Compiler exercice   Compiler correction   Plus d'option

Terminale ES/Probabilité conditionnelle

1. Rappels : probabilités :

Exercice 7117

Le tableau ci-dessous donne, d'après un échantillon de 800 personnes interrogés en 2005, un aperçu de la lecture de la presse quotidienne en France.

	Tous les jours ou presque	Une ou deux fois par semaine	Seulement pendant certaines périodes	Rarement	Jamais	Total
Agriculteurs exploitants	1	10	2	8	79	100
Artisans, commerçants, chefs d'entreprise	11	11	5	7	66	100
Cadres	17	16	10	18	39	100
Professions intermédiaires	8	15	7	15	55	100
Employés	6	7	4	9	74	100
Ouvriers (y compris agricoles)	4	5	3	5	83	100
Retraités	6	7	2	6	79	100
Autres inactifs	5	9	4	9	73	100
Total en effectif	58	80	37	77	548	800
Pourcentages du total	7,25 %	10 %	4,625 %			

Dans cet exercice, les résultats seront données sous forme décimale et éventuellement arrondis à 0,001 *près.*

Partie A.

1. La dernière ligne du tableau ci-dessous représente la part de chaque catégorie par rapport à l'échantillon total. Calculer les valeurs manquantes de cette dernière ligne.
2. Donner la probabilité qu'une personne choisie au hasard parmi les cadres ne lise jamais.

Partie B.

On choisit au hasard une personne dans cet échantillon de 800 personnes. Dans cette partie, on note les évènements suivants :

- J l'évènement : "*la personne choisie ne lit jamais*" ;
- O l'évènement : "*la personne choisie est un ouvrier*".

1. Calculer les probabilités des évènements J et O.
2. Calculer la probabilité de l'évènement $J\cap O$.
3. Calculer la probabilité de l'évènement $J\cup O$

Exercice 7118

Soit $(\Omega\,;\mathcal{P})$ un espace probabilisé où A et B sont deux événements de Ω tels que :

$$\mathcal{P}(A)=0{,}36 \quad ; \quad \mathcal{P}(B)=0{,}27$$

1. Que peut-on dire de A et de B si $\mathcal{P}(A\cup B)=0{,}63$?
2. On suppose que : $\mathcal{P}(A\cup B)=0{,}5$:
   a. Que peut-on dire de A et de B?
   b. Quelle est la probabilité qu'un événement réalise simultanément les événements A et B.

Exercice 7119

Le comité d'entreprise d'une société parisienne souhaite organiser un week-end en province.

Une enquête est faite auprès des 1 200 employés de cette entreprise afin de connaître leur choix en matière de moyen de transport *(les seuls moyens de transport proposés sont le train, l'avion ou l'autocar)*

Les résultats de l'enquête auprès des employés de l'entreprise sont répertoriés dans le tableau suivant :

	Train	Avion	Autocar	Total
Femme	468	196	56	720
Homme	150	266	64	480
Total	618	462	120	1200

On interroge au hasard un employé de cette entreprise *(on suppose que tous les employés ont la même chance d'être interrogés)*.

F l'évènement : "*l'employé est une femme*" ;

T l'évènement : "*l'employé choisit le train*".

1. Calculer les probabilités $\mathcal{P}(F)$, $\mathcal{P}(T)$ puis déterminer la probabilité que l'employé ne choisisse pas le train *(on donnera les résultats sous forme décimale)*

2. a. Déterminer la probabilité de l'évènement $F \cap T$.

b. En déduire la probabilité de l'évènement $F \cup T$.

