Compiler exercice | Compiler correction | Plus d'option

Terminale ES/Suites géométriques

1. Rappels :

Exercice 7183

1. Voici des exemples de suites de nombres :
   a. (2 ; 5 ; 8 ; 11 ; 14 ; ...)
   b. (2 ; 6 ; 18 ; 54 ; 162 ; ...)
   c. (6 ; -6 ; 6 ; -6 ; 6 ; ...)
   d. (1 ; 3 ; 7 ; 15 ; 31 ; ...)

   Pour chacune de ces suites des nombres ; trouver la relation qui permet d'obtenir une valeur en fonction des valeurs précédentes.

2. Voici d'autres exemples de suites numériques :
   a. (0 ; 2 ; 4 ; 6 ; 8 ; ...)
   b. (1 ; 6 ; 11 ; 16 ; 21 ; ...)
   c. (1 ; 2 ; 4 ; 8 ; 16 ; 32 ; ...)
   d. (1 ; $\sqrt{2}$; $\sqrt{3}$; 2 ; $\sqrt{5}$; $\sqrt{6}$; ...)
   e. (2 ; $\frac{3}{2}$; $\frac{4}{3}$; $\frac{5}{4}$; $\frac{6}{5}$; ...)

   Pour chacune de ces suites des nombres trouver la relation qui permet d'obtenir une valeur en fonction de sa position dans la suite.

Exercice 7192

1. On considère la suite dont le premier terme vaut 2 et dont "*le successeur a pour valeur le double de celle de son prédécesseur*"

   Construire les quatre premiers termes de la suite.

2. On considère la suite dont le premier terme vaut -3 et dont "*le successeur a pour valeur celle de son prédécesseur augmentée de* 3."

   Construire les quatre premiers termes de la suite.

3. On considère la suite dont les termes sont indexés à partir de 0 et dont "*la valeur d'un terme est le carré de son rang*".

Exercice 7184

Pour chaque question, déterminer les quatre premiers termes de la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$:

a. $u_n = \dfrac{n+1}{n+2}$

b. $u_{n+1} = 2{\cdot}u_n - 2$; $u_0 = 3$

c. $u_n = \sqrt{n^2+n+1}$

d. $u_{n+1} = 2{\cdot}u_n - 2$; $u_0 = 1$

e. $u_n = \dfrac{n-2}{n+1}$

f. $u_{n+1} = \dfrac{u_n - 2}{u_n + 1}$; $u_0 = 2$

Exercice 7190

1. a. Dans un langage de programmation, saisir l'algorithme suivant :

```
a ← 2
Pour i allant de 0 à 4
   a ← a+3
Fin Pour
```

   b. En effectuant une exécution pas à pas, noter les valeurs successives prises par la variable `a` :
   ... ; ... ; ... ; ... ; ... ; ...

2. a. Modifier l'algorithme pour que les valeurs successives prises par la variable `a` soit :
   2 ; 6 ; 10 ; 14 ; 18 ; 22

   b. Modifier l'algorithme pour que les valeurs successives prises par la variable `a` soit :
   5 ; 10 ; 15

2. Rappels : suites arithmétiques et géométriques :

Exercice 7193

La société Mandine embauche Arthur au 1^er^ Janvier 2009 avec un salaire de 1525 € et lui propose deux types d'avancement :

- Chaque 1^er^ Janvier, son salaire se verra augmenter de 32 €.
- Chaque 1^er^ Janvier, son salaire augmente de 2 %.

1. Compléter le tableau suivant en arrondissant les valeurs au dixième près :

Année	2009	2010	2011	2012
Avancement A				
Avancement B				

Année	2013	2014	2015	2016
Avancement A				
Avancement B				

2. A partir de quelle année, Arthur aura un salaire plus important en choisissant l'avancement B?

Exercice 7195

Un demandeur d'emploi se voit proposer deux offres :

- Un salaire initial de 1150 euros par mois et une augmentation de 5 % par mois.
  On note (a_n) la suite de ces revenus mensuels avec cette proposition.
- Un salaire initial de 1200 euros par mois et une augmentation de 3 % par mois. On note (b_n) la suite de ces revenus mensuels avec cette proposition.

