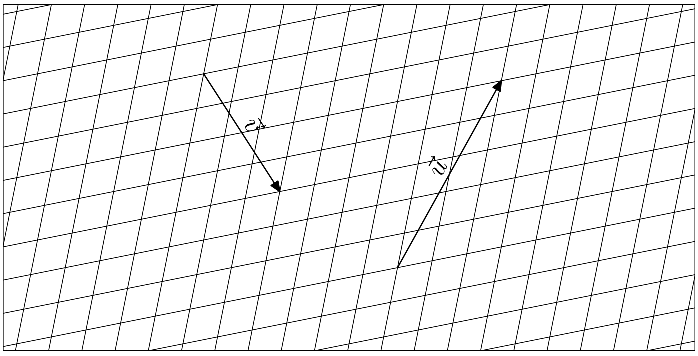
Compiler exercice Compiler correction Plus d'option

Terminale S/Géométrie dans l'espace

1. Rappels :

Exercice 2439

On considère, dans le plan, les deux vecteurs $\overrightarrow{u}$ et $\overrightarrow{v}$ ci-dessous :



1. Tracer dans le quadrillage un représentant $\overrightarrow{w}$ de la somme $\overrightarrow{u}+\overrightarrow{v}$.

2. Tracer dans le quadrillage un représentant $\overrightarrow{y}$ de la différence $\overrightarrow{u}-\overrightarrow{v}$.

3. Tracer dans le quadrillage un représentant $\overrightarrow{z}$ de la combinaison linéaire suivante : $2\,\overrightarrow{u}+3\,\overrightarrow{v}$.

Exercice 2441

1. a. Placer le point D tel que : $\overrightarrow{CD}=-3\cdot\overrightarrow{i}+2\cdot\overrightarrow{j}$.

   b. Placer le point F tel que : $\overrightarrow{EF}=-3\cdot\overrightarrow{i}-4\cdot\overrightarrow{j}$

2. Compléter l'égalité suivante :

$$\overrightarrow{GH}=\ldots\cdot\overrightarrow{i}+\ldots\cdot\overrightarrow{j}$$

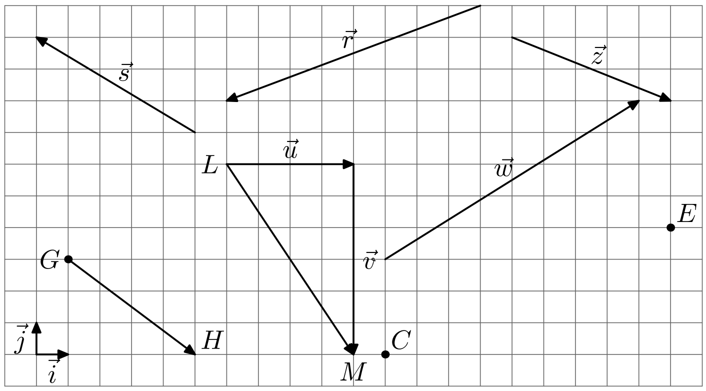
3. Compléter les pointillés suivants :

   a. $\overrightarrow{u}=\ldots\cdot\overrightarrow{i}$ b. $\overrightarrow{v}=\ldots\cdot\overrightarrow{j}$

   c. $\overrightarrow{LM}=\ldots\cdot\overrightarrow{i}+\ldots\cdot\overrightarrow{j}$ d. $\overrightarrow{w}=\ldots\cdot\overrightarrow{i}+\ldots\cdot\overrightarrow{j}$

   e. $\overrightarrow{z}=\ldots\cdot\overrightarrow{i}+\ldots\cdot\overrightarrow{j}$ f. $\overrightarrow{r}=\ldots\cdot\overrightarrow{i}+\ldots\cdot\overrightarrow{j}$

   g. $\overrightarrow{s}=\ldots\cdot\overrightarrow{i}+\ldots\cdot\overrightarrow{j}$



Exercice 2442

1. Montrer que les vecteurs $\overrightarrow{u}$ et $\overrightarrow{v}$ sont colinéaires en précisant le coefficient de colinéarité de $\overrightarrow{u}$ et de $\overrightarrow{v}$:

   a. $\dfrac{1}{2}\cdot\overrightarrow{u}=\dfrac{3}{4}\cdot\overrightarrow{v}$ b. $3\cdot\overrightarrow{u}-2\cdot\overrightarrow{v}=\overrightarrow{0}$

   c. $3\cdot\left(\overrightarrow{u}-2\,\overrightarrow{v}\right)=\overrightarrow{0}$ d. $-2\cdot\left(\overrightarrow{u}+\overrightarrow{v}\right)=2\cdot\overrightarrow{u}+3\cdot\overrightarrow{v}$