3. En choisissant un employé au hasard parmi les employé n'ayant pas choisi le train, quelle est la probabilité que cet employé soit une femme? *(on donnera le résultat arrondi au millième)*

2. Rappels : loi de probabilité :

Exercice 7120

Soit $\mathcal{X}$ une variable aléatoire dont la loi de probabilité est donnée ci-dessous :

x_i	1	2	3	4	5	6
$\mathcal{P}(X=x_i)$	0,05	0,12	0,15	0,23	0,17	a

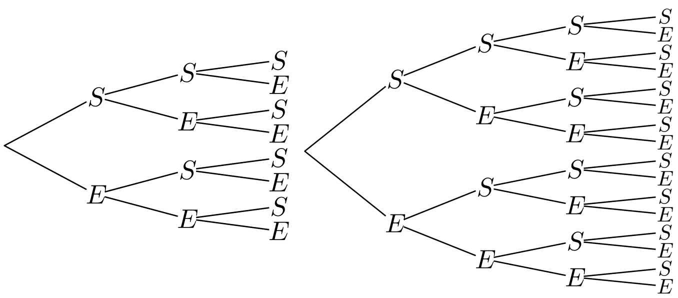
1. Déterminer la valeur de a afin que le tableau ci-dessous représente une loi de probabilité.

2. Déterminer les probabilités suivantes :
   a. $\mathcal{P}(\mathcal{X} \geqslant 3)$ b. $\mathcal{P}(\mathcal{X} < 5)$

3. Rappels : loi binomiale :

Exercice 7155

Voici les arbres de choix associés à la répétition d'une épreuve de Bernoulli respectivement 3 et 4 fois :



1. Pour la répétition trois fois de l'épreuve de Bernoulli, compléter le tableau ci-dessous :

Nombre de succès	0	1	2	3
Nombre d'issues				

2. Pour la répétition quatre fois de l'épreuve de Bernoulli, compléter le tableau ci-dessous :

Nombre de succès	0	1	2	3	4
Nombre d'issues					

Exercice 7121

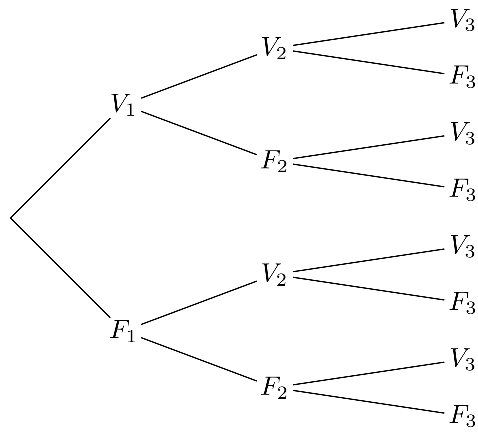
Un QCM *(questionnaire à choix multiples)* est proposé à des élèves : il comporte trois questions et pour chaque des questions, quatre réponses sont proposées dont une seule est juste.

On souhaite étudier le pourcentage de réussite à ce QCM si les élèves y répondent complétement de réponse aléatoire ; on suppose alors que les réponses données à chacune des questions sont indépendantes entre elles.

On note :

- F_i : "*La réponse fournit à la question i est fausse*" ;
- V_i : "*La réponse fournit à la question i est vraie*" ;

1. Compléter l'arbre pondéré ci-dessous :



2. On note $\mathcal{X}$ la variable aléatoire qui associe à chaque évènement élémentaire le nombre de bonnes réponses obtenues au QCM.

   a. Justifier que la variable alétoire $\mathcal{X}$ suit une loi binomiale de paramètres 3 et 0,25.

   b. Afin d'obtenir la loi de probabilité de la variable aléatoire $\mathcal{X}$, compléter le tableau ci-dessous :

k	0	1	2	3
$\mathcal{P}(\mathcal{X}=k)$				

   c. Calculer l'espérance de la variable aléatoire $\mathcal{X}$.

Exercice 7168

Le coefficient binomial $\binom{n}{k}$ permet de connaître le nombre de chemin de l'arbre de chois réalisant k succès pour n répétitions.

