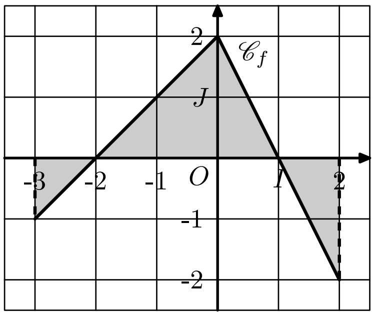
Compiler exercice Compiler correction Plus d'option

Terminale ES/Calcul intégral

1. Calculs d'aires :

Exercice 7243

On considère la partie du plan représentée en gris ci-contre :
Déterminer l'aire de la partie grisée.

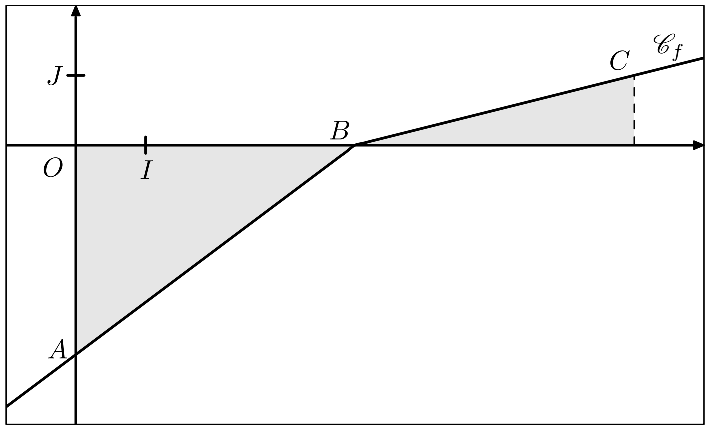


Exercice 7241

On considère la fonction f définie par morceaux par la relation ci-dessous :

$$\begin{cases} f(x) = \dfrac{3}{4}\cdot x - 3 & \text{sur l'intervalle } \left]-\infty\,;4\right] \\ f(x) = \dfrac{1}{4}\cdot x - 1 & \text{sur l'intervalle } \left[4\,;+\infty\right[\end{cases}$$

Ci-dessous, est donnée la courbe $\mathscr{C}_f$ représentative de la fonction f dans le repère $(O\,;I\,;J)$ orthonormé :



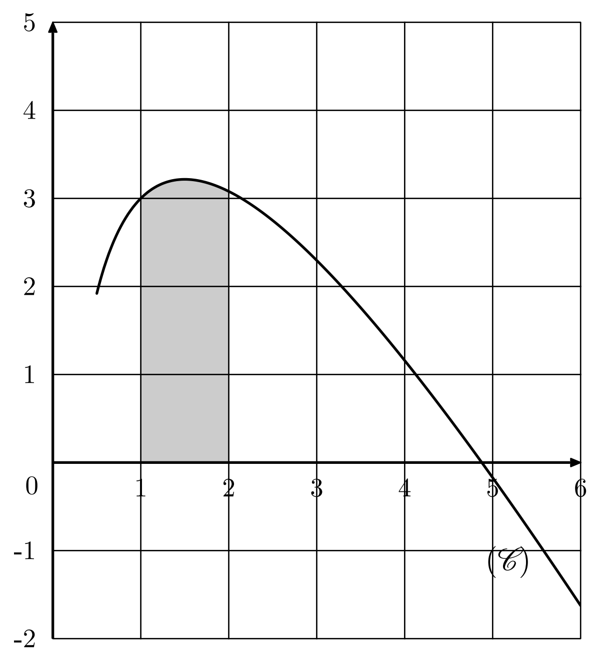
Les points A, B et C sont des points de la courbe $\mathscr{C}_f$ où le point C a pour ordonnée 1.

1. Déterminer les coordonnées des points A, B et C.
2. Déterminer l'aire de la surface grisée.

2. Encadrement de l'aire avec des rectangles :

Exercice 7036

La courbe $(\mathscr{C})$ ci-dessous représente, dans un repère orthonormé, une fonction f définie et dérivable sur $[0{,}5\,;6]$.



