Compiler exercice | Compiler correction | Plus d'option

Term L spé/Fonction exponentielle et logarithme

1. Propriétés algébriques :

Exercice 2032

Donner le résultat des calculs suivants :

a. $\ln \mathrm{e}^5$ b. $\ln\left(\mathrm{e}^5 \cdot \mathrm{e}^{-2}\right)$

d. $\mathrm{e}^{\ln 5}$ e. $\mathrm{e}^{\ln 2+\ln\frac{1}{2}}$

f. $\dfrac{\mathrm{e}^{\ln 2}}{\mathrm{e}^{\ln 3}}$ g. $\ln 10\,000 + \ln 100$

h. $\dfrac{\ln 100}{\ln 1\,000}$ c. $\ln\dfrac{2\mathrm{e}^3}{3} + \ln\dfrac{8\mathrm{e}^2}{3}$

Exercice 2031

Simplifier au maximum l'expressions suivante :

$$\left(\frac{\mathrm{e}^x+\mathrm{e}^{-x}}{2}\right)^2 - \left(\frac{\mathrm{e}^x-\mathrm{e}^{-x}}{2}\right)^2$$

2. Fonction exponentielle :

Exercice 101

1. Résoudre le système suivant, où u et v sont des nombres réels :

$$\begin{cases} u + \frac{1}{2}\cdot v = 0 \\ u - \frac{1}{4}\cdot v = \frac{3}{2} \end{cases}$$

2. Soit f une fonction définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = a\cdot\mathrm{e}^x + \frac{b}{\mathrm{e}^x+1} \quad \textit{(a et b réels)}$$

Trouver les valeurs des réels a et b, sachant que la courbe représentative de la fonction f dans une repère $\left(O\,;\,\overrightarrow{i}\,;\,\overrightarrow{j}\right)$ passe par O et que la tangente à la courbe en ce point est parallèle à la droite (Δ) déquation $y=\frac{3}{2}x-2$.

3. Soit g la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $g(x)=\mathrm{e}^x-\dfrac{2}{\mathrm{e}^x+1}$

a. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation : $g(x)=0$.

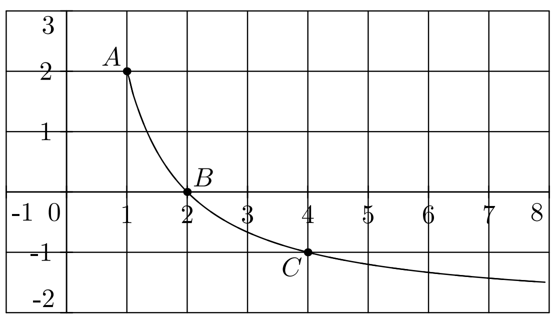
b. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation : $g(x)\geqslant 1$

3. Fonction logarithme :

Exercice 79

Partie I

Soit f une fonction définie sur l'intervalle $[1\,;8]$, strictement décroissante, dont la représentation graphique $\mathscr{C}$ dans repère orthonormé est donnée ci-contre. La courbe $\mathscr{C}$ contient les points $A(1\,;2)$, $B(2\,;0)$ et $C(4\,;-1)$.



1. En utilisant la représentation graphique, donner, suivant les valeurs de x, le signe de $f(x)$.

2. On suppose que, pour tout x de l'intervalle $[1\,;8]$

   $f(x)$ s'écrit : $\quad f(x)=-2+\dfrac{4}{x}$

   Retrouver par le calcul, le résultat du 1..

Partie II

On considère la fonction F définie sur l'intervalle $\big[1\,;8\big]$ par :

$F(x) = 5 - 2x + 4\ln(x)$.

1. Montrer que F a pour dérivée la fonction f de la partie **I**.

2. Etudier les variations de la fonction F sur l'intervalle $\big[1\,;8\big]$, puis dresser son tableau de variation.

3. $\mathscr{C}_F$ désigne la courbe représentative de la fonction F dans un repère orthogonal d'unités graphiques : en abscisse $1\,cm$, en ordonnée $2\,cm$.

   a. Soit la droite Δ, tangente à la courbe $\mathscr{C}_F$ en son point d'abscisse 1. Montrer que le coefficient directeur de la droite Δ est égal à 2.

   b. Tracer la courbe $\mathscr{C}_F$ et la droite Δ.