2. Parmi les couples de vecteurs ci-dessous, lesquels sont colinéaires entre eux. On précisera alors le coefficient de proportionnalité de $\overrightarrow{u}$ et de $\overrightarrow{v}$:

   a. $\overrightarrow{u}\,(3\,;2)$ et $\overrightarrow{v}\,(9\,;4)$

   b. $\overrightarrow{u}\,(2\,;3)$ et $\overrightarrow{v}\,(4{,}2\,;6{,}3)$

   c. $\overrightarrow{u}\,(-1\,;2)$ et $\overrightarrow{v}\,(4\,;-8)$

   d. $\overrightarrow{u}\,(0{,}7\,;4{,}1)$ et $\overrightarrow{v}\,(-2{,}8\,;16{,}4)$

3. Pour deux vecteurs $\overrightarrow{u}$ et $\overrightarrow{v}$ colinéaires, comparer le coefficient de colinéarité de $\overrightarrow{v}$ et de $\overrightarrow{u}$ relativement au coefficient de colinéarité de $\overrightarrow{u}$ et de $\overrightarrow{v}$.

Exercice 2440

Soit $ABCD$ un parallélogramme. On note I le milieu de $[AB]$ et J le milieu de $[DC]$.

Déterminer un vecteur résultant de chacune des expressions :

a. $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{IJ}-\overrightarrow{DJ}$ b. $\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{JA}$ c. $\overrightarrow{AI}+\overrightarrow{AD}$

Exercice 2443

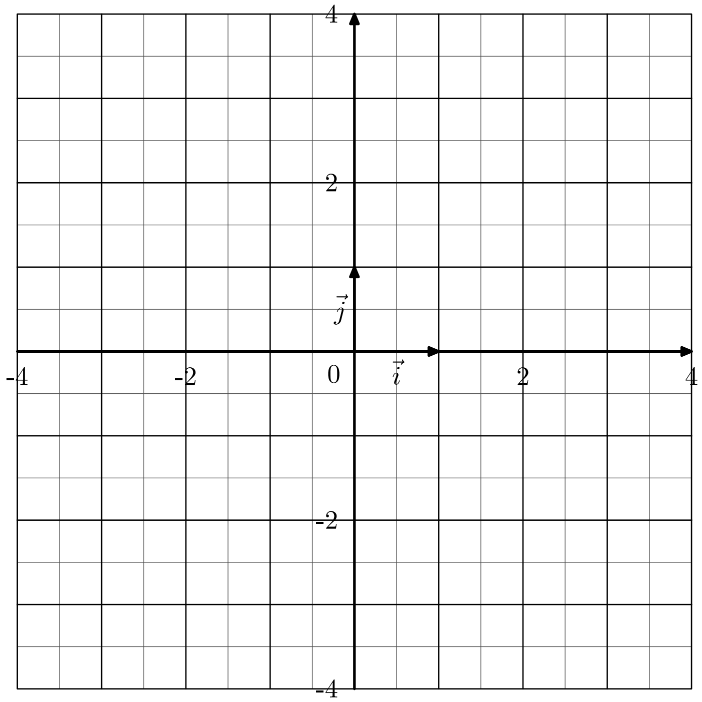
Soit A, B, C trois points du plan vérifiant la relation :

$$-\frac{1}{2}\cdot\overrightarrow{AB}+\frac{5}{2}\cdot\overrightarrow{BC}-\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{CB}=\overrightarrow{0}$$

Montrer que les points A, B, C sont alignés.

Exercice 2444

On considère le plan muni d'un repère orthogonal :



1. Placer les points suivants :
   $A(-3\,;-3)$; $B(3\,;-1)$; $C(-1.5\,;1)$

2. a. Déterminer les coordonnées du point I milieu du segment $[AB]$.
   b. Déterminer les coordonnées du point J milieu du segment $[AC]$.
   c. Placer sur la figure les points I et J ainsi que le centre de gravité G du triangle ABC.
   d. Déterminer la longueur IC.

3. On considère le point $M(-0{,}5\,;-1)$ du plan
   a. Déterminer les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{CM}$ et $\overrightarrow{CI}$.
   b. Montrer que les points C, M, I sont alignés.
   c. En utilisant le coefficient de colinéarité entre les deux vecteurs $\overrightarrow{CI}$ et $\overrightarrow{CM}$, en déduire que les points M et G sont confondus.

Indication :

On rappelle que le centre de gravité d'un triangle est le point de concourance des médianes du triangle.
Le centre de gravité d'un triangle possède la propriété métrique suivante :
"*Le centre de gravité est situé sur chaque médiane au $^2\!/_3$ de celle-ci en partant du sommet*"

Exercice 2767

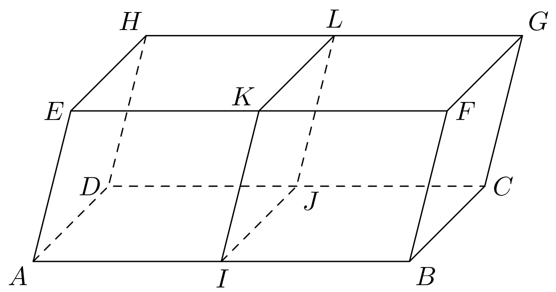
On considère le plan muni d'un repère $(O\,;I\,;J)$ orthonormé, le cercle $\mathscr{C}$ de centre $K(2\,;1)$ et de rayon $2{,}5$, et le point $A\left(0\,;\dfrac{5}{2}\right)$