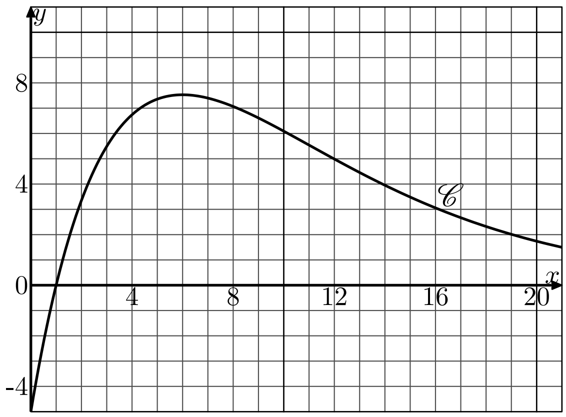
Donner un encadrement de l'aire, en unités d'aire et à l'unité près, du domaine compris entre la courbe $(\mathscr{C})$, l'axe des abscisses et les droites d'équations $x=1$ et $x=2$.

Exercice 7494

On a représenté ci-dessous, dans le plan muni d'un repère orthonormé, la courbe représentative $\mathscr{C}$ d'une fonction f définie sur l'intervalle $[0\,;20]$.

Déterminer un encadrement, d'amplitude 4, par deux nombres entiers de :

$$I = \int_4^8 f(x)\,\mathrm{d}x$$



Exercice 7520

Parmi les quatre propositions ci-dessous, une seule est correcte. Laquelle?

On considère la fonction g définie sur l'intervalle $[-10\,;10]$ dont le tableau de variations est donné ci-dessous :

x	-10		-5		3		10
Variation de g	7	↘	2	↗	4	↘	-6

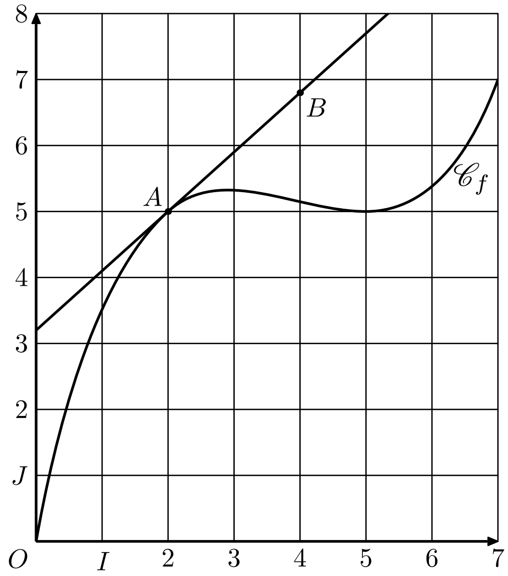
On note $I=\int_{-5}^{3} g(x)\,\mathrm{d}x$. On peut affirmer que :

a. $-5 \leqslant I \leqslant 3$ b. $2 \leqslant I \leqslant 4$

c. $16 \leqslant I \leqslant 32$ d. $4 \leqslant I \leqslant 8$

Exercice 7440

Sur le graphique ci-dessous est représentée la courbe $\mathscr{C}_f$ d'une fonction f définie et continue sur l'intervalle $[0\,;7]$. Les points A et B ont pour coordonnées $A(2\,;5)$ et $B(4\,;6{,}8)$. La droite (AB) est tangente à la courbe $\mathscr{C}_f$ au point A.



a. La tangente à la courbe $\mathscr{C}_f$ au point A admet pour équation :

- **Affirmation 1 :** $y=-0{,}9{\cdot}x+6{,}8$
- **Affirmation 2 :** $y=0{,}9{\cdot}x+3{,}5$
- **Affirmation 3 :** $y=0{,}9{\cdot}x+3{,}2$
- **Affirmation 4 :** $y=1{,}8{\cdot}x+1{,}4$

b.
- **Affirmation 1 :** $f(0) \leqslant \int_0^5 f(x)\,\mathrm{d}x \leqslant f(5)$
- **Affirmation 2 :** $2 \leqslant \int_2^7 f(x)\,\mathrm{d}x \leqslant 7$
- **Affirmation 3 :** $18 \leqslant \int_0^5 f(x)\,\mathrm{d}x \leqslant 19$
- **Affirmation 4 :** $25 \leqslant \int_2^7 f(x)\,\mathrm{d}x \leqslant 31$