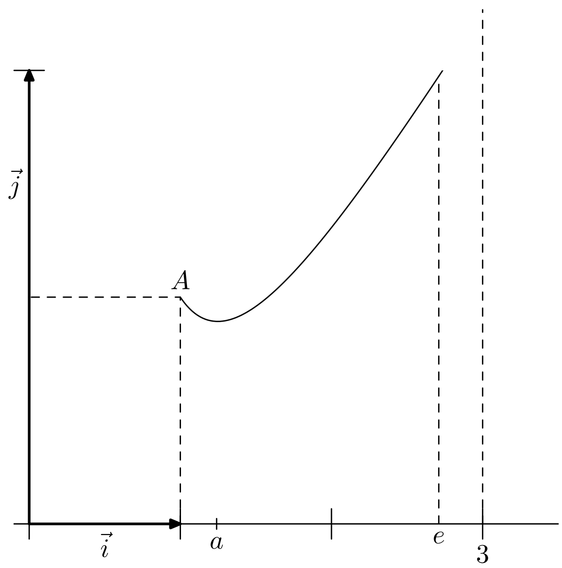
Formulaire :
La dérivée de la fonction ln sur l'intervalle $\big]0\,;+\infty\big[$ est la fonction qui, à x, associe $\dfrac{1}{x}$.

Exercice 92

Le but de l'exercice est d'étudier la fonction f définie sur l'intervalle $\big[1\,;3\big]$ par : $\quad f(x)=\dfrac{x}{2}-\dfrac{\ln x}{x}$.

On rappelle que e est le nombre tel que : $\quad \ln e=1$.

On note $(\mathscr{C})$ la courbe représentative de la fonction f dans un prepère $\big(O\,;\vec{i}\,;\vec{j}\big)$.
La courbe $(\mathscr{C})$ est donnée en annexe à rendre avec la copie.



Cette courbe permettra de contrôler l'exactitude de certains résultats, mais ne doit pas être utilisée pour justifier les réponses.

Partie I

On considère la fonction u définie sur l'intervalle $[1\,;\,3]$ par :

$u(x) = x^2 - 2 + 2\cdot\ln x$

1. On note u' la dérivée de la fonction u. Calculer $u'(x)$.

2. Dresser le tableau de variations de la fonction u sur l'intervalle $[1\,;3]$.

3. On admet l'existence d'un nombre unique a, appartenant à l'intervalle $[1\,;3]$ tel que $u(a)=0$.
   Recopier et compléter le tableau ci-dessous en indiquant le signe de $u(x)$.

x	1	a	3
$u(x)$		0	

Partie II

1. a. On note f' la dérivée de la fonction f.
   On admet que pour tout x de l'intervalle $[1\,;3]$:

   $f'(x) = \dfrac{u(x)}{2\cdot x^2}$

   où u est définie dans la **partie I**.
   Déterminer selon les valeurs de x le signe de $f'(x)$ sur l'intervalle $[1\,;3]$.

   b. Dresser le tableau de variations de la fonction f *(on ne calculera pas $f(a)$)*.

2. On note A le point de coordonnées $\left(1\,;\dfrac{1}{2}\right)$.
   Montrer que la tangente (T) à la courbe $(\mathscr{C})$ au point d'abscisse e est parallèle à la droite (OA).

3. Tracer la droite (OA) et la tangente (T) sur l'annexe à rendre avec la copie. Placer le point B coordonnées $(a\,;f(a))$ et la tangente à la courbe $(\mathscr{C}$ au point B.

Exercice 70

On considère la fonction numérique f définie sur l'intervalle $[1\,;12]$ par :

$f(x) = x - 1 - 4\cdot\ln x$

On note $\mathscr{C}$ la courbe représentative de la fonction f dans un repère orthonormé d'unité graphique : $1\,cm$.

1. a. Calculer la dérivée f' de la fonction f. Vérifier que, pour tout x de l'intervalle $[1\,;12]$, $f'(x)$ peut sécrire :

   $f'(x) = \dfrac{x-4}{x}$

   b. Etudier le signe de f' sur l'intervalle $[1\,;12]$, et en déduire le tableau de variations de f.

   c. Déterminer une équation de la tangente (Δ) à la courbe en son point d'abscisse 1.

2. a. Recopier et compléter le tableau suivant en donnant les valeurs arrondies à 0,1 près.

x	1	2	3	4	6	8	10	11	12
$f(x)$									

   b. Tracer la courbe $\mathscr{C}$ et la droite (Δ) dans le même repère sur la feuille papier millimétré fournie.