1. Montrer que le point A appartient au cercle $\mathscr{C}$.
2. Déterminer les coordonnées du point B, appartenant au cercle $\mathscr{C}$, diamétralement opposé au point A.
3. Soit $C\left(\dfrac{3}{2}\,;1-\sqrt{6}\right)$, justifier que le triangle ABC est rectangle en C.
4. Déterminer les coordonnées d'un point du cercle $\mathscr{C}$, dont l'abscisse vaut $\dfrac{5}{2}$

2. Vecteurs de l'espace :

Exercice 2759

Dans l'espace, on considère le parallélépippède $ABCDEFGH$. On note I, J, K, L les milieux respectifs des arêtes $[AB]$, $[CD]$, $[EF]$, $[GH]$.

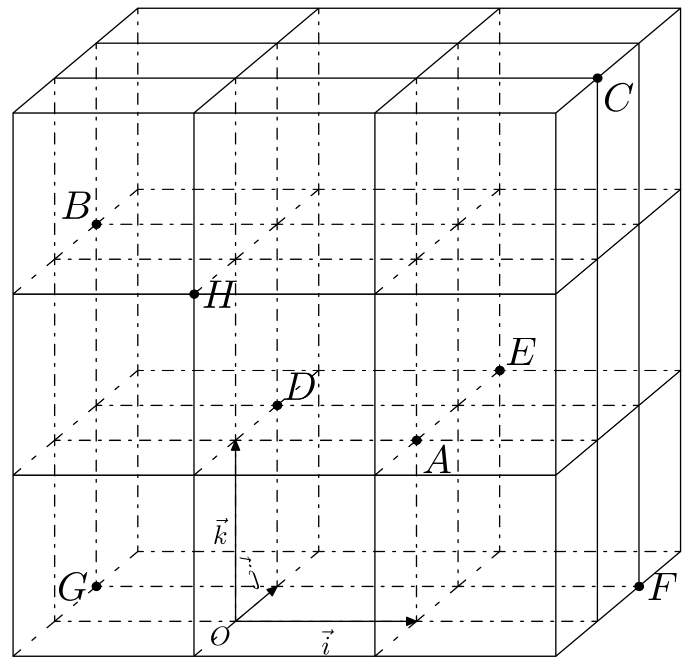


1. a. Donner tous les vecteurs égaux au vecteur $\overrightarrow{AJ}$.
   b. Donner tous les vecteurs égaux au vecteur $\overrightarrow{ED}$.
   c. Donner tous les vecteurs égaux au vecteur $\overrightarrow{DK}$.

2. Donner un représentant de chaque somme suivante :
   a. $\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{LF}=\overrightarrow{\ldots}$
   b. $\overrightarrow{DI}+\overrightarrow{BF}+\overrightarrow{HI}=2\cdot\overrightarrow{\ldots}$
   c. $\overrightarrow{HB}+\overrightarrow{CD}=\overrightarrow{\ldots B}$

Exercice 2771

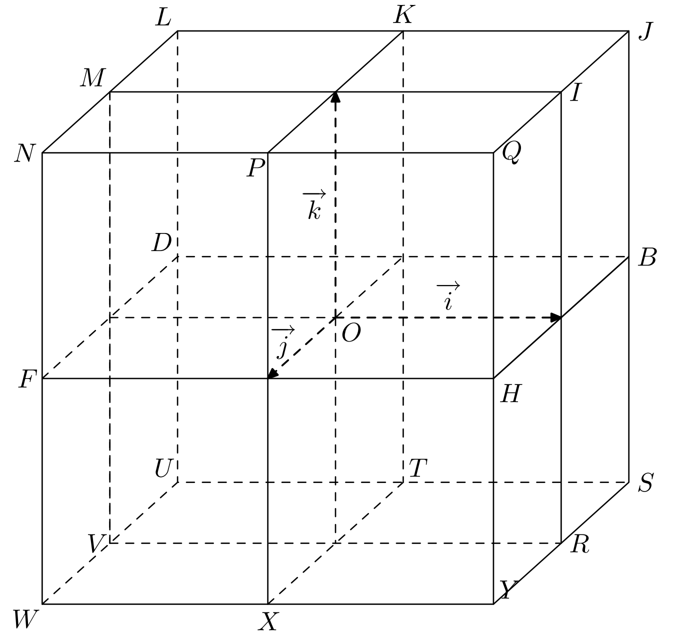
L'espace est muni d'un repère $\left(O\,;\vec{i}\,;\vec{j}\,;\vec{k}\right)$; ce repère et le quadrillage associé est représenté ci-dessous :



Déterminer les coordonnées des points A, B, C, D, E, F, G, H.

