espérance mathématique de la variable aléatoire associant à un animal le coût à engager.

   b. Un éleveur possède un troupeau de 200 bêtes. Si tout le troupeau est soumis au test, quelle somme doit-il prévoir d'engager?

Exercice 3730

Une urne A contient quatre boules rouges et six boules noires. Une urne B contient une boule rouge et neuf boules noires. Les boules sont indiscernables au toucher.

Partie A

Un joueur dispose d'un dé à six faces, parfaitement équilibré, numéroté de 1 à 6. Il le lance une fois :

- S'il obtient 1, il tire au hasard une boule de l'urne A ;
- Sinon il tire au hasard une boule de l'urne B.

1. Soit R l'évènement "*le joueur obtient une boule rouge*". Montrer que $\mathcal{P}(R)=0{,}15$
2. Si le joueur obtient une boule rouge, la probabilité qu'elle provienne de A est-elle supérieure ou égale à la probabilité qu'elle provienne de B?

Partie B

Le joueur répète deux fois l'épreuve décrite dans la partie A, dans des conditions identiques et indépendantes *(c'est-à-dire qu'à l'issue de la première épreuve les urnes retrouvent leur composition initiale)*.

Soit x un entier naturel non nul.

Lors de chacune des deux épreuves, le joueur gagne x euros s'il obtient une boule rouge et perd deux euros s'il obtient une boule noire.

On désigne par G la variable aléatoire correspondant au gain algébrique du joueur en euros au terme des deux épreuves. La variable aléatoire G prend donc les valeurs $2x$, $x-2$ et -4.

1. Déterminer la loi de probabilité de G.
2. Exprimer l'espérance $E(G)$ de la variable aléatoire G en fonction de x.
3. Pour quelles valeurs de x a-t-on $E(G)\geqslant 0$

11. Probabilités conditionnelles et loi binomiale :

Exercice 3713

Un réparateur de vélos a acheté 30 % de son stock de pneus à un premier fournisseur, 40 % à un deuxième et le reste à un troisième.

Le premier fournisseur produit 80 % de pneus sans défaut, le deuxième 95 % et le troisième 85 %.

1. Le réparateur prend au hasard un pneu de son stock.
   a. Construire un arbre de probabilité traduisant la situation, et montrer que la probabilité que ce pneu soit sans défaut est égale à 0,875.
   b. Sachant que le pneu choisi est sans défaut, quelle est la probabilité qu'il provienne du deuxième fournisseur? On donnera la valeur arrondie du résultat à 10^{-3}.
2. Le réparateur choisit dix pneus au hasard dans son stock. On suppose que le stock de pneus est suffisamment important pour assimiler ce choix de dix pneus à un tirage avec remise de dix pneus.

   Quelle est alors la probabilité qu'au plus un des pneus choisis présente un défaut? On donnera la valeur arrondie à 10^{-3}.

12. Arbres non symétriques :

Exercice 3725

Les résultats seront donnés à 10^{-3} près.

Une entreprise confie à une société de sondage par téléphone une enquête sur la qualité de ses produits. Chaque enquêteur a une liste de personnes à contacter.

Lors du premier appel téléphonique, la probabilité pour que le correspondant soit absent est 0,4. Sachant que le correspondant est présent, la probabilité pour qu'il accepte de répondre au questionnaire est 0,2.

1. On note :
   - A_1 l'évènement "*la personne est absente lors du premier appel*" ;
   - R_1 l'évènement "*la personne accepte de répondre au questionnaire lors du premier appel*".

   Quelle est la probabilité de R_1?
2. Lorsqu'une personne est absente lors du premier appel, on lui téléphone une seconde fois, à une heure différente, et, alors, la probabilité pour qu'elle soit absente est 0,3. Et, sachant qu'elle est présente lors du second appel, la probabilité pour qu'elle accepte de répondre au questionnaire est encore 0,2.

   Si une personne est absente lors du second appel, on ne tente plus de la contacter.

   On note :
   - A_2 l'évènement "*la personne est absente lors du second appel*" ;
   - R_2 l'évènement "*la personne accepte de répondre au questionnaire lors du second appel*" ;
   - R l'évènement "*la personne accepte de répondre au questionnaire*".

