Compiler exercice

Compiler correction

Plus d'option

Terminale ES/Suites arithmético-géométrique

1. Rappels :

Exercice 7544

1. Les techniciens d'un aquarium souhaitent régler le distributeur automatique d'un produit visant à améliorer la qualité de l'eau dans un bassin.
   Au début du test, la concentration du produit dans ce bassin est de $160\,mg{\cdot}\ell^{-1}$.
   On estime que la concentration du produit baisse d'environ $10\,\%$ par semaine.

   Donner la concentration de ce produit au bout de 8 semaines.

2. Les techniciens mettent en place un distributeur automatique de telle sorte qu'il déverse chaque semaine une certaine quantité de produit. Après étude, il observe qu'avec l'utilisation de cette machine, la concentration de ce produit augmente de $5\,\%$ par semaine.

   En commençant les mesures avec une concentration de $120\,mg{\cdot}\ell^{-1}$, quelle sera le mesure de la concentration de ce produit au bout de 8 semaines?

Les concentrations obtenues seront arrondies au dixième près.

Exercice 7543

1. On considère la suite (u_n), définie sur $\mathbb{N}$, géométrique de premier terme 3 et de raison 2,5.
   a. Déterminer, arrondis au millième près, la valeur des termes u_5 et u_7
   b. Donner la limite des termes de la suite (u_n) lorsque n tend vers $+\infty$.
2. On considère la suite (v_n), définie sur $\mathbb{N}$, géométrique de premier terme 7 et de raison 0,5.
   a. Déterminer, arrondis à 10^{-5} près, la valeur des termes v_5 et v_7
   b. Donner la limite des termes de la suite (v_n) lorsque n tend vers $+\infty$.

2. Modéliser un problème :

Exercice 7040

Le 1^er septembre 2015, un ensemble scolaire compte $3\,000$ élèves.
Une étude statistique interne a montré que chaque 1^er septembre :

- $10\,\%$ de l'effectif quitte l'établissement ;
- 250 nouveaux élèves s'inscrivent.

On cherche à modéliser cette situation par une suite (u_n) où, pour tout entier naturel n, u_n représente le nombre d'élèves le 1^er septembre de l'année $2015{+}n$.

Justifier qu'on peut modéliser la situation avec la suite (u_n) telle que $u_0=3\,000$ et, pour tout entier naturel n :
$$u_{n+1}=0{,}9{\cdot}u_n+250$$

Exercice 7012

L'entreprise *PiscinePlus*, implanté dans le sud de la France, propose des contrats annuels d'entretien aux propriétaires de piscines privées.

Le patron de cette entreprise remarque que, chaque année, $12\,\%$ de contrats supplémentaires sont souscrits et 6 contrats résiliés. Il se fonde sur ce constat pour estimer le nombre de contrats annuels à venir.

En 2015, l'entreprise *PiscinePlus* dénombrait 75 contrats souscrits.

On modélise la situation par une suite (u_n) où u_n représente le nombre de contrats souscrits auprès de l'entreprise *PiscinePlus* l'année $2015{+}n$. Ainsi, on a $u_0=75$.

1. Estimer le nombre de contrats d'entretien en 2016.
2. Montrer que, pour tout entier naturel n, on a :
$$u_{n+1}=1{,}12{\cdot}u_n-6$$

3. Formule explicite :

Exercice 7527

Soit la suite (u_n) définie par $u_0=150$ et pour tout entier naturel n :

$u_{n+1} = 0{,}8\cdot u_n + 45$

On considère la suite (v_n) définie pour tout entier naturel n par :

$v_n = u_n - 225$

1. Démontrer que (v_n) est une suite géométrique et préciser son premier terme et sa raison.
2. En déduire que pour tout entier naturel n :
   $u_n = 225 - 75\times 0{,}8^n$

Exercice 7529

On considère la suite (u_n) définie pour $u_0=27\,500$ et pour tout entier naturel n, on a :

$u_{n+1} = 1{,}04\cdot u_n - 156$

On cherche à calculer explicitement le terme général u_n en fonction de n. Pour cela, on note (v_n) la suite définie, pour tout entier naturel n, par :

$v_n = u_n - 3\,900$

1. Montrer que (v_n) est une suite géométrique dont on précisera la raison et le premier terme.
2. En déduire que, pour tout entier naturel n :
   $u_n = 23\,600\times 1{,}04^n + 3\,900$

4. Limite :

Exercice 7033

Un loueur de voitures dispose au 1er mars 2015 d'un total de 10 000 voitures pour l'Europe.
Afin d'entretenir son parc, il décide de revendre, au 1er mars de chaque année, 25 % de son parc automobile et d'acheter 3 000 voitures neuves.