Ci-dessous est donnée la capture de l'écran d'une calculatrice pour le calcul du coefficient binomial $\binom{5}{3}$:

Pour une variable aléatoire $\mathcal{X}$ suivant une loi binomiale de paramètre n et p, la probabilité que la variable aléatoire prenne la valeur k a pour valeur :

$$\mathcal{P}(\mathcal{X}{=}k) = \binom{n}{k} \cdot p^k \cdot (1-p)^{n-k}$$

1. A l'aide de la calculatrice, déterminer les coefficients binomiaux ci-dessous :

   a. $\binom{5}{3}$ b. $\binom{4}{0}$ c. $\binom{4}{2}$ d. $\binom{7}{5}$

2. Considérons la variable aléatoire $\mathcal{X}$ suivant la loi binomiale de paramètre $\mathcal{B}(12\,;\,0{,}3)$. Déterminer les probabilités suivantes arrondies à 10^{-4} près :

   a. $\mathcal{P}(\mathcal{X}{=}3)$ a. $\mathcal{P}(\mathcal{X}{=}7)$

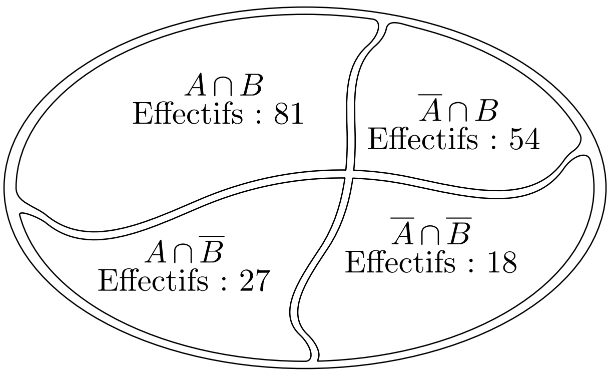
3. Considérons la variable aléatoire $\mathcal{X}$ suivant la loi binomiale de paramètre $\mathcal{B}(8\,;0{,}4)$. Déterminer les probabilités suivantes en passant par le complémentaire :

   a. $\mathcal{P}(\mathcal{X}\geqslant 1)$ a. $\mathcal{P}(\mathcal{X}\leqslant 19)$

4. Introduction aux probabilités conditionnelles :

Exercice 7127

Dans une expérience aléatoire, on considère deux évènements A et B qui réalise la partition de l'univers représentée ci-dessous :



1. Déterminer les probabilités suivantes :

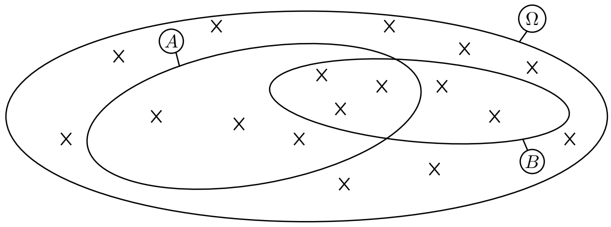
   a. $\mathcal{P}(A)$ b. $\mathcal{P}(\overline{B})$ c. $\mathcal{P}(A\cap\overline{B})$

2. On modifie l'expérience aléatoire en ne considérant que l'univers constitué de l'évènement A. On note $\mathcal{P}'$ la nouvelle probabilité sur A. Déterminer la probabilité suivante :
   $\mathcal{P}'(B)$

3. De même, on ne considère que les évènements issus de $\overline{B}$ et on note $\mathcal{P}''$ la probabilité sur cet univers. Déterminer la probabilité suivante : $\mathcal{P}''(\overline{A})$

Exercice 7122

On considère un ensemble Ω et deux de ses parties A et B représentés ci-dessous et dont les éléments sont représentés par des croix :



De manière équiprobable, on choisit un élément au hasard.

1. a. Quelle est la probabilité que l'élément tiré appartienne à A?

   b. Sachant qu'on a tiré un élément de B, quelle est la probabilité que cet élément appartienne à A?

2. a. Déterminer les probailité suivantes :
   $\mathcal{P}(B)$; $\mathcal{P}(A\cap B)$

   b. Donner la valeur du quotient : $\dfrac{\mathcal{P}(A\cap B)}{\mathcal{P}(B)}$.

   Que remarque-t-on?