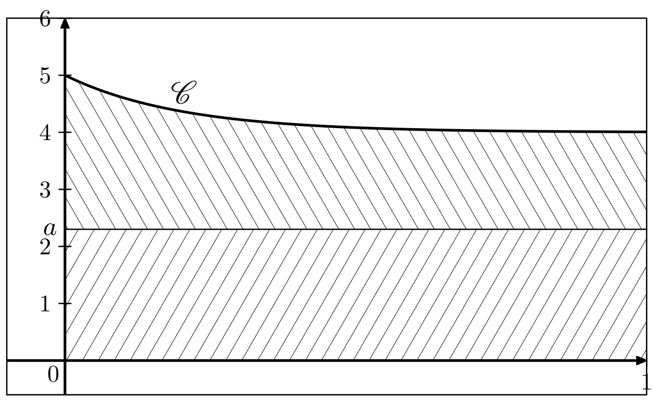
Exercice 7240

On considère la fonction f définie sur l'intervalle $[0\,;1]$ par :
$f(x)=4+\mathrm{e}^{-5x}$

On a tracé dans le repère ci-dessous la courbe $\mathscr{C}$ représentative de la fonction f dans un repère du plan.

Le domaine $\mathcal{D}$ haché sur la figure est le domaine délimité par la courbe $\mathscr{C}$, par l'axe des abscisses, l'axe des ordonnées et la droite d'équation $x=1$.

On veut partager le domaine haché en deux domaines de même aire par une droite d'équation $y=a$, parallèle à l'axe des abscisses, selon l'exemple donné ci-dessous.



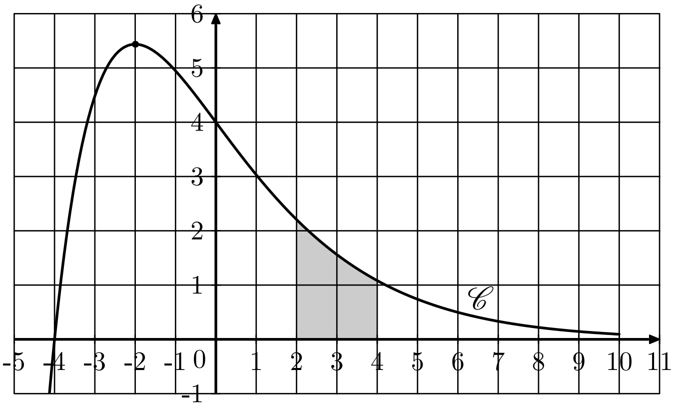
Justifier que la valeur $a=3$ ne convient pas.

3. Encadrement de l'aire avec des triangles :

Exercice 7239

La courbe $\mathscr{C}$ ci-dessous est la courbe représentative dans le plan muni d'un repère orthonormé d'une fonction f définie sur l'intervalle $\left[-4\,;10\right]$.

Le domaine $\mathcal{S}$ grisé sur la figure est le domaine compris entre la courbe $\mathscr{C}$, l'axe des abscisses, la droite d'équation $x=2$ et la droite d'équation $x=4$.



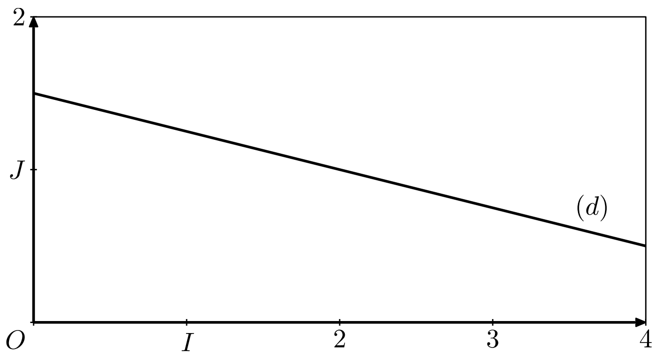
Déterminer, par une lecture graphique, un encadrement par deux entiers consécutifs de l'aire du domaine $\mathcal{S}$ grisé sur la figure.