Exercice 4180

Dans l'espace $(O\,;\,\vec{i}\,;\,\vec{j}\,;\,\vec{k})$, on considère les cubes ci-dessous :

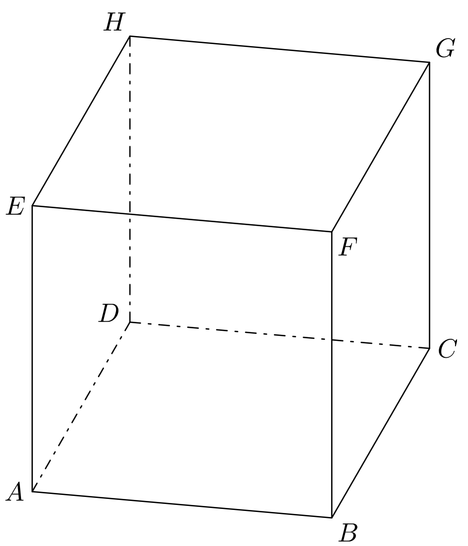


1. Quels points de la figure vérifient $y \geqslant 0$?
2. a. Le pavé droit $PQJKXYST$ est-il inclus dans le demi-espace défini par l'inéquation : $x \geqslant 0$
   b. Le pavé droit $FDBHWUSY$ est-il inclus dans le demi-espace défini par l'inéquation : $z \geqslant 0$
3. Décrire les demi-espaces suivants :
   a. $x \leqslant 0$ b. $z \geqslant 0$ c. $y - z \leqslant 0$

3. Position relative :

Exercice 6816

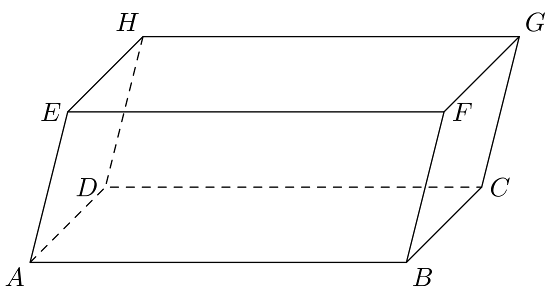
On considère le cube $ABCDEFGH$ représenté ci-dessous :



1. Donner la position relative des couples de droites suivants :
   a. (EH) et (BC) b. (EB) et (FA)
   c. (BA) et (EG) d. (EC) et (AG)
2. Donner la position relative des couples de droite et plan suivants :
   a. (EH) et (AFG) b. (HD) et (FAG)
   c. (FA) et (DHG) d. (BC) et (HFA)
3. Donner la position relative des plans suivants :
   a. (HED) et (BCF) b. (HGA) et (DCB)

Exercice 2885

On considère le parallélépipède $ABCDEFGH$ représenté ci-dessous :

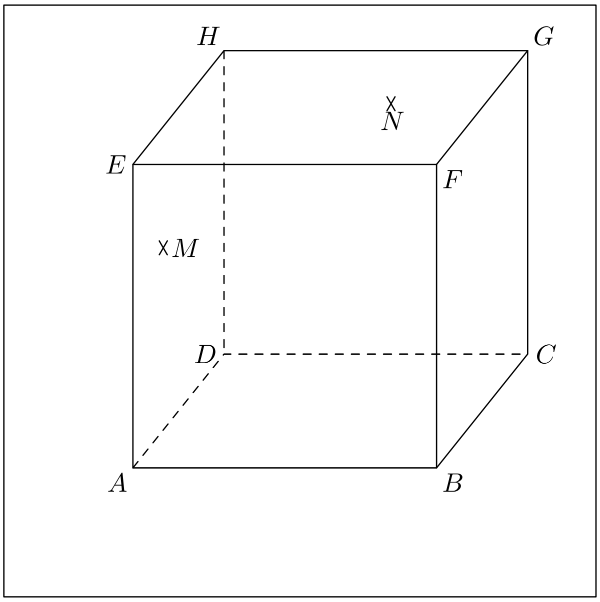


Notons O le milieu du segment $[AG]$:

1. Démontrer que le point O est milieu du segment $[EC]$.
2. Démontrer que le point O est milieu du segment $[HB]$.

Exercice 2775

On considère le cube $ABCDEFGH$ et les points M et N de l'espace.



1. Supposons le point M appartenant au plan (EFB) ; justifier que les droites (AD) et (HM) sont non-coplanaires.

2. Supposons le point M appartenant au plan (EHD) :

a. Justfier que les droites (AD) et (HM) sont coplanaires.

b. Placer le point L intersection des droites (AD) et (HM).