5. Probabilité conditionnelle : modéliser :

Exercice 7125

Une agence de location de voitures dispose de trois types de véhicules : berline, utilitaire ou luxe, et propose, au moment de la location, une option d'assurance sans franchise.
Une étude statistique a permis d'établir que :

- 30 % des clients ont loué une berline et 10 % ont loué un véhicule de luxe.
- 40 % des clients qui ont loué une berline ont choisi l'option d'assurance sans franchise.
- 9 % des clients ont loué un véhicule de luxe et ont choisi l'option d'assurance sans franchise.
- 21 % des clients ont loué un véhicule utilitaire et ont choisi l'option d'assurance sans franchise.

On prélève au hasard la fiche d'un client et on considère les évènements suivants :

- B : le client a loué une berline.

- L : le client a loué un véhicule de luxe.
- U : le client a loué un véhicule utilitaire.
- A : le client a choisi l'option d'assurance sans franchise.

Produire un arbre de probabilités représentant la situation ci-dessus et intégrant les données de l'énoncé.

6. *Probabilité conditionnelle :*

Exercice 7134

Un serveur, travaillant dans une pizzeria, remarque qu'en moyenne, 40 % des clients sont des familles, 25 % des clients sont des personnes seules et 35 % des clients sont des couples.

Il note aussi que :

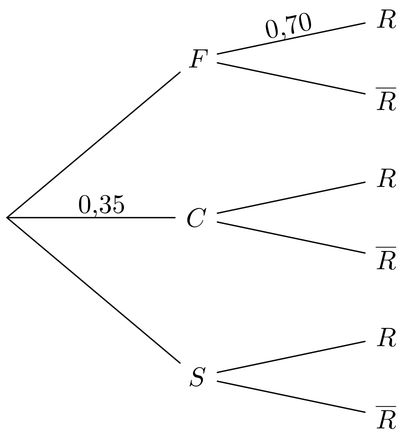
- 70 % des familles laissent un pourboire ;
- 90 % des personnes seules laissent un pourboire ;
- 40 % des couples laissent un pourboire.

Un soir donné, ce serveur prend au hasard une table occupée dans la pizzeria.
On s'intéresse aux évènements suivants :

- F : "*la table est occupée par une famille*"
- S : "*la table est occupée par une personne seule*"
- C : "*la table est occupée par un couple*"
- R : "*le serveur reçoit un pourboire*"

On note $\overline{A}$ l'évènement contraire de A et $p_B(A)$ la probabilité de A, sachant B.

1. D'après les données de l'énoncé, préciser les probabilités $p(F)$ et $p_S(R)$.
2. Recopier et compléter l'arbre pondéré suivant :



3. Calculer $p(F\cap R)$

Exercice 7156

Amélie doit traverser la rue principale d'un village qui est jalonnée de deux feux tricolores.

Pour $n\in\{1;2\}$, on note E_n l'évènement "*Amélie est arrétée par le n^e feu rouge ou orange*" et $\overline{E_n}$ l'évènement contraire. Le feu orange est considéré comme un feu rouge.

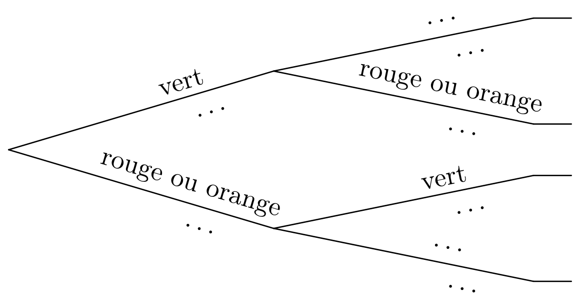
Soit p_n la probabilité de E_n et q_n celle de $\overline{E_n}$. La probabilité que le premier feu tricolore soit rouge ou orange vaut $\dfrac{1}{8}$

On suppose que les deux conditions suivantes sont réalisées :

- La probabilité que le second feu tricolore soit rouge ou orange, si le premier feu est rouge, vaut $\dfrac{1}{20}$.
- La probabilité que le seond feu tricolore soit rouge ou orange, si le premier feu est vert, est égale à $\dfrac{9}{20}$.