4. Introduction au calcul intégral :

Exercice 7344

Ci dessous est représentée, dans un repère $\left(O\,;I\,;J\right)$, la droite (d) admettant pour équation réduite :

(d) : $y = -0{,}25\cdot x + 1{,}5$



1. a. Placer les points $A(3\,;0)$, $C(0\,;1{,}5)$ et le point B ayant pour abscisse 3 et appartenant à la droite (d).

   b. Déterminer l'aire du trapèze $OABC$.

2. Pour tout réel x strictement positif, on admet que l'aire du trapèze $OMNC$ où les points M et N ont pour abscisse x et appartiennent respectivement à l'axe des abscisses et à la droite (d) est déterminée par l'image de x par la fonction F définie par :

   $F(x) = -0{,}125\cdot x^2 + 1{,}5\cdot x$

   a. Vérifier le résultat de la question 1. b..

   b. On considère le domaine $\mathcal{D}$ délimité par :
   - la droite (d) et l'axe des abscisses ;
   - les droites d'équations $x=1$ et $x=3$.

   A l'aide de la fonction f, déterminer l'aire du domaine $\mathcal{D}$.

Exercice 7490

Soit f la fonction définie sur $\left[0\,;1\right]$ par :

$f(x) = 2 - 2\cdot x$

On a tracé ci-dessous la droite $\mathcal{D}_f$, représentation graphique de la fonction f dans un repère orthonormé $\left(O\,;I\,;J\right)$ du plan.

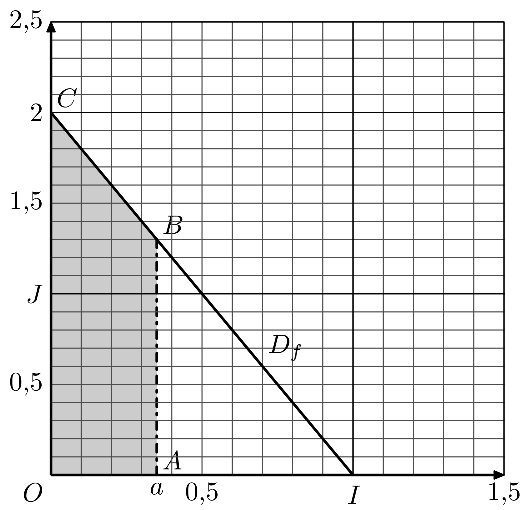
Le point C a pour coordonnées $(\,0\,;2\,)$.

Δ est la partie du plan intérieure au triangle OIC.

Soit a un nombre réel compris entre 0 et 1 ; on note A le point de coordonnées $(\,a\,;0\,)$ et B le point de $\mathcal{D}_f$ de coordonnées $(\,a\,;f(a)\,)$.

Le but de cet exercice est de trouver la valeur de a, telle que le segment $\left[AB\right]$ partage Δ en deux parties de même aire.

Déterminer la valeur exacte de a, puis une valeur approchée au centième.



5. Vers l'usage des primitives :

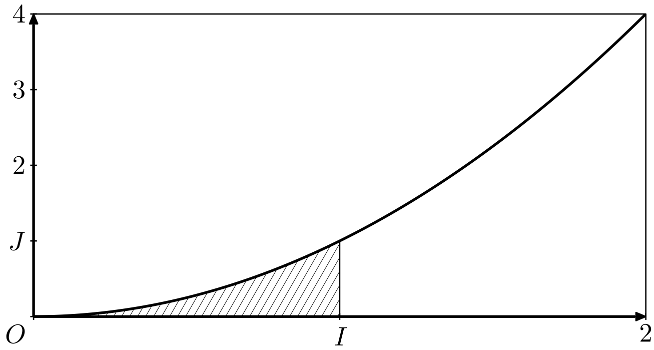
Exercice 7345

On considère la fonction carré notée f :