1. Donner la nature et les èlèments caractéristiques de chacune des suites (a_n) et (b_n).
2. Compléter le tableau ci-dessous en arrondissant les valeurs des termes au centième près.

n	0	1	2	3	4
a_n					
b_n					

3. a. Au bout du $5^{\text{ième}}$ mois, quelle est la proposition rendant le salaire le plus avantageux?
   b. A la vue de la somme reçue au terme des cinq mois, quelle est la proposition la plus avantageuse?

Exercice 7186

1. On considère la suite (u_n) arithmétique de premier terme 3 et de raison 5.
   Déterminer les cinq premiers termes de cette suite.
2. On considère la suite (v_n) arithmétique définie par :
   $v_0 = 6 \quad ; \quad v_{n+1} = v_n - 2$
   Déterminer la valeur des 6 premiers termes de la suite (v_n).

Exercice 7188

1. On considère la suite (u_n) géométrique de premier terme 2 et de raison 3.
   Déterminer les cinq premiers termes de cette suite.
2. On considère la suite (v_n) géométrique définie par :
   $v_0 = -2 \quad ; \quad v_{n+1} = \frac{1}{2} \cdot v_n$
   Déterminer la valeur des 6 premiers termes de la suite (v_n).

3. Rappels : formule explicite des suites arithmétiques et géométriques :

Exercice 7024

Un site internet propose à ses abonnés des films à télécharger. Lors de son ouverture, 500 films sont proposés et chaque mois, le nombre de films proposés aux abonnés augmente de 6 %

On modélise le nombre de films proposés par une suite géométrique (u_n) où n désigne le nombre de mois depuis l'ouverture du site. On a donc $u_0 = 500$.

1. Calculer u_1 et u_2 et donner le résultat arrondi à l'unité.
2. Exprimer u_n en fonction de n.
3. Déterminer la valeur du terme de rang 6 arrondie à l'unité.

4. Rappels : caractérisations des suites arithmétiques et géométriques :

Exercice 7187

1. On considère la suite (u_n) dont les premiers termes sont :
   $u_0 = 2 \quad ; \quad u_1 = 5 \quad ; \quad u_2 = 9 \quad ; \quad u_3 = 12$
   Justifier que la suite (u_n) n'est pas une suite arithmétique.
2. On considère la suite (v_n) dont les premiers termes sont :
   $v_0 = 8 \quad ; \quad v_1 = 4 \quad ; \quad v_2 = 2 \quad ; \quad v_3 = \frac{1}{2}$
   Justifier que la suite (v_n) n'est pas une suite géométrique.

5. Reconnaissance d'une suite géométrique :

Exercice 7275

1. Soit (u_n) une suite géométrique de raison 3 et tel que : $u_7 = 3^2 \times 2^2$

   Déterminer la valeur de u_2.

2. Soit (v_n) une suite géométrique de raison $\dfrac{3}{2}$ et tel que $v_6 = 12$. Déterminer la valeur de v_3.

Exercice 7274

Pour chaque question est définie une suite (u_n) pour tout entier naturel n. Dire si cette suite géométrique ou non en justifiant votre réponse et en donnant, le cas échéant, ses éléments caractéristiques :

a. $u_n = 3 \cdot n + 1$ b. $u_n = 5^n + 5^{n+1}$

c. $u_n = 2 \times \dfrac{4^n}{3^{n+1}}$ d. $u_n = n^n$

6. Etude d'une seuil :

Exercice 7268

Parmi les quatre affirmations ci-dessous, une seule est exacte. Laquelle? Justifier votre réponse.

On considère l'algorithme ci-dessous :

```
n ← 0
U ← 50
Tant que U<120
    U ← 1,2×U
    n ← n+1
Fin Tant que
```

En fin d'exécution, quelle est la valeur de la variable **n** :

a. 4 b. 124,416 c. 5 d. 96

Exercice 7206

Un commerçant venant d'ouvrir une boutique remarque que son chiffre d'affaire a commencé à 25 000 euros par mois et a progressé tous les mois de 2 %.

Il décide de modéliser la progression de son chiffre d'affaire par la suite (u_n) où u_0 représente le chiffre d'affaire du premier mois d'ouverture.