Formulaire : La dérivée de la fonction ln sur l'intervalle $]0\,;+\infty[$ est la fonction qui, à x associe $\dfrac{1}{x}$.

Exercice 85

1. On considère la fonction f définie et dérivable sur $\mathbb{R}$ définie par : $f(x)=2{\cdot}x^2-3{\cdot}x+\dfrac{9}{2}$

a. Calculer $f'(x)$ pour tout réel x

b. Donner les coordonnées exactes du point S sommet de la parabole

2. On considère la fonction g définie sur l'intervalle $]0\,;\,+\infty[$ par :

$$g(x) = f(x) - \ln x = 2{\cdot}x^2 - 3{\cdot}x + \frac{9}{2} - \ln x$$

La fonction g est dérivable sur $]0\,;+\infty[$

a. Montrer que, pour tout réel strictement positif x :

$$g'(x) = \frac{(4{\cdot}x+1)(x-1)}{x}$$

b. Etudier les variations de la fonction g sur l'intervalle $]0\,;+\infty[$.

Justifier que le minimum de g est égal à $\dfrac{7}{2}$

c. En déduire que sur $]0\,;+\infty[$, on a : $f(x)-\ln x>0$.
Que pouvez-vous dire des courbes représentative de la fonction f et du logarithme népérien.

Exercice 120

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = \big(\ln x\big)^2{\cdot}(3 - 2{\cdot}\ln x)$$

1. Montrer que pour x appartenant à $]0\,;+\infty[$:

$$f'(x) = \frac{6{\cdot}\ln x{\cdot}(1-\ln x)}{x}$$

2. a. Résoudre les inéquations suivantes :

- $\ln x \geqslant 0$
- $1 - \ln x \geqslant 0$

b. En déduire le signe de f' sur $]0\,;+\infty[$ ainsi que son tableau de variations de la fonction f.

3. Calculer les extrémums de la fonction f sur $[0{,}75\,;3]$.

4. Fonction exponentielle et logarithme :

Exercice 76

Partie A

On considère la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par : $g(x)=\mathrm{e}^x-2{\cdot}x$.

1. Calculer $g'(x)$ où g' désigne la dérivée de g puis dresser le tableau de variations de g.

2. En déduire que pour tout réel x de $\mathbb{R}$, $g(x)>0$.

Partie B

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x)=\mathrm{e}^x-x^2$.

1. Déterminer la limite de f en $-\infty$ puis la limite de f en $+\infty$.
Pour la limite en $+\infty$ on pourra remarquer que pour x non nul $f(x)$ peut s'écrire :

$$x^2{\cdot}\left(\frac{\mathrm{e}^x}{x^2}-1\right)$$

2. Calculer $f'(x)$ où f' désigne la fonction dérivée de la fonction f, puis en utilisant la partie A construire le tableau de variations de f.

3. On admet que l'équation $f(x)=0$ admet au moins une solution dans $\mathbb{R}$

a. Calculer $f(-1)$ et $f(0)$.

b. Montrer que la solution de l'équation $f(x)=0$ est unique et qu'elle appartient à l'intervalle $[-1\,;0]$.

c. En utilisant une calculatrice pour calculer $f(x)$ pour différents valeurs de x, donner une valeur approchée à 10^{-3} près de cette solution.
justifier la valeur retenue.

Exercice 75

Partie A

On considère les fonctions f et g définies sur l'intervalle $[1\,;25]$ par :

$$f(x) = 5{\cdot}x - 50 \quad ; \quad g(x) = \frac{\exp x}{100} - 100$$

1. a. Donner le sens de variation de la fonction f sur l'intervalle $[1\,;25]$.

b. Répondre aux questions suivantes :

i. Déterminer la dérivée $g'(x)$.

ii. Etudier le sens de variation de la fonction g sur l'intervalle $[1\,;25]$.

c. Tracer les courbes représentatives des fonction f et g dans un repère orthogonal.
on prendra pour unité graphique :

- $2\,cm$ pour 5 unités en abscisse.
- $1\,cm$ pour 20 unités en ordonnée.

Pour la courbe représentative de la fonction g, on se limitera à représenter les points dont l'abscisse est comprise entre 1 et 10.