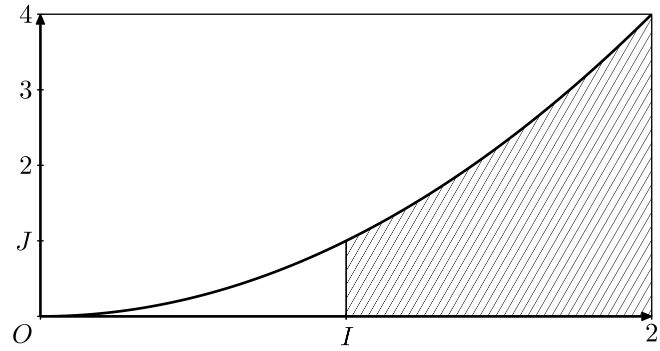
$$f(x) = x^2$$

L'intégrale de la fonction f entre 0 et a est donnée par la formule : $\displaystyle\int_0^a f(x)\,\mathrm{d}x = \frac{1}{3}\cdot a^3$

1. Déterminer l'aire de la partie hachurée :



2. Déterminer l'aire de la partie hachurée :



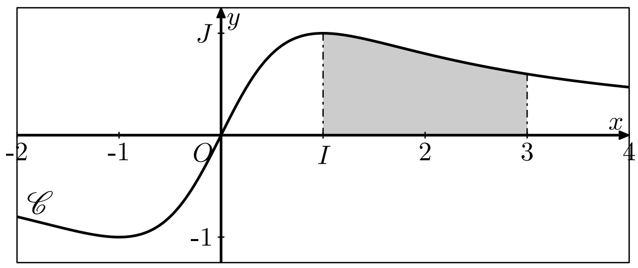
6. Calculatrice et calcul d'intégrales :

Exercice 7360

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par la relation :

$$f(x) = \frac{2\cdot x}{x^2+1}$$

Ci-dessous est donnée la courbe $\mathscr{C}$ représentative de la fonction f :



On désigne par $\mathcal{D}$ le domaine grisé ci-dessus.

1. Décrire le domaine $\mathcal{D}$.

2. A l'aide de la calculatrice, détermine l'aire du domaine $\mathcal{D}$ à 10^{-4} près.

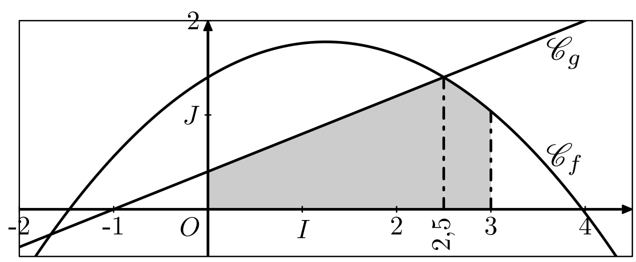
7. Jonction de deux courbes :

Exercice 7493

On considère les deux fonctions f et g définies sur $\mathbb{R}$ par la relation :

$$f(x) = -0{,}24\cdot x^2 + 0{,}6\cdot x + 1{,}4 \quad ; \quad g(x) = 0{,}4\cdot x + 0{,}4$$

Dans un repère $(O\,;I\,;J)$, on a les représentations des courbes représentatives $\mathscr{C}_f$ et $\mathscr{C}_g$ respectivement des fonctions f et g :



Pour a un nombre réel compris entre $[-1\,;4]$, on a les informations complémentaires :

- Pour a un nombre réel de l'intervalle $[0\,;4]$, on note I_a l'aire du domaine sous la courbe $\mathscr{C}_f$ compris entre les droites $x{=}0$ et $x{=}a$. Voici un tableau de valeurs de I_a arrondies à 10^{-3} :

a	0	0,5	1	1,5	2	2,5	3	3,5	4
I_a	0	0,765	1,62	2,505	3,36	4,125	4,74	5,145	5,28

- Pour calculer l'aire du domaine sous la courbe $\mathscr{C}_g$ compris entre les droites $x=-1$ et $x=a$, on utilise le calcul intégral suivant :
$$\int_0^a g(x)\,\mathrm{d}x = 0{,}2\cdot a^2 + 0{,}4\cdot a$$