On s'intéresse, tout d'abord, aux premiers feux tricolores.

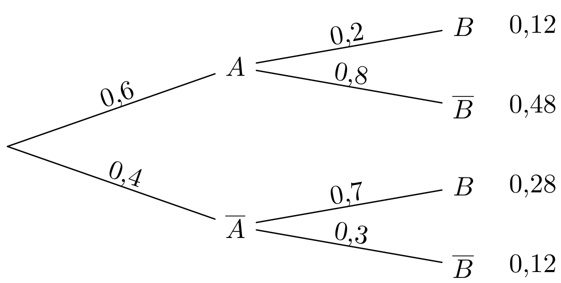
1. Recopier et compléter l'arbre pondéré ci-dessous.



2. On note $\mathcal{X}$ la variable aléatoire égale au nombre de feux verts parmi ces deux feux tricolores. Déterminer la loi de probabilité de $\mathcal{X}$.

Exercice 7124

Dans une expérience aléatoire, on considère les deux évènements A et B. L'étude de cet expérience aléatoire a permis de produire l'arbre de probabilité ci-dessous :



Donner, si possible, par lecture de l'arbre les probabilités suivantes :

a. $\mathcal{P}(A)$	b. $\mathcal{P}(\overline{A}\cap B)$	c. $\mathcal{P}(A\cap\overline{B})$
d. $\mathcal{P}_B(\overline{A})$	e. $\mathcal{P}_A(B)$	f. $\mathcal{P}_{\overline{A}}(B)$

7. *Formule des probabilités totales :*

Exercice 7110

A une sortie d'autoroute, la gare de péage comporte trois voies.
Une étude statistique a montré que :

- 28 % des automobilistes empruntent la voie de gauche, réservée aux abonnées ; un automobiliste empruntant cette voie franchit toujours le péage en moins de 10 secondes ;
- 52 % des automobilistes empruntent la voie du centre, réservée au paiement par carte bancaire ; parmi ces derniers, 75 % franchissent le péage en moins de 10 secondes ;
- les autres automobilistes empruntent la voie de droite en utilisant un autre moyen de paiement *(pièces ou billets)*.

On choisit un automobiliste au hasard et on considère les évènements suivants :

- G : "*l'automobiliste emprunte la voie de gauche*" ;
- C : "*l'automobiliste emprunte la voie du centre*" ;
- D : "*l'automobiliste emprunte la voie de droite*" ;
- T : "*l'automobiliste franchit le péage en moins de* 10 *secondes*".

On note $\overline{T}$ l'évènement contraire de l'évènement T.

1. Construire un arbre pondéré traduisant cette situation. Cette arbre sera complété au fur et à mesure de l'exercice.
2. Calculer la probabilité $p(C \cap T)$.
3. L'étude a aussi montré que 70 % des automobilistes passent le péage en moins de 10 secondes.
   a. Justifier que $p(D \cap T) = 0{,}03$.
   b. Calculer la probabilité qu'un automobiliste empruntant la voie de droite passe le péage en moins de 10 secondes.

Exercice 7115

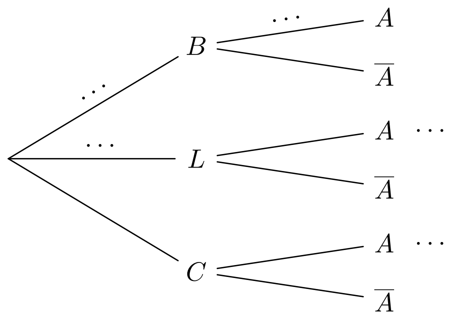
Une agence de location de voitures dispose de trois types de véhicules : berline, utilitaire ou luxe, et propose, au moment de la location, une option d'assurance sans franchise.
Une étude statistique a permis d'établir que :

- 30 % des clients ont loué une berline et 10 % ont loué un véhicule de luxe.
- 40 % des clients qui ont loué une berline ont choisi l'option d'assurance sans franchise.
- 9 % des clients ont loué un véhicule de luxe et ont choisi l'option d'assurance sans franchise.
- 21 % des clients ont loué un véhicule utilitaire et ont choisi l'option d'assurance sans franchise.

