

