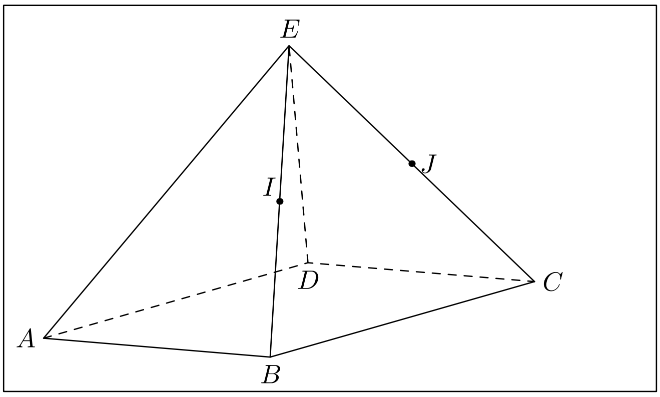
3. Suivant la position du point N dans l'espace, préciser si les droites (GF) et (HN) sont coplanaires ; si oui, placer leur point d'intersection :

a. $N\in(HEF)$ b. $N\in(HDC)$

4. Parallélisme :

Exercice 2766

La figure ci-dessous représente la pyramide $ABCDE$ à base carrée ; les points I et J représentent les milieux respectifs des arêtes $[BE]$ et $[CE]$.



1. Justifier que les points A, D, I, J sont coplanaires.

2. a. Justifier que les droites (AI) et (DJ) sont sécantes.

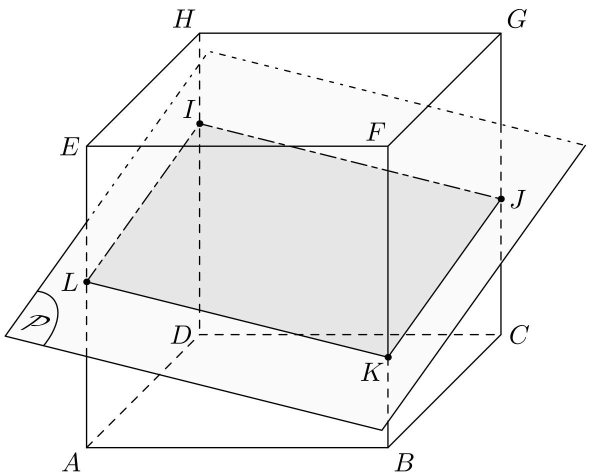
b. On note M leur point d'intersection. Placer le point M dans la figure ci-dessus.

3. En déduire la droite d'intersection des plans (ABE) et (CDE).

5. Règles d'incidence :

Exercice 2768

$ABCDEDFGH$ est un cube ; on considère le plan $(\mathcal{P})$ dont la section avec le cube est le quadrilatère $IJKL$

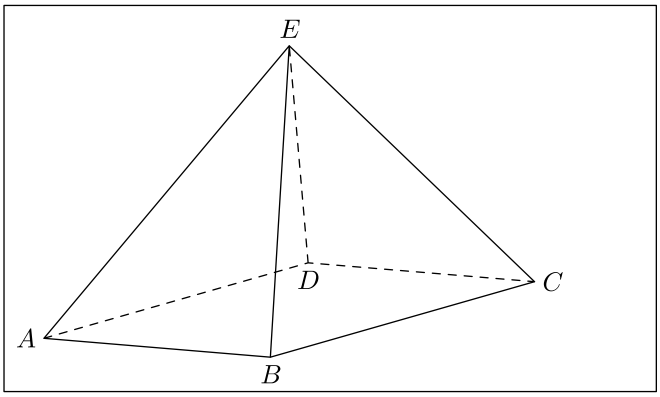


Justifier que $IJKL$ est un parallélogramme.

6. Théorème du toit :

Exercice 5404

On considère la pyramide $ABCDE$, représentée ci-dessous, à base carrée :



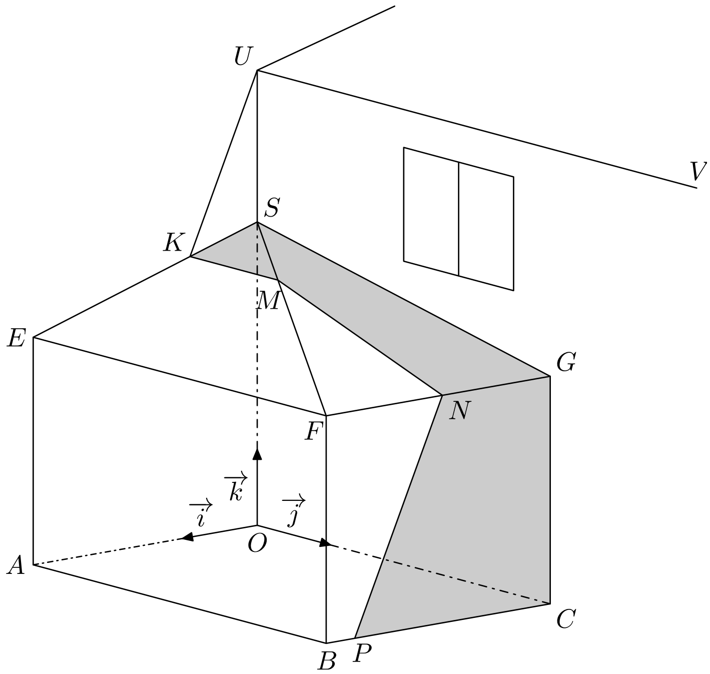
1. Déterminer la position de la droite (d) intersection des plans (ABE) et (CDE).
2. Représenter la droite (d).

