Compiler exercice — Compiler correction — Plus d'option

Term L spé/Les développements décimaux

255. Exercices non-classés :

Exercice 67

1. Donner les écritures fractionnaires des développements décimaux suivants :

   $A = 0{,}1\overline{7}$; $B = 0{,}78\overline{484}$

2. En justifiant votre démarche, donner le développement illimité du nombre fractionnaire $B = \dfrac{3}{9}$.

Exercice 68

Déterminer les écritures fractionnaires associées aux développement décimaux illimités suivant :

a. $x = 0{,}7\overline{1}$ b. $y = 1{,}2\overline{17}$

Exercice 1822

On considère la suite (u_n) géométrique de premier terme $u_0 = 2$ et de raison 3.

1. a. Déterminer les termes u_1, u_2, u_3 et u_4.

   b. Donner l'écriture en base 7 de u_2.

   c. Montrer que l'écriture en base 7 est $\overline{105}^7$.

   d. Pour obtenir l'écriture en base 7 de u_4, un élève a effectué la multiplication ci-dessous. Dire s'il a ou non raison et expliquer pourquoi.

$$\begin{array}{r} 105 \\ \times \quad 3 \\ \hline 315 \end{array}$$

2. a. Montrer que : $u_5 = 486$.

   b. On considère la fonction `f`, extrait d'un algorithme, et prenant pour argument `a` un entier naturel :

```
Fonction f(a)
    L ← liste vide
    x ← a
    Tant que x>0
        r ← reste de la division
                euclidienne de x par 7
        Ajouter r en tête de la liste L
        x ← q
    Fin Tant
    Renvoyer L
```

Compléter le tableau ci-dessous afin d'y inscrire les différentes valeurs prises par les variables de la fonction `f` lors d'un appel à la fonction `f` à l'aide du paramètre `a` = 486 :

	r	q	L	x
Initialisation			vide	486
Fin étape 1				
Fin étape 2				
…				
…				

Expliquer le lien entre les éléments de la liste L et l'écriture de u_5 en base 7.

3. On a divisé le terme u_{10} de la suite (u_n) par un certain entier. On obtient le quotient Q dont l'écriture décimale est $Q = 14{,}727\,272\,727\,272\,72...$ écriture dans laquelle les chiffres 7 et 2 se répètent à l'infini.

   On note (v_n) la suite géométrique de premier terme 0,72 et de raison 0,01.

   a. Calculer $v_0 + v_1 + v_2$

   b. On pose $S_n = v_0 + v_1 + v_2 + \cdots + c_n$ où n est un entier naturel non nul.

   c. Calculer S_n. En déduire $\lim\limits_{n \mapsto +\infty} S_n$.

   d. En déduire une écriture de $0{,}727\,272\ldots$ où les chiffres 7 et 2 se répètent à l'infini sous la forme du quotient de deux entiers. Quel est le nombre par lequel on a divisé u_{10} ?

Exercice 2012

Une entreprise de recyclage récupère un lot de digicodes ayant tous un clavier identique à celui représenté ci-contre. Chacun de ces digicodes a été programmé pour fonctionner avec un code constitué de deux signes choisis parmi les douze figurant sur ce clavier.

0	1	2
3	4	5
6	7	8
9	A	B

Par exemple $A0$, BB, 43 sont des codes possibles.
Pour remettre en état de fonctionnement un tel digicode, il faut retrouver son code.

Pour faciliter une telle recherche, a été inscrit sur le boîtier de chaque digicode un nombre R qui dépend du code. Ce nombre a été obtenu de la manière suivante :

- Le code est considéré comme un nombre écrit en base 12 : A est le chiffre dix et B le chiffre 11.
- Le nombre R inscrit sur le boîtier est le reste de la division euclidienne du code, converti en base 10, par 53. R est donc un nombre écrit en base 10 et tel que $0 \leqslant R \leqslant 53$.

1. Combien y a-t-il de codes possibles?

2. On suppose que le code d'un digicode est AB.
   a. Ecrire en base 10 le nombre dont l'écriture en base 12 et $(AB)_{\text{douze}}$.
   b. Déterminer le nombre R inscrit sur le boîtier de ce digicode.

3. Sur le boîtier d'un digicode est inscrit le nombre R égal à 25. Démontrer que $(21)_{\text{douze}}$ peut être le code de ce digicode.

4. On considère la fonction `f`, extrait d'un algorithme, où l'argument `R` est un entier naturel :

```
Fonction f(R)
    L ← liste vide
    n ← 0
    Tant que 53n+R⩽143
        Ajouter la valeur de 53n+R
                en fin de la liste L
        n ← n+1
    Fin Tant que
    Renvoyer L
```

   a. Quelle est la liste renvoyée par la fonction `f` lorsque la fonction `f` est appelée avec pour argument la valeur `R`$=25$.
   b. On suppose que le nombre R inscrit sur le boîtier d'un digicode est 25.
   Quels sont les trois codes possibles de ce digicode?

5. Dire si l'affirmation suivante est vraie ou fausse. Si l'affirmation est considérée comme étant fausse, en apporter la preuve.
   Affirmation : quelle que soit la valeur de R la fonction `f` permet de trouver trois codes parmi lesquels se trouve le code secret.

