Compiler exercice Compiler correction Plus d'option

Terminales S - Spécialité/Nombres premiers

1. Proprietes des nombres premiers :

Exercice 3621

1. Pour a un entier naturel, on considère l'expression :
(E) : $a^4-5{\cdot}a^3+7a^2$
   a. Factoriser l'expression (E) comme un produit de deux polynômes du second degré.
   b. En déduire l'unique valeur de a afin que l'expression (E) définisse un nombre premier.

2. Pour a un entier naturel, on considère l'expression :
(F) : a^4-5a^2
Justifier que l'entier (F) ne peut être un nombre premier.

Exercice 3622

Soit n un entier naturel. On considère l'entier A défini par :
$A=2^3\times3^n\times5^n$

1. a. Déterminer le nombre de diviseurs de l'entier A dans les cas suivant :
$n=0$; $n=1$; $n=2$
   b. Déterminer une expression en fonction de n donnant le nombre de diviseurs de l'entier A.

2. Combien de diviseurs admet l'entier 6 075 000?

Exercice 3623

Soit N un entier naturel, impair non premier.
On suppose que $N=a^2-b^2$ où a et b sont deux entiers naturels tels que $a>b$.

1. Montrer que a et b n'ont pas la même parité.
2. Montrer que N peut s'écrire comme produit de deux entiers naturels p et q.
3. Quelle est la parité de p et de q?

Exercice 5218

Déterminer la décomposition en produit de facteurs premiers des entiers suivants :

a. 8232 b. 1750 c. 1053

2. Nombres premiers et congruence :

Exercice 3619

Soit p un entier premier supérieur ou égal à 5.

1. Justifier que l'entier p vérifie l'une des deux conditions suivantes :
$p\equiv1 \pmod{6}$; $p\equiv5 \pmod{6}$
2. Justifier que l'entier p^2-1 est divisible par 24.

3. Ecriture en base b :

Exercice 3627

Dans cette question, toute trace de recherche, même incomplète, ou d'initiative, même non fructueuse, sera prise en compte dans l'évaluation.

Soient a et b deux nombres entiers naturels inférieurs ou égaux à 9 avec $a\neq0$.

On considère l'entier $N=a\times10^3+b$. On rappelle qu'en base 10 cet entier s'écrit sous la forme :
$N=\overline{a00b}$

On se propose de déterminer parmi ces nombres entiers naturels N ceux qui sont divisibles par 7.

1. Vérifier que : $10^3\equiv-1 \pmod{7}$
2. En déduire tous les nombres entiers N cherchés.

Exercice 5301

On considère l'entier naturel A qui s'écrit $\overline{1x416}$ dans le système de numération de base sept.

1. Déterminer x pour que :
   a. A soit divisible par six ;
   b. A soit divisible par cinq.

   En déduire qu'il existe x tel que A soit divisible par trente.

2. On donne à x la valeur zéro. Déterminer l'écriture décimale de A. Quel est le nombre de diviseurs positifs de A? Quel est l'ensemble des diviseurs positifs de A qui sont premiers avec trois?

255. Exercices non-classés :

Exercice 3361

1. Déterminer la décomposition en produit de facteurs premiers des entiers suivants :
   a. 2 016 b. 2 100 c. 864
2. Effectuer les opérations suivantes et donner le résultat sous forme simplifiée :
   a. $\dfrac{2\,016}{2\,100}$ b. $\dfrac{1}{2\,100}+\dfrac{1}{864}$

Exercice 5835

On considère la fonction `f` ci-dessous, extrait d'un algorithme, où $\text{Ent}\left(\dfrac{A}{N}\right)$ désigne la partie entière de $\dfrac{A}{N}$.

```
Fonction f(A)
    N ← 1
    Tant que N⩽√A
         Si A/N−Ent(A/N)=0
         Alors
           (X;Y) ← (N; A/N)
         Fin si
         N ← N+1
    Fin Tant que
```

1. En appelant la fonction f avec la valeur 12 pour l'argument `A` et en lançant l'exécution pas à pas, quelles seront les valeurs affectées au couple `(X;Y)` de variables.
2. Que permet d'obtenir l'appel à la fonction `f`?

Exercice 3362

Simplifier l'écriture des entiers suivants sous forme de produit de facteurs premiers :

a. $18\times15^2\times9\times82$ b. $9^2\times15^{-2}\times4^4$ c. $\dfrac{5^{\times}3^4\times12^2}{21^2\times15^3}$

d. $\dfrac{5^2\times3^2}{5^5\cdot\left(3^4+3^4\right)}$ e. $\dfrac{2^2\times5^{-4}}{2^{21}+2^{22}}$

Exercice 6771

Pour tout entier naturel n non nul, on appelle $S(n)$ le nombre égal à la somme des diviseurs positifs de n.

1. Vérifier que $S(6)=12$ et calculer $S(7)$.
2. a. Démontrer que, pour tout entier naturel n supérieur ou égal à 2 : $S(n)\geqslant 1+n$
   b. Quels sont les entiers naturels n tels que $S(n)=1+n$?

Exercice 3363

Préciser si les entiers suivants sont premiers ou non :

a. 37 b. 127 c. 541 d. $2\times3\times5\times7+1$

Exercice 6924

Ci-dessous est donnée une fonction d'un algorithme suivant où `MOD(N,k)` représente le reste de la division euclidienne de `N` par `k`.

```
Fonction f(a)
    k ← 2
    Tant que   MOD(a,k) ≠ 0   et   k⩽√a
        k ← k+1
    Fin Tant que
    Si k>√a
        Alors Renvoyer 0
    Sinon
        Alors Renvoyer 1
    Fin Si
```

1. Quelle est la valeur de k lorsque cette fonction est appelé avec pour paramètre `a=127`? Et si on saisit `a=119`?
2. Que peut-on dire de l'entier a passé en paramètre lorsque la valeur renvoyée par la fonction `f` est `0`? Justifier votre réponse.

Exercice 5038

1. Soit n un entier naturel. Exprimer le reste de la division euclidienne de n^2 par 8 en fonction du reste de la division euclidienne de n par 4.
2. Soit a et b deux entiers. Etablir la propriété suivante :

   "Si a^2+b^2 est un entier divisible par 8 alors a et b sont des entiers pairs"

Exercice 5039

Déterminer l'ensemble des couples $(a\,;b)$ d'entiers relatifs vérifiant l'égalité :
$a^2-b^2=11$