   Montrer que la probabilité de R est 0,176 *(On pourra utiliser un arbre)*.
3. Sachant qu'une personne a accepté de répondre au questionnaire, quelle est la probabilité pour que la réponse ait eu lieu lors du premier appel?

13. Evénements independants :

Exercice 3733

Dans une classe de 30 élèves sont formés un club dessin et un club théatre. Le club dessin est composé de 10 membres, le club théatre de 6 membres. Il y a deux élèves qui sont membres des deux clubs à la fois.

On interroge un élève de la classe pris au hasard.
On appelle :

- D l'évèment : "*L'élève fait partie du club dessin*" ;
- T l'évènement : "*L'élève fait partie du club théatre*".

Montrer que les évènements D et T sont indépendants.

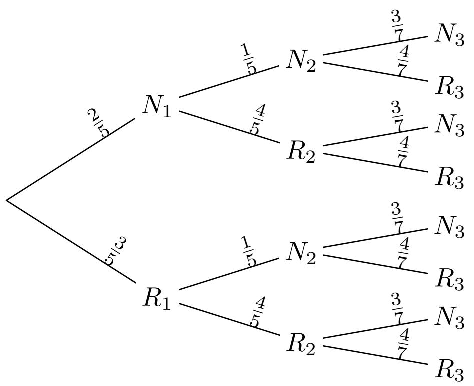
Exercice 3738

On considère trois urnes qui contiennent chacune des boules noires et rouges.

Une expérience consiste à tirer au hasard une boule de chaque urne. Pour tout $i\in\{1;2;3\}$, on considère les évènements suivants :

- N_i : "*on tire une boule noire de l'urne U_i*" ;
- R_i : "*on tire une boule rouge de l'urne U_i*".

On considère l'arbre de probabilité suivant :



1. Déterminer la probabilité de l'évènement N_3.
2. Les évènements N_1 et N_3 sont-ils indépendant?

Exercice 4322

Soient A et B deux évènements indépendants d'un même univers Ω tels que :
$\mathcal{P}(A)=0{,}3 \quad ; \quad \mathcal{P}(A\cup B)=0{,}35$.

Déterminer la probabilité de l'évènement B.

Exercice 4150

Soient A, B et C trois évènements d'un même univers Ω muni d'une probabilité $\mathcal{P}$. On sait que :

- A et B sont indépendants ;
- $\mathcal{P}(A)=\dfrac{2}{5} \quad ; \quad \mathcal{P}(A\cup B)=\dfrac{3}{4}$
- $\mathcal{P}(C)=\dfrac{1}{2} \quad ; \quad \mathcal{P}(A\cap C)=\dfrac{1}{10}$

Sans justification, indiquer si chacune des propositions suivantes est vraie ou fausse.

- **Proposition 1 :** $\mathcal{P}(B)=\dfrac{7}{12}$
- **Proposition 2 :** $\mathcal{P}\big(\overline{A\cup C}\big)=\dfrac{2}{5}$
  où $\overline{A\cup C}$ désigne l'évènement contraire de $A\cup C$.

Exercice 3737

Une entreprise A est spécialisée dans la fabrication en série d'un article ; un contrôle de qualité a montré que chaque article produit par l'entreprise A pouvait présenter deux types de défaut : un défaut de soudure avec une probabilité égale à 0,03 et un défaut sur un composant électronique avec une probabilité égale à 0,02.

Le contrôle a montré aussi que les deux défauts étaient indépendants. Un article est dit défectueux s'il présente au moins l'un des deux défauts.

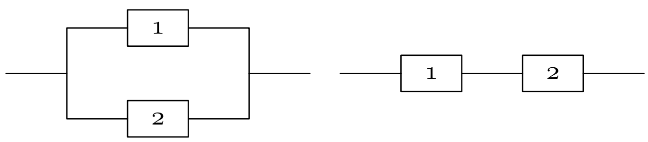
1. Montrer que la probabilité qu'un article fabriqué par l'entreprise A soit défectueux est égale à 0,049 4.
2. Une grande surface reçoit 800 articles de l'entreprise A. Soit $\mathcal{X}$ la variable aléatoire qui à cet ensemble de 800 articles associe le nombre d'articles défectueux.
   a. Définir la loi de $\mathcal{X}$.
   b. Calculer l'espérance mathématique de $\mathcal{X}$. Pour l'entreprise, quelle interprétation peut-on faire de cette espérance?