On prélève au hasard la fiche d'un client et on considère les évènements suivants :

- B : le client a loué une berline.
- L : le client a loué un véhicule de luxe.
- U : le client a loué un véhicule utilitaire.
- A : le client a choisi l'option d'assurance sans franchise.

1. Recopier et compléter l'arbre de probabilités ci-contre avec les données de l'énoncé.



2. Quelle est la probabilité que le client ait loué une berline et ait choisi l'option d'assurance sans franchise?
3. Calculer la probabilité qu'un client ait choisi l'option d'assurance sans franchise.
4. Calculer $\mathcal{P}_L(A)$, la probabilité que le client ait souscrit une assurance sans franchise sachant qu'il a loué une voiture de luxe.

Exercice 7109

Un centre de loisirs destiné aux jeunes de 11 ans à 18 ans compte 60 % de collégiens et 40 % de lycéens.

Le directeur a effectué une étude statistique sur la possession de téléphones portables. Cette étude a montré que 80 % des jeunes possèdent un téléphone portable et que, parmi les collégiens, 70 % en possèdent un.

On choisit au hasard un jeune du centre de loisirs et on s'intéresse aux évènements suivants :

- C : "*le jeune choisi est un collégien*" ;
- L : "*le jeune choisi est un lycéen*" ;
- T : "*le jeune choisi possède un téléphone portable*".

> *Rappel des notations :*
> Si A et B sont deux évènements, $p(A)$ désigne la probabilité que l'évènement A se réalise et $p_B(A)$ désigne la probabilité de A sachant que l'évènement B est réalisé.
> On note aussi $\overline{A}$ l'évènement contraire de A.

1. Donner les probabilités : $p(C)$, $p(L)$, $p(T)$, $p_C(T)$.
2. Faire un arbre de probabilités représentant la situation et commencer à la renseigner avec les données de l'énoncé.
3. Calculer la probabilité que le jeune choisi soit un collégien possédant un téléphone portable.
4. Calculer la probabilité que le jeune choisi soit un collégien sachant qu'il possède un télélphone portable.
5. a. Calculer $p(T \cap L)$, en déduire $p_L(T)$.
   b. Compléter l'arbre construit dans la question 2..

8. Formule des probabilités totales et inversion de la condition :

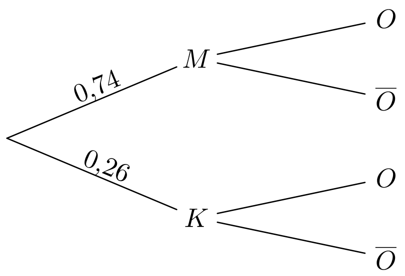
Exercice 7138

D'après une étude récente, il y a 216 762 médecins en France métropolitaine parmi lesquels 0,6 % pratiquent l'osthéopathie et on compte 75 164 kinésithérapeutes parmi lesquels 8,6 % pratiquent l'osthéopathie.

On choisit une personne au hasard parmi les médecins et les kinésithérapeutes.
On note les évènements suivants :

- M : "*la personne choisie est médecin*" ;
- K : "*la personne choisie est kinésithérapeute*" ;
- O : "*la personne choisie pratique l'ostéopathie*".

On représente la situation à l'aide de l'arbre pondéré suivant :



1. Reproduire l'arbre de probabilité puis le compléter.
2. Montrer que la probabilité $\mathcal{P}(O)$ est égale à 0,0268.
3. Un patient vient de suivre une séance d'ostéopathie chez un praticien d'une des deux catégories.
Détermine la probabilité que le praticien soit un kinésithérapeute. Donner le résultat arrondi au centième.

Exercice 7166

Un marathon est une épreuve sportive de course à pied.
Dans cet exercice, tous les résultats approchés seront donnés à 10^{-3} près.