7. Sections de solides :

Exercice 6961

Un particulier s'intéresse à l'ombre portée sur sa future véranda par le toit de sa maison quand le soleil est au zénith. Cette véranda est schématisée ci-dessous en perspective cavalière dans un repère orthonormé $\left(O\,;\,\vec{i}\,;\,\vec{j}\,;\,\vec{j}\right)$. Le toit de la véranda est constitué de deux faces triangulaires SEF et SFG.

- Les plans (SOA) et (SOC) sont perpendiculaires.
- Les plans (SOC) et (EAB) sont parallèles, de même que les plans (SOA) et (GCB).
- Les arêtes $[UV]$ et $[EF]$ des toits sont parallèles.



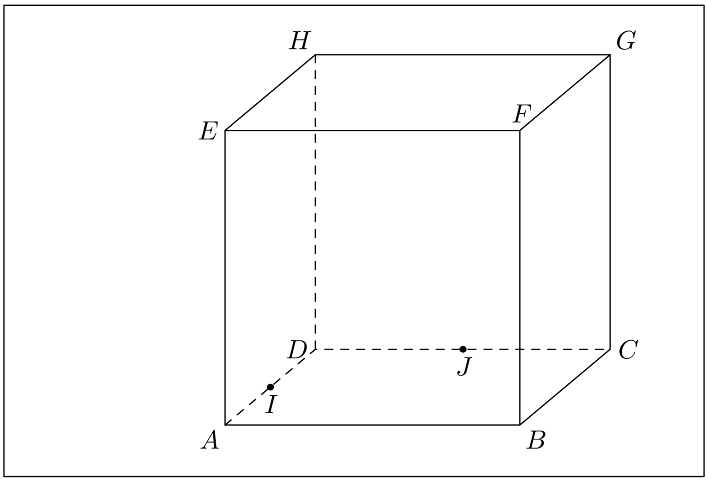
Sans calcul, justifer que :

1. le segment $[KM]$ est parallèle au segment $[UV]$;
2. le segment $[NP]$ est parallèle au segment $[UK]$.

8. Tracés de sections de solides :

Exercice 2794

On considère le cube $ABCDEFGH$ ci-dessous et les points I, J milieux respectifs des arêtes $[AD]$ et $[DC]$:



1. a. Déterminer la position sur la figure du point M intersection de la droite (AB) avec le plan (IJF).

   b. Déterminer la position sur la figure du point P intersection de la droite (AE) avec le plan (IJF).

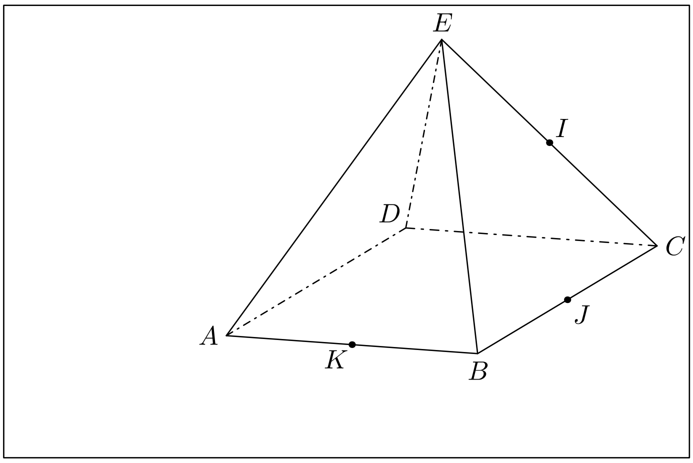
2. a. Déterminer le point N intersection de la droite (BC) avec le plan (IJF).

   b. Déterminer le point Q intersection de la droite (GC) avec le plan (IJF).

3. Tracer sur la figure ci-dessus la section du cube avec le plan (FIJ).

Exercice 2765

On considère la pyramide $ABCDE$ à base carrée représentée ci-dessous. Les points I, J, K sont les milieux respectifs des arêtes $[CE]$, $[BC]$, $[AB]$:



1. a. Justifier que les droites (BE) et (IJ) sont parallèles.

   b. Préciser la position de la droite (d) d'intersection des plans des plans (ABE) et (IJK). Puis, effectuer le tracé de la droite (d).

On note L le point d'intersection des droites (d) et (AE). On remarquera que le point L appartient au plan (IJK).