2. On considère la fonction h définie sur l'intervalle $[1\,;25]$ par $h(x)=30{\cdot}\ln x-2{\cdot}x+10$. On note h' la dérivée de h.

a. Montrer que : $h'(x)=\dfrac{30-2{\cdot}x}{x}$.

b. Etudier le sens de variation de la fonction h sur l'intervalle $[1\,;25]$.

c. Montrer que la fonction h passe par un maximum. On donnera la valeur par laquelle ce maximum est atteint et la valeur prise alors par la fonction.

d. Tracer la courbe représentative de la fonction h dans le même repère qu'à la question 1..

Partie B

Les gains exprimés en milliers d'euros de trois chanteurs sont fonction du nombre x de semaines écoulées depuis la sortie simultatnée de leurs albums et sont données par $f(x)$, $g(x)$

et $h(x)$.

1. *Dans cette question, aucune justification n'est demandée. Il s'agit seulement d'interpréter les données.*

   a. Quelle fonction correspond au gain du chanteur A sur lequel les producteurs ont investi près de 100 milliers d'euros et dont le succès est phénoménal après quelques semaines de promotion acharnée?

   b. Quelle fonction correspond au gain du chanteur B, inconnu, qui obtient un succès très rapide malgrè l'absence d'investissement promotionnel avant de s'essoufler au bout de quinze semaines?

   c. En vous inspirant des questions du 1. et 2., décrire l'évolution du gain du chanteur C.

2. Par lecture graphique :

   a. Déterminer le nombre de semaines qui s'écoule avant que le chanteur C gagne plus que le chanteur B.

   b. Déterminer le nombre de semaines qui s'écoule avant que le chanteur A gagne plus que le chanteur B.

Exercice 100

Donner, dans chaque cas, l'ensemble de définition ainsi que la fonction dérivée de chaque fonction proposée :

a. $f(x) = 2{\cdot}e^x + x^2$ b. $f(x) = \dfrac{1}{4}{\cdot}e^{3\cdot x+1}$

c. $f(x) = (2{\cdot}x - 1)e^x$ d. $f(x) = 2{\cdot}\ln x + 2{\cdot}x$

e. $f(x) = 3{\cdot}\ln(5 - 3{\cdot}x) + 2$ f. $f(x) = (x+1)\cdot\ln x$

5. *Résolution d'équations :*

Exercice 69

Résoudre les équations suivantes sur $\mathbb{R}$. Penser à utiliser les différentes propriétés algébriques de ces fonctions :

a. $e^x + 1 \leqslant 1$ b. $e^{2\cdot x+1} > 0{,}5$

c. $e^{2\cdot x} < 2{\cdot}e^x$ d. $\ln(2{\cdot}x+1) > -0{,}5$

e. $\ln(x^2) < 3$ f. $\ln(2{\cdot}x) > \ln x + 1$

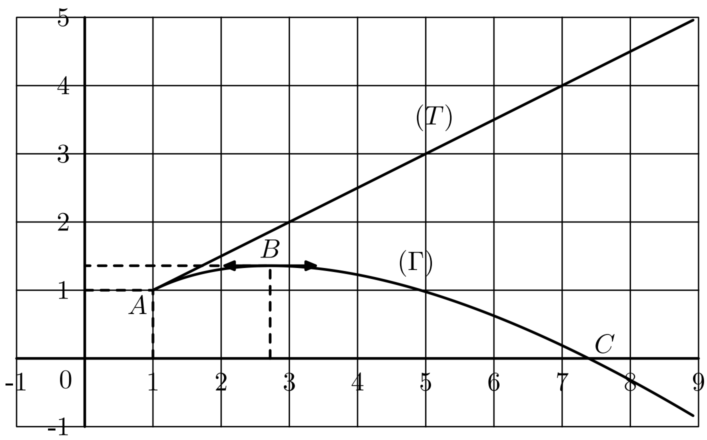
g. $2^x \geqslant 3$

Exercice 82

La courbe (Γ) ci-dessous représente dans un repère orthonormé une fonction f définie sur l'intervalle $[1\,;+\infty[$. On note f' la fonctiondérivée de f sur cet intervalle.

La droite (T) est tangente à la courbe (Γ) au point $A(1\,;1)$.

La tangente à la courbe (Γ) au point B d'abscisse e est parallèle à l'axe des abscisses.