Une étude portant sur le marathon de Tartonville montre que :

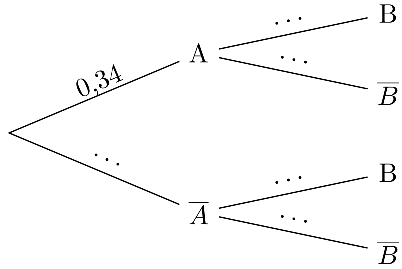
- 34 % des coureurs terminent la course en moins de 234 minutes ;
- parmi les coureurs qui terminent la course en moins de 234 minutes, 5 % ont plus de 60 ans ;
- parmi les coureurs qui terminent la course en plus de 234 minutes, 84 % ont moins de 60 ans.

On sélectionne au hasard un coureur et on considère les évènements suivants :

- A : "*le coureur a terminé le marathon en moins de 234 minutes*" ;
- B : "*le coureur a moins de 60 ans*".

On rappelle que si E et F sont deux évènements, la probabilité de l'évènement E est notée $\mathcal{P}(E)$ et celle de E sachant F est notée $\mathcal{P}_F(E)$. De plus, $\overline{E}$ désigne l'évènement contraire de E.

1. Recopier et compléter l'arbre de probabilité ci-dessous associé à la situation de l'exercice :



2. (a) Calculer la probabilité que la personne choisie ait terminé le marathon en moins de 234 minutes et soit âgée de plus de 60 ans.
(b) Vérifier que : $\mathcal{P}(\overline{B}) \approx 0{,}123$
(c) Calculer $\mathcal{P}_{\overline{B}}(A)$ et interpréter le résultat dans le cadre de l'exercice.

Exercice 7112

On s'intéresse à l'ensemble des demandes de prêts immobiliers auprès de trois grandes banques.
Une étude montre que 42 % des demandes de prêts sont déposées auprès de la banque Karl, 35 % des demandes de prêts sont déposées auprès de la banque Lofa, alors que cette proportion est de 23 % pour la banque Miro.

Par ailleurs :

- 76 % des demandes de prêts déposées auprès de la banque Karl sont acceptées ;
- 65 % des demandes de prêts déposées auprès de la banque Lofa sont acceptées ;
- 82 % des demandes de prêts déposées auprès de la banque Miro sont acceptées.

On choisir au hasard une demande de prêt immobilier parmi celles déposées auprès des trois banques.
On considère les évènements suivants :

- K : "*la demande de prêt a été déposée auprès de la banque Karl*" ;
- L : "*la demande de prêt a été déposée auprès de la banque Lofa*" ;
- M : "*la demande de prêt a été déposée auprès de la banque Miro*" ;
- A : "*la demande de prêt est acceptée.*"

Dans tout l'exercice, on donnera, si nécessaire, des valeurs approchées au millième des résultats.

1. Construire un arbre pondéré illustrant la situation.
2. Calculer la probabilité que la demande de prêt soit déposée auprès de la banque Karl et soit acceptée.
3. Montrer que : $\mathcal{P}(A) \approx 0{,}735$
4. La demande de prêt est acceptée. Calculer la probabilité qu'elle ait été déposée à la banque Miro.

9. Arbre non symétrique :

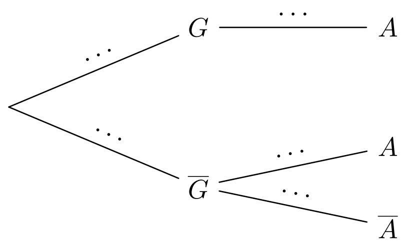
Exercice 7133

Une société s'est intéressée à la probabilité qu'un de ses salariés, choisi au hasard, soit absent durant une semaine donnée de l'hiver 2014.
On a évalué à 0,07 la probabilité qu'un salarié ait la grippe une semaine donnée. Si le salarié a la grippe, il est alors absent.
Si le salarié n'est pas grippé cette semaine là, la probabilité qu'il soit absent est estimée à 0,04.