On modélise le nombre de voitures de l'agence à l'aide d'une suite :
Pour tout entier naturel n, on note u_n le nombre de voitures présentes dans le parc automobile au 1er mars de l'année $2015+n$.
On a donc : $u_0=10\,000$

1. Expliquer pourquoi pour tout entier naturel n :
   $u_{n+1} = 0{,}75\cdot u_n + 3000$
2. Pour tout entier naturel n, on considère la suite (v_n) définie par :
   $v_n = u_n - 12\,000$
   a. Montrer que la suite (v_n) est une suite géométrique de raison 0,75. Préciser son premier terme.
   b. Exprimer v_n en fonction de n.
   Déterminer la limite de la suite (v_n).
   c. Justifier que, pour tout entier naturel n :
   $u_n = 12\,000 - 2\,000\times 0{,}75^n$
   d. En vous appuyant sur les réponses données aux deux questions précédentes, que pouvez-vous conjecturer sur le nombre de voitures que comptera le parc automobile de ce loueur au bout d'un grand nombre d'années?

Exercice 7025

Un site internet propose à ses abonnés des films à télécharger.

En raison d'une offre de bienvenue, le nombre d'abonnés au lancement est 15 000. Sur la base des premiers mois, on estime que le nombre des clients abonnés au site évolue suivant la règle suivante : chaque mois, 10 % des clients se désabonnent et 2 500 nouveaux abonnés sont enregistrés.
On note v_n l'estimation du nombre d'abonnés n mois après l'ouverture, on a ainsi $v_0=15\,000$.

1. Justifier que, pour tout entier naturel n, on a :
   $v_{n+1} = 0{,}9\times v_n + 2\,500$
2. On considère la suite (w_n) définie pour tout entier naturel n par :
   $w_n = v_n - 25\,000$
   a. Montrer que la suite (w_n) est géométrique de raison 0,9 et préciser son premier terme.
   b. En déduire que, pour tout entier n :
   $v_n = 25\,000 - 10\,000\times 0{,}9^n$
   c. Peut-on prévoir, à l'aide de ce modèle, une stabilisation du nombre d'abonnés sur le long terme? Justifier la réponse.

Exercice 7604

En 2015, les forêts couvraient environ 4 000 millions d'hectares sur terre. On estime que, chaque année, cette surface diminue de 0,4 %. Cette perte est en partie compensée par le reboisement, naturel ou volontaire, qui est estimé à 7,2 millions d'hectares par an.
On considère la suite (u_n) définie par $u_0=4\,000$ et, pour tout entier naturel n :

$u_{n+1} = 0{,}996\times u_n + 7{,}2$

1. Justifier que, pour tout entier naturel n, u_n permet d'obtenir une estimation de la surface mondiale de forêt, en millions d'hectares l'année $2015+n$.
2. Recopier et compléter l'algorithme ci-dessous pour qu'à la fin de son exécution, la variable `N` ait pour valeur la première année pour laquelle la surface totale de forêt couvre moins de 3 500 millions d'hectares sur terre.


```
N ← 2015
U ← 4 000
...
...
...
```

3. On considère la suite (v_n) définie pour tout entier naturel n par :
$v_n = u_n - 1\,800$

a. Démontrer que la suite (v_n) est géométrique puis préciser son premier terme et sa raison.

b. En déduire que pour tout entier naturel n, on a :
$u_n = 2200 \times 0{,}996^n + 1800$

c. Selon ce modèle et si le phénomène perdure, la surface des forêts sur terre va-t-elle finir par disparaître? Justifier la réponse.

5. Etude d'un seuil :

Exercice 7526

Soit la suite (u_n) définie par $u_0 = 150$ et pour tout entier naturel n :
$u_{n+1} = 0{,}8 \cdot u_n + 45$

1. Calculer u_1 et u_2.

2. Voici deux propositions d'algorithmes :

```
U ← 150
N ← 0
Tant que U⩾220
    U ← 0,8×U+45
    N ← N+1
Fin Tant que
```
Algorithme 1

```
U ← 150
N ← 0
Tant que U<220
    U ← 0,8×U+45
    N ← N+1
Fin Tant que
```
Algorithme 2

On s'intéresse, à la fin de son exécution, à la valeur de la variable N de l'algorithme.

a. Un seul de ces algorithmes permet d'affecter à la variable N, en fin d'exécution, le plus petit entier naturel n tel que $u_n \geqslant 220$.
Préciser lequel en justifiant pourquoi l'autre algorithme ne le permet pas.

b. Quelle est la valeur de la variable N à la fin de l'exécution de cet l'algorithme?

6. Résolution d'inéquations (logarithme) :

Exercice 7013

On considère la suite (u_n) définie par :
$u_0 = 75 \quad ; \quad u_{n+1} = 1{,}12 \cdot u_n - 6 \quad$ pour tout $n \in \mathbb{N}$

On pose pour tout entier naturel n : $\quad v_n = u_n - 50$

1. Montrer que la suite (v_n) est une suite géométrique. En préciser la raison et le premier terme.

2. En déduire l'expression de v_n en fonction de n puis montrer que, pour tout entier naturel n, on a :
$u_n = 25 \times 1{,}12^n + 50$

3. Résoudre dans l'ensemble des entiers naturels l'inéquation :
$u_n > 100$.