Exercice 6764

Un circuit électronique est composé de deux composants identiques numérotés 1 et 2. On note D_1 l'évènement "*le composant 1 est défaillant avant un an*" et on note D_2 l'évènement "*le composant 2 est défaillant avant un an*".

On suppose que les deux évènements D_1 et D_2 sont indépendants et que : $\mathcal{P}\big(D_1\big)=\mathcal{P}\big(D_2\big)=0{,}39$

Deux montages possibles sont envisagés, présentés ci-dessous :



Circuit en parallèle A — Circuit en série B

1. Lorsque les deux composants sont montés "*en parallèle*", le circuit A est défaillant uniquement si les deux composants sont défaillants en même temps. Calculer la probabilité que le circuit A soit défaillant avant un an.
2. Lorsque les deux composants sont montés "*en série*", le circuit B est défaillant dès que l'un au moins des deux composants est défaillant. Calculer la probabilité que le circuit B soit défaillant avant un an.

Exercice 3734

On dispose d'un dé cubique dont les faces sont numérotées de 1 à 6. On désigne par p_k la probabilité d'obtenir, lors d'un lancer la face numérotée k (*k est un entier et $1\leqslant k\leqslant 6$*).

Ce dé a été pipé de telle sorte que :

- les six faces ne sont pas équiprobables ;
- les nombres p_1, p_2, p_3, p_4, p_5, p_6, dans cet ordre, sont six termes consécutifs d'une suite arithmétique de raison r ;
- les nombres p_1, p_2, p_4 dans cet ordre, sont trois termes consécutifs d'une suite géométrique.

1. Démontrer que :
$$p_k = \frac{k}{21} \quad \text{pour tout entier } k \text{ tel que } 1 \leqslant k \leqslant 6.$$

2. On lance ce dé une fois et on considère les évènements suivants :
   - A : “*le nombre obtenu est pair*” ;
   - B : “*le nombre obtenu est supérieur ou égal à* 3” ;
   - C : “*le nombre obtenu est* 3 *ou* 4”.

   a. Calculer la probabilité de chacun de ces évènements.

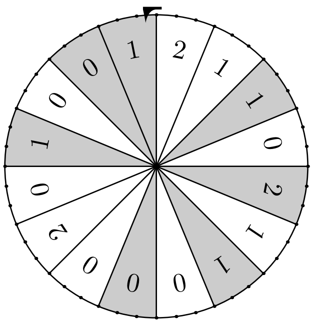
   b. Calculer la probabilité que le nombre obtenu soit supérieur ou égal à 3 sachant qu'il est pair.

   c. Les évènements A et B sont-ils indépendants? Les évènements A et C sont-ils indépendants?

14. Expériences aléatoires indépendantes :

Exercice 5834

Un jeu consiste à faire tourner la roue ci-contre une première fois et de noter la couleur de la case obtenue, puis de faire tourner la roue une seconde fois et de noter le nombre obtenu.



Les deux lancers de la roue sont évidemment indépendants entre eux.
On considère les deux évènements :

- A : “*la case obtenue est grise lors du premier tirage*” ;
- B : “*la case obtenue porte le numéro* 0 *lors du second tirage*”.

1. Justifier que : $\mathcal{P}_A(B) = \mathcal{P}(B)$
2. Dresser un arbre de probabilité représentant ce jeu.

255. Exercices non-classés :

Exercice 7249

On considère une population chez laquelle on étudie trois critères : l'âge, le fait d'être propriétaire ou non de son logement, posséder ou non une voiture.

Pour organiser cette population, on considère les trois classes d'individu suivants :

- A : “*l'individu a* 50 *ans ou plus*”
- P : “*l'individu est propriétaire de son logement*”.
- V : “*l'individu possède une voiture*”.

Voici le tableau des effectifs obtenus à partir de l'étude :

	A	$\overline{A}$	
P	49	1 332	V
	1	2 268	$\overline{V}$
$\overline{P}$	69	342	V
	506	11 058	$\overline{V}$

On considère l'expérience aléatoire consistant à choisir au hasard un individu dans la population d'étude. En considèrant, les évènements associées aux classes de l'étude statistique, compléter l'arbre de probabilité ci-dessous :