On choisit un salarié de la société au hasard et on considère les évènements suivants :

- G : le salarié a la grippe une semaine donnée ;
- A : le salarié est absent une semaine donnée.

1. Reproduire et compléter l'arbre en indiquant les probabilités de chacune des branches.



2. Montrer que la probabilité $p(A)$ de l'évènement A est égale à 0,1072.

10. Probabilité conditionnelle et loi binomiale :

Exercice 7136

Une grande entreprise vient de clôturer sa campagne de recrutement qui s'est déroulée en deux temps :

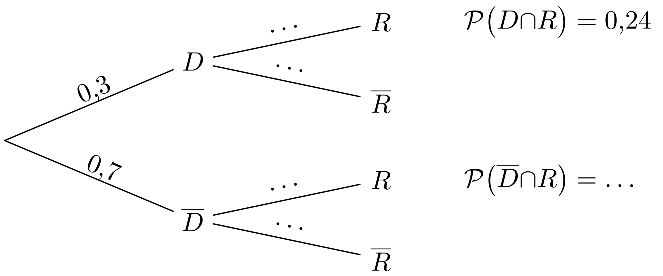
- premier temps : étude du dossier présenté par le candidat ;
- deuxième temps : entretien en vue du recrutement.

Le processus de recrutement mis en oeuvre par l'entreprise est le suivant :

- si le dossier est jugé de bonne qualité, alors le candidat est reçu en entretient par le directeur des ressources humaines ;
- si le dossier n'est pas jugé de bonne qualité, alors le candidat subit des tests pui est reçu en entretien par le directeur de l'entreprise.

Dans les deux cas, à l'issue de l'entretien, le candidat est recruté ou ne l'est pas.

En choisissant un candidat au hasard, on construit une expérience aléatoire dont l'arbre de probabilité est représenté ci-dessous avec quelques unes des données récupérées de la publication :



où D est l'évènement "*le candidat a un dossier jugé de bonne qualité*" et R l'évènement "*le candidat est recruté par l'entreprise*".

1. a. Déterminer la probabilité $\mathcal{P}_D(R)$.
   b. De plus que, on sait 38 % des candidats ont été recrutés. En déduire la probabilité $\mathcal{P}_{\overline{D}}(R)$.
   c. Compléter l'arbre de probabalité.
2. Dix personnes postulent pour un emploi dans l'entreprise. Les études de leurs candidatures sont faites indépendamment les unes des autres. On désigne par $\mathcal{X}$ la variable aléatoire donnant le nombre de personnes recrutées parmi les 10 personnes.
   a. Justifier que $\mathcal{X}$ suit une loi binomiale de paramètres $n=10$ et $p=0{,}38$.
   b. Calculer la probabilité qu'au moins une des dix personnes soit recrutée.
   On donnera la valeur exacte puis une valeur du résultat arrondie à 10^{-3}.

Exercice 7312

Une enquête a été réalisée auprès des élèves d'un lycée afin de connaître leur point de vue sur la durée de la pause du midi ainsi que sur les rythmes scolaires. L'enquête révèle que 56,75 % des élèves de l'établissement sont favorables à une répartition des cours plus étalée sur l'année scolaire.

On interroge successivement et de façon indépendante quatre élèves pris au hasard parmi les élèves de l'établissement. Soit $\mathcal{X}$ la variable aléatoire qui donne le nombre d'élèves favorables à une répartition des cours plus étalée sur l'année scolaire. Le nombre d'élèves étant suffisamment grand, on considère que $\mathcal{X}$ suit une loi binomiale.

1. Préciser les paramètres de cette loi binomiale.

Les résultats seront arrondis à 10^{-4} près.

2. Calculer la probabilité qu'aucun des quatre élèves interrogés ne soit favorable à une répartition des cours plus étalée sur l'année scolaire.
3. Calculer la probabilité qu'exactement deux élèves soient favorables à une répartition des cours plus étalée sur l'année scolaire.