1. Par lecture graphique :

   a. Donner le coefficient directeur de la droite (T).

   b. Donner $f(1)$ et $f'(e)$.

   c. Déterminer les réels x de l'intervalle $[1\,;+\infty[$ qui vérifient $f'(x) \leqslant 0$

   d. En traçant le plus précisément possible la tangente à la courbe (Γ) au point C, lire le coefficient directeur de cette tangente.

2. On admet que la fonction f est définie sur l'intervalle $[1\,;+\infty[$ par : $f(x) = \dfrac{x}{2}{\cdot}(2 - \ln x)$.

   a. Calculer l'ordonnée du point B d'abscisse e.

   b. Déterminer l'abscisse du point C, intersection de la courbe (Γ) avec l'axe des abscisses.

3. La dérivée f' de la fonction f est définie sur l'intervalle $[1\,;+\infty[$ par : $f'(x) = k{\cdot}\ln\dfrac{e}{x}$ où k est un nombre réel donné.

   a. Vérifier le résultat donné pour $f'(e)$ à la question 1.

   b. Déterminer le réel k sachant que : $f'(e^2) = -\dfrac{1}{2}$.

   c. Donner l'équation de la tangente à la courbe (Γ) au point C.

   d. Déterminer les coordonnées du point d'intersection de la droite (T) et de la tangente à la courbe (Γ) au point C.

Exercice 99

Soit f la fonction numérique définie sur l'intervalle $]0\,;+\infty[$ par :

$f(x) = (\ln x)^2{\cdot}(3 - 2{\cdot}\ln x)$

On note $(\mathscr{C})$ sa courbe représentée dans le plan muni d'un repère orthonormé $\left(O\,;\vec{i}\,;\vec{j}\right)$ *(unité graphique 2 cm)*

1. a. Calculer la limite de f en 0 et interpréter graphiquement le résultat.

   b. Calculer la limite de f en $+\infty$

2. f' désignant la dérivée de f sur $\left]0\,;+\infty\right[$, on admet que :

   $$f'(x) = \frac{6{\cdot}\ln x{\cdot}(1 - \ln x)}{x} :$$

   a. Résoudre les inéquations :
   - $\ln x \geqslant 0$
   - $1 - \ln x \geqslant 0$

   b. En déduire le signe de $f'(x)$ et les variations de f.

   c. Calculer les extrémums de f sur l'intervalle $\left[0{,}75\,;3\right]$.

3. Dresser le tableau de variations de f.

4. Tracer la courbe $(\mathscr{C})$.

Exercice 83

Rappels :

- a étant une constante réelle, la fonction $x \longmapsto \ln(a \cdot x)$ a pour fonction dérivée $x \longmapsto \dfrac{1}{x}$.
- x et y étant deux réels strictement positif :
  $\ln(x \cdot y) = \ln x + \ln y \quad ; \quad \ln\left(\dfrac{x}{y}\right) = \ln x - \ln y$
- x étant un réel strictement positif : $\exp(\ln x) = x$

Le son se manigeste par des variations de pression de l'air. L'unité de mesure de la pression de l'air est le Pascal.
La pression de l'air s'exercce sur le tympan de l'oreille humaine. Pour une pression supérieure ou égale à 20×10^{-6} Pascals s'exerçant sur son tympan, l'oreille humaine perçoit un son dont le nieau se mesure en décibels.
On note : $p_0 = 20 \times 10^{-6}$.
Pour une pression de p Pascals s'exerçant sur le tympan, avec $p \geqslant p_0$, le niveau sonore perçu est de $f(p)$ décibels où :

$$f(p) = \frac{20}{\ln(20)} \cdot \ln\left(\frac{p}{p_0}\right)$$

C'est à dire : $f(p) = \dfrac{20}{\ln(10)} \cdot \ln(50000 \cdot p)$

1. Quel est le niveau sonore perçu pour une pression de 2 Pascals ? de 0,2 Pascals ? de 0,002 Pascals ?

2. On note $k = \dfrac{20}{\ln 20}$ et $I = \left[p_0 \,; +\infty\right[$.
   Donc, f est la fonction définie sur l'intervalle I par :
   $f(x) = k \cdot \ln(50\,000 \cdot x)$.
   On note f' la fonction dérivée de la fonction f sur l'intervalle I.
   a. Préciser la valeur de $f(p_0)$
   b. Pour tout réel x appartenant à l'intervalle I, calculer $f'(x)$. En déduire le sens de variations de la fonction f sur l'intervalle I.
   c. Interpréter les résultats du a. et du b. en termes de pression s'exerçant sur ltympan et de niveau sonore perçu.