1. Donner la nature et les caractérisitiques de la suite (u_n).

2. a. A l'aide de la calculatrice, déterminer à partir de combien de mois, son chiffre d'affaires dépassera 30 000 euros.

   b. Compléter l'algorithme afin que la valeur de la variable **n** ait pour valeur, à la fin de son exécution, le nombre de mois après l'ouverture afin que son chiffre d'affaires dépassera 30 000 euros

```
ℓ.1    n ← 0
ℓ.2    U ← 25 000
ℓ.3    Tant que ... faire
ℓ.4        n ← ...
ℓ.5        U ← ...
ℓ.6    Fin Tant que
```

7. Somme des termes d'une suite géométrique :

Exercice 7261

Déterminer, pour chaque question, la valeur exacte de la somme, puis se cas échéant sa valeur arrondie au centième :

a. $1+4+4^2+\cdots+4^6$ b. $1+0,2+0,2^2+\cdots+0,2^7$

c. $1+\dfrac{1}{6}+\left(\dfrac{1}{6}\right)^2+\cdots+\left(\dfrac{1}{6}\right)^2$ d. $1+1^1+1^2+\cdots+1^{10}$

Exercice 7004

On considère la suite géométrique de premier terme 1 et de raison 2.
La somme des 13 premiers termes de cette suite vaut :

Parmi les 3 réponses ci-dessous, laquelle est exacte?

a. 4095 b. 8191 c. $\dfrac{1-2^{14}}{1-2}$

Exercice 7046

Parmi les quatre propositions ci-dessous, laquelle est vraie?

La somme $S = 1+2+2^2+2^3+\cdots+2^{30}$ est égale à :

a. $-1+2^{31}$ b. $1-2^{31}$

c. $-1+2^{30}$ d. $1-2^{30}$

Exercice 7263

Au 1er Janvier 2017, une association sportive compte 900 adhérents. On constate que chaque mois 8 % des adhérents de l'association ne renouvellent pas leur adhésion.

1. Déterminer le nombre d'adhérents au 1er Mars 2017.

2. On modélise le nombre d'adhérents n mois après le 1er Janvier 2017 par la suite (u_n).

   a. Donner la nature et les élèments caractéristiques de la suite (u_n).

   b. Donner l'expression du terme u_n en fonction de son rang n.

   c. Déterminer le nombre d'adhérents, arrondi à l'unité, au 1er Janvier 2018.

3. Chaque adhérent verse une cotisation de 10 euros par mois. Le trésorier de l'association souhaite prévoir le

montant total des cotisations pour l'année 2017.
Le trésorier souhaite utiliser l'algorithme suivant dans lequel la septième et la dernière ligne sont restées incomplètes *(pointillés)*.

a. Recopier et compléter l'algorithme afin qu'à la fin de son exécution, la variable S ait pour valeur le montant total des cotisations de l'année 2017.

```
S ← 0
U ← 900
Pour N allant de 1 à 12
    S ← ...
    U ← 0,92·U
Fin Pour
```

b. Quelle est la somme totale des cotisations perçues par l'assocation pendant l'année 2017?
On arrondi la somme à l'euro près.

Exercice 7271

On considère l'algorithme ci-dessous :

```
Fonction f(n)
    u ← 2 000
    S ← 2 000
    Pour i allant de 2 à n
        u ← u×1,008
        S ← S+u
    Fin pour
```

On exécute la fonction en lui founissant pour l'argument `n` la valeur 5.

Dans le tableau ci-dessous, résumer les valeurs affectées aux variables de la fonction `f` au cours de son appel :

Valeur de `i`		2			
Valeur de `u`	2 000				
Valeur de `S`	2 000				

Exercice 7315

Sans justification, donner la valeur contenue dans la variable S après l'éxécution de cet algorithme :

```
u ← 2
S ← 2
Pour i allant de 1 à 20
    u ← u×1,05
    S ← S+u.
Fin pour
```

8. Suites géométriques, seuil et somme :

Exercice 7314

Une petite ville dispose d'une service municipal de location de vélos. La municipalité souhaite être informée sur le nombre de vélos en circulation et le coût engendré.
Le responsable du service de location de vélos constate qu'entre les vélos inutilisables car perdus, volés ou détériorés et les nouveaux vélos acquis, le nombre de vélos utilisables augmente de 5 % chaque année.

Le 1*er* janvier 2017, le parc contient 200 vélos utilisables.