2. Dans cette question, nous allons étudier l'intersection du plan (IJK) avec l'arête $[ED]$:

   a. Déterminer l'emplacement du point T intersection du plan (IJK) avec la droite (AD).

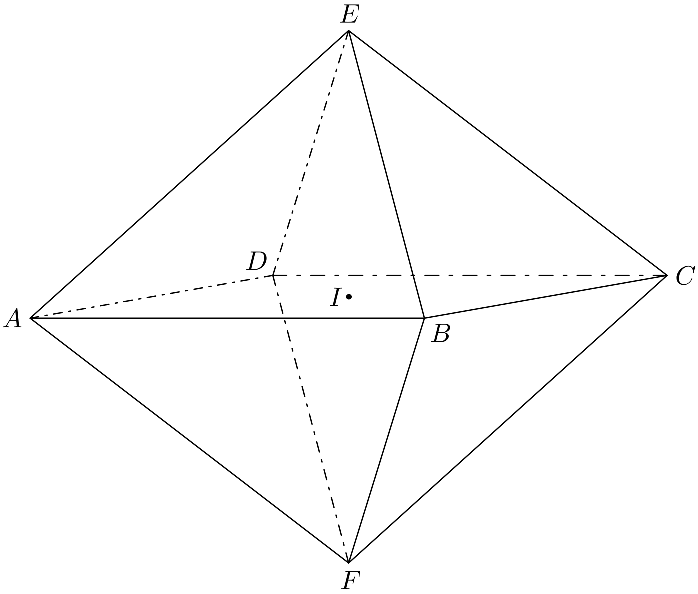
   b. Justifier que la droite (LT) appartient au plan (ADE).

   c. En déduire la position du point M intersection du plan (IJK) avec l'arête $[ED]$.

3. Représenter la section de la pyramide $ABCDE$ avec le plan (IJK).

Exercice 6819

On considère un solide $ADECBF$ constitué de deux pyramides identiques ayant pour base commune le carré $ABCD$ de centre I. Une représentation en perspective de ce solide est donnée ci-dessous. Toutes les arêtes sont de longueur 1.



On nomme M le milieu du segment $[DF]$ et N celui du segment $[AB]$.

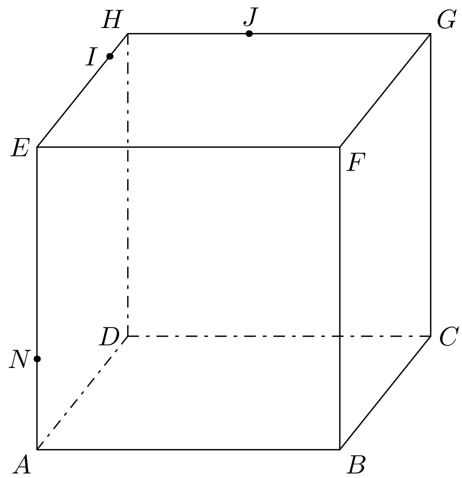
1. Démontrer que les plans (FDC) et (ABE) sont parallèles.

2. Déterminer l'intersection des plans (EMN) et (FDC).

3. Construire la section du solide $ADECBF$ par le plan (EMN).

Exercice 2769

On considère le cube $ABCDEDFGH$ et les trois points I, J, N appartenant respectivement aux arêtes $[EH]$, $[HG]$, $[AE]$; on appelle $(\mathcal{P})$ le plan (IJN) :



1. a. Tracer le plan $(\mathcal{P}')$ passant par J et parallèle au plan (EHD).

   b. Tracer la droite (Δ) d'intersection des plans $(\mathcal{P})$ et $(\mathcal{P}')$.

   c. Placer le point N' intersection de la droite (Δ) avec le plan (EFB).

d. En déduire la position du point M intersection du plan $(\mathcal{P})$ avec la droite (AB).

2. Placer le point L intersection de la droite (BC) avec le plan $(\mathcal{P})$.

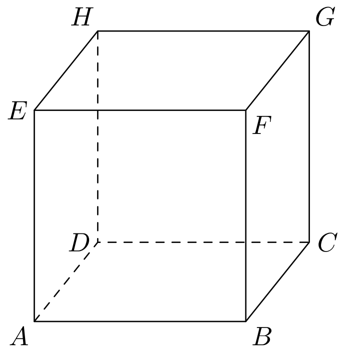
3. Placer le point K intersection de la droite (CG) avec le plan $(\mathcal{P})$.

4. Tracer la section du plan $\mathcal{P}$ avec le cube.

9. Orthogonalité :

Exercice 5398

Dans l'espace, on considère le cube $ABCDEFGH$ représenté ci-dessous :



1. Justifier que les droites (EF) et (GC) sont orthogonales.

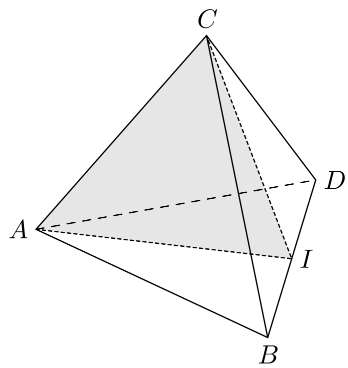
2. Justifier que les droites (AD) et (HF) ne sont pas orthogonales.