3. A partir d'un niveau sonore de 120 décibels, on ressent une douleur.
   Déterminer la pression p correspondant à ce niveau sonore.

4. a. Montrer que pour tout réel x appartenant à l'intervalle I :
   $f(10 \cdot x) = k \cdot \ln(10) + f(x)$.
   On en déduit que : $f(10 \cdot x) = 20 + f(x)$ et on dit que : "le niveau sonore augmente de 20 décibels quand la pression s'exerçant sur le tympan est multipliée par 10."
   b. Exprimer, pour tout réel x appartenant à l'intervalle I, $f(100 \cdot x)$ en fonction de $f(x)$ et énoncer la propriété du niveau sonore correspondante.

Exercice 88

On considère la fonction d définie sur $[0\,;+\infty[$ par :

$f(x) = 1000 \cdot \mathrm{e}^{x \cdot \ln(0{,}94)}$

1. Montrer que pour tout entier n : $(0{,}94)^n = \mathrm{e}^{n \cdot \ln(0{,}94)}$

2. Donner une valeur arrondie à l'entier le plus proche de : $f\left(\dfrac{1}{7}\right)$ et $f\left(\dfrac{365}{7}\right)$.

3. a. Pour tout nombre $x \in [0\,;+\infty[$, calculer $f'(x)$.
   b. Donner une valeur de $\ln(0{,}94)$ arrondie au dixième et en déduire le sens de variations de f sur $[0\,;+\infty[$.

4. Montrer que l'équation $f(x) = 500$, vérifie $x = \dfrac{\ln(0{,}5)}{\ln(0{,}94)}$

255. Exercices non-classés :

Exercice 2011

Partie A

Soit f la fonction définie sur l'intervalle $[0\,;10]$ par :

$f(x) = 55 \cdot \mathrm{e}^{0{,}5x}$

1. Donner les valeurs approchées arrondies à l'unité des nombres $f(1)$, $f(2)$, $f(3)$ et $f(4)$.

2. a. Déterminer la fonction dérivée de la fonction f.
   b. En déduire le tableau de variations de la fonction f sur l'intervalle $[0\,;10]$.

3. Résoudre dans l'intervalle $[0\,;10]$, l'équation :
   $f(x) = 3\,000$
   On donnera les arrondis à l'unité des solutions éventuelle.

Partie B

Une étude statistique permet de considérer la fonction f de la partie A comme un modèle satisfaisant pour décrire l'évolution, de 2000 à 2010, de la puissance totale des éoliennes installés en France. Plus précisément, on suppose que pour l'année $(2000+x)$ où x est un entier naturel, la puissance totale des éoliennes installées en France, exprimée en mégawatts, est donnée par $f(x)$.
En utilisant ce modèle et en exploitant les résultats de la partie A, répondre aux questions suivantes en donnant les justifications nécessaires.

1. Quelle était la puissance totale des éoliennes en 2001 ?

2. En quelle année la puissance totale des éoliennes devrait-elle dépasser 3000 mégawatts ?

3. Pourra-t-on atteindre une puissance totale de 10 000 mégawatts en 2010 ?

4. Pour tout entier naturel n, on pose : $u_n = 55 \cdot \mathrm{e}^{0{,}5n}$

a. Démontrer que la suite (u_n) est une suite géométrique de raison $e^{0,5}$

b. Dans le modèle étudié la puissance totale des éoliennes augmente donc chaque année d'un même pourcentage. Donner ce pourcentage en arrondissant le taux au dixième.

Exercice 2013

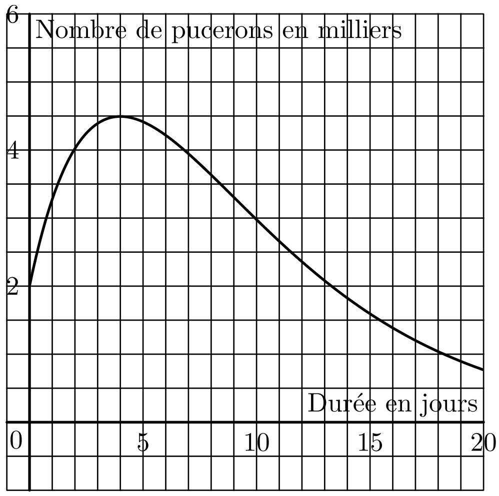
Des pucerons envahissent une roseraie. Des coccinelles, prédateurs des pucerons, sont introduites dans cette roseraie. Au bout de vingt jours, on constate que le nombre des pucerons peut être estimé à 770, soit 0,77 milliers.
On s'intéresse à l'évolution du nombre des pucerons *(exprimé en milliers)* présents dans la roseraie en fonction de la durée écoulée depuis l'introduction des coccinelles. On note f cette fonction et t cette durée. L'unité de durée est un jour. Lorsque l'on introduit les coccinelles, on a donc $t=0$.

