

Compiler exercice

Compiler correction

Plus d'option

# Terminales S - Spécialité/Annales sur les nombres premiers

255. Exercices non-classés :

**Exercice 5302**



Le but de cet exercice est de démontrer par l'absurde qu'il existe une infinité de entiers premiers de la forme  $4n-1$ , où  $n$  est un élément de  $\mathbb{N}^*$  (*ensemble des entiers naturels non nuls*).

1. Soit  $E$  l'ensemble des entiers premiers de la forme  $4n-1$  où  $n$  est un élément de  $\mathbb{N}^*$ .  
Montrer que  $E$  a au moins deux éléments.
2. On suppose  $E$  fini. Soit  $P$  le produit de tous les éléments de  $E$  et  $X=4P-1$ .

- a. Trouver un minorant de  $X$ .
  - b. Montrer que  $X$  n'est pas divisible par 2, et en déduire que tout facteur premier de  $X$  est soit de la forme  $4n+1$ , soit de la forme  $4n-1$  où  $n$  est un élément de  $\mathbb{N}^*$ .
  - c. Montrer que  $X$  possède au moins un facteur premier de la forme  $4n-1$  où  $n$  est un élément de  $\mathbb{N}^*$ .
3. En considérant un facteur premier  $p$  de  $X$  de la forme  $4n-1$ , la définition de  $P$  et la relation  $X=4P-1$ , achever la démonstration par l'absurde.