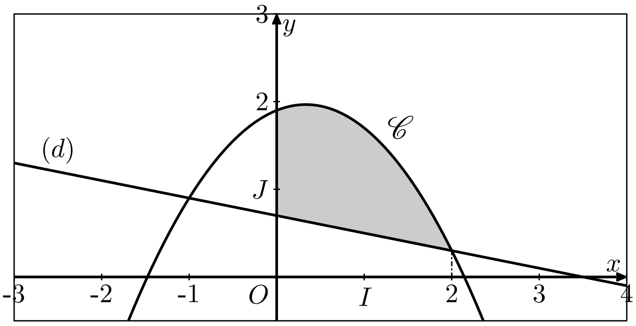
Déterminer l'aire grisé en laissant les étapes de votre raisonnement.

8. Domaine entre deux courbes :

Exercice 7363

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par :
$$f(x) = -0{,}6\cdot x^2 + 0{,}4\cdot x + 1{,}3$$

Ci-dessous est donnée la courbe $\mathscr{C}$ représentative de la fonction f dans le repère $(O\,;I\,;J)$:



On considère la droite (d), courbe représentative de la fonction g définie par :
$$g(x) = -0{,}2\cdot x + 0{,}7$$

On admet que la courbe $\mathscr{C}$ se situe au dessus de la droite (d) sur l'intervalle $[-1\,;2]$.

Le domaine $\mathcal{D}$ est le domaine du plan ayant pour caractéristiques :

- délimité par les droites $x=0$ et $x=2$
- situé entre la droite (d) et la courbe $\mathscr{C}$

On utilisera les données suivantes :

- Pour tout nombre a appartenant à l'intervalle $[-1\,;2]$, on note I_a l'aire du domaine délimité par la courbe $\mathscr{C}$, l'axe des abscisses et les droites d'équations $x=-1$ et $x=a$. Ci-dessous est donné un tableau de valeurs arrondies à 10^{-3} près :

a	-1	$-0{,}5$	0	0,5	1	1,5	2
I_a	0	0,625	1,5	2,475	3,4	4,125	4,5

- Pour tout nombre $a\in[0\,;2]$, on admet que l'intégrale de la fonction g de 0 à a a pour valeur :
$$\int_0^a g(x)\,\mathrm{d}x = -0{,}1\cdot a^2 + 0{,}7\cdot a$$

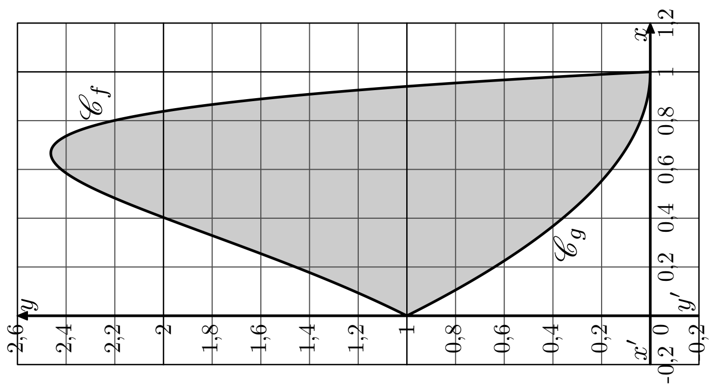
Déterminer l'aire du domaine $\mathcal{D}$.

9. Domaine entre deux courbes et calculatrices :

Exercice 7436

Une entreprise souhaite utiliser un motif décoratif pour sa communication.
Pour réaliser ce motif, on modélise sa forme à l'aide de deux fonctions f et g définies pour tout réel x de $[0\,;1]$ par :
$$f(x) = (1-x)\cdot\mathrm{e}^{3x} \quad ; \quad g(x) = x^2 - 2\cdot x + 1$$

Leurs courbes représentatives seront notées $\mathscr{C}_f$ et $\mathscr{C}_g$.



Déterminer l'aire, arrondie au millième près, de la partie grisée sur le graphique comprise entre les deux courbes $\mathscr{C}_f$ et $\mathscr{C}_g$ sur l'intervalle $[0\,;1]$.
(On justifiera les étapes de son raisonnement)