1. Des études ont montré que le nombre de pucerons *(exprimé en milliers)* en fonction de la durée t écoulée depuis l'introduction des coccinelles, était modélisé par la fonction f définie, pour tout nombre réel t élément de $[0\,;20]$ par :
$$f(t) = (2{\cdot}t+2){\cdot}e^{-kt}$$
où k est un nombre réel positif constant.
   a. Quel est le nombre de pucerons au moment où les coccinelles sont introduites dans cette roseraie?
   b. Déterminer la valeur exacte de k puis l'une de ses valeurs approchées au millième près.

Dans toute la suite de l'exercice, on considère que la fonction f définie pour tout nombre réel t élément de $[0\,;20]$ par $f(t)=(2{\cdot}t+2)e^{-0,2t}$, représente correctement l'évolution du nombre des pucerons en fonction de la durée t. On note f' la fonction dérivée de f et $(\mathscr{C})_f$ la courbe représentative de f dans un repère orthogonal.

2. a. Démontrer que, pour tout nombre réel t de $[0\,;20]$:
$$f'(t) = (-0{,}4{\cdot}t+1{,}6)e^{-0,2{\cdot}t}$$
   b. Combien de jours après, l'introduction des prédateurs le nombre de pucerons va-t-il commencer à diminuer?
   c. Calculer $f'(0)$. Utiliser ce nombre dérivé pour calculer, sans utiliser de calculatrice, une approximation du nombre des pucerons présents dans la roseraie au bout d'un jour.

3. Le graphique donné en annexe 2 est un dessin de $(\mathscr{C}_f)$. Ce graphique est à compléter et à rendre avec la copie.
   a. A l'aide des informations données ou obtenues précédemment, placer les unités du repère.
   b. On estime que les pucerons ne posent plus de problème dès que leur nombre est devenu inférieur à 1 000. Lire graphiquement au bout de combien de jours ce seuil sera atteint.
   laisser apparents les traits de construction utilisés pour cette lecture.



Exercice 2015

Pour chacune des quatre affirmations, dire si elle est vraie ou fausse, en justifiant le choix effectué.
Chaque question est notée sur un point, avec la règle suivante :

- Une résponse non justifiée ne rapporte aucun point.
- Une mauvaise réponse n'enlève pas de point.

1. La fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x)=e^{-2{\cdot}x+1}$ est décroissante sur $\mathbb{R}$.
2. L'équation $\dfrac{e^x}{1+e^x}=\dfrac{4}{3}$ a une seule solution dans $\mathbb{R}$.
3. La suite définie, pour tout nombre entier naturel n, par :
$$u_n = 1+\frac{1}{2}+\cdots+\left(\frac{1}{2}\right)^n$$
tend vers 2 quand n tend vers $+\infty$.
4. Pour tout nombre réel x, on a : $1{,}01^x < 1\,000\,000$.

Exercice 2037

Donner les résultats des calculs suivants :

a. $e^{\ln 5}$
b. $e^{2\cdot\ln 2}$
c. $e^{\ln 2+\ln 2}$
d. $\dfrac{e^{\ln 9}}{e^{\ln 2}}$
e. $\ln(e^2\cdot e^5)$
f. $\ln 5^2-\ln\dfrac{1}{5^2}$
g. $\ln 10^{-5}+\ln 10^8$
h. $\dfrac{\ln 1\,000\,000}{\ln 1\,000}$

Exercice 2039

Résoudre les équations suivantes :

a. $e^x = 2$
b. $e^x = -1$
c. $\ln x = 5$
d. $\ln x = -2$
e. $\ln(2{\cdot}x+1) = 5$
f. $e^{3-2x} = 2$
g. $3^x = 2$
h. $\dfrac{x}{2}\cdot(2-\ln x) = 0$