3. Les droites (AG) et (BG) sont-elles orthogonales?

Exercice 5397

La figure ci-contre représente un tétraèdre régulier $ABCD$ et I le milieu du segment $[BD]$.

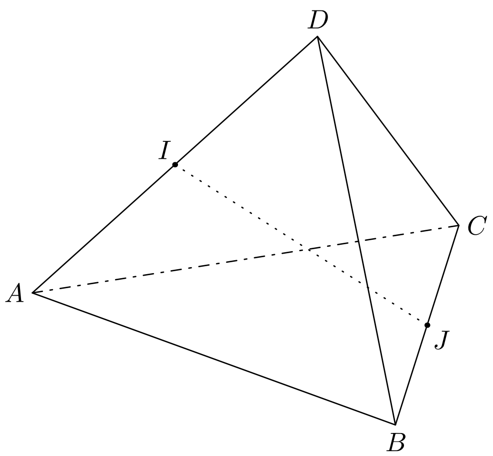
Montrer que la droite (BD) est orthogonale au plan (AIC).



10. Plan médian :

Exercice 6966

Dans l'espace, on considère le tétradre régulier $ABCD$ représenté ci-dessous :



Les points I et J sont respectivement les milieux des segments $[AD]$ et $[BC]$.

1. a. Justifier que le plan (JAD) est le plan médian du segment $[BC]$.

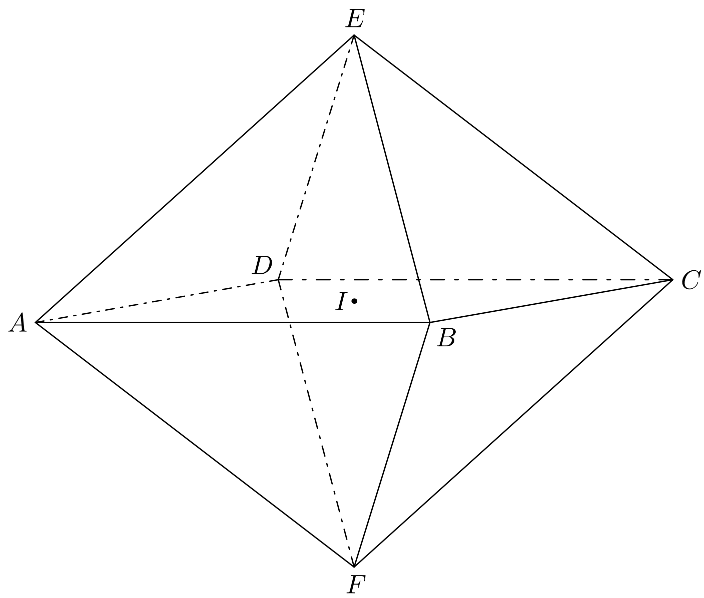
   b. Quelle est la position relative des droites (BC) et (IJ)?

2. Justifier que les droites (AD) et (IJ) sont perpendiculaires.

3. Les droites (AD) et (BC) sont-elles parallèles? Justifier votre réponse.

Exercice 6868

On considère un solide $ADECBF$ constitué de deux pyramides identiques ayant pour base commune le carré $ABCD$ de centre I. Une représentation en perspective de ce solide est donnée ci-dessous. Toutes les arêtes sont de longueur 1.



1. Justifier que les droites (DE) et (FB) sont parallèles.

2. Justifier que les plans (ABF) et (CED) sont parallèles.

255. Exercices non-classés :

Exercice 7247

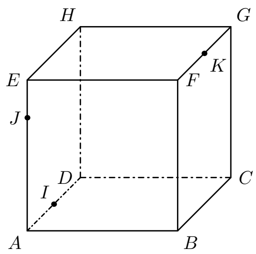
Résoudre le système d'équations :

$$\begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 = 1 \\ x + y + z = 1 \end{cases}$$

Exercice 8139

La figure ci-contre représente un cube $ABCDEFGH$. Les trois points I, J, K sont définis par les conditions suivantes :

- I est le milieu du segment $[AD]$
- J est tel que : $\overrightarrow{AJ} = \frac{3}{4} \cdot \overrightarrow{AE}$
- K est le milieu du segment $[FG]$.



On note R le projeté orthogonal du point F sur le plan (IJK). Le point R est donc l'unique point du plan (IJK) tel que la droite (FR) est orthogonale au plan (IJK).

On définit l'intérieur du cube comme l'ensemble des points $M(x\,;y\,;z)$ tels que : $\begin{cases} 0 < x < 1 \\ 0 < y < 1 \\ 0 < z < 1 \end{cases}$

Le point R est-il à l'intérieur du cube?