On modélise l'évolution du nombre de vélos utilisables par une suite $\big(u_n\big)$ dans laquelle, pour tout entier nature n, u_n est le nombre de vélos le 1er janvier de l'année $2017+n$.
Ainsi, $u_0=200$ et, pour tout entier naturel n :
$u_{n+1} = 1{,}05\times u_n$.

1. a. Justifier le coefficient 1,05 dans l'expression de u_{n+1} en fonction de u_n.

   b. Combien y aura-t-il de vélos dans ce parc au 1er janvier 2018?

2. La municipalité a décidé d'arrêter l'achat de nouveaux vélos dès que son stock dépasera 500 unités.
En quelle année, le stock du service municipal sera supérieur à 500 vélos pour la première fois?

3. Pour l'aider à maintenir le service de location, la municipalité a obtenu une subvention de la région qui sera versée de 2017 inclus à 2032 inclus.
Cette subvention s'élève à 10 euros par vélo disponible à la location.

   En supposant que l'augmentation du stock de vélos reste constante à 5 % chaque année durant cette période, déterminer la somme totale perçue grâce à cette subvention du 1er janvier 2017 au 1er janvier 2032.
   On donner la valeur exacte et la valeur arrondie au centième près.

9. Suites géométriques : limites :

Exercice 7265

On considère la suite géométrique $\big(u_n\big)$, de raison 0,9 et de premier terme $u_0=50$.

Pour tout entier naturel n, on note $S_n=u_0+u_1+\cdots+u_n$.

On admet que la suite $\big(S_n\big)$ est croissante et que pour tout entier naturel n : $S_n=500-450\times0{,}9^n$.

1. Déterminer la limite de la suite $\big(S_n\big)$ lorsque n tend vers $+\infty$.

2. Alex affirmer que S_n peut dépasser 500 pour une valeur de l'entier n suffisamment grande.
Que pensez-vous de son affirmation? Justifier la réponse.

Exercice 7531

On considère la suite géométrique (u_n) de premier terme $u_0=50$ et de raison 0,9.

1. Déterminer la valeur exacte du terme u_{24} et donner une valeur approchée du résultat à 10^{-3} près.

2. Pour tout entier naturel n, on note :
$S_n = u_0+u_1+\cdots+u_n$

   a. Déterminer la valeur exacte de la somme S_{24}. On donnera une valeur approchée du résultat à l'unité près.

   On admet que la suite (S_n) est croissante et que pour tout entier naturel n :
   $S_n = 500 - 450\times 0{,}9^n$

   b. Déterminer la limite de la suite (S_n) lorsque n tend vers $+\infty$.

   c. Alex affirme que S_n peut dépasser 500 pour une valeur de l'entier n suffisamment grande.
   Que pensez-vous de son affirmation? Justifier la réponse.

10. Suites géométriques : limites et seuil :

Exercice 7292

On considère la suite (u_n) définie par :
$u_0 = 0 \quad ; \quad u_{n+1} = 0{,}8\cdot u_n + 0{,}1$ pour tout $n\in\mathbb{N}^*$

1. a. Saisir l'algorithme ci-dessous :

```
u ← 0
Pour i allant de 1 à n
    u ← 0,8×u+0,1
Fin pour
```

   b. La variable n ayant pour valeur 10, que représentent les différentes valeurs de la variable u au cours de l'exécution de l'algorithme.

   c. En exécutant pas à pas l'algorithme, quelle conjecture peut-on faire sur les valeurs des termes de la suite (u_n)?

2. a. Saisir l'algorithme ci-dessous :

```
u ← 0
n ← 0
Tant que u<0,499
    u ← 0,8×u+0,01
    n ← n+1
Fin tant que
```

   b. A la fin de l'exécution de l'algorithme, que représente la valeur de la variable n?

Exercice 7269

On note $S_n = u_1+u_2+\cdots+u_n$ la somme des n premiers termes d'une suite (u_n), n étant un entier naturel non nul. On admet que :
$S_n = -250\,000 + 250\,000\times 1{,}008^n$
et que la suite (S_n) est croissante.

1. Déterminer la limite des termes de la suite (S_n) lorsque n tend vers $+\infty$.

2. Déterminer, à l'aide de la calculatrice, à partir de quel rang, la suite S_n a une valeur supérieure à 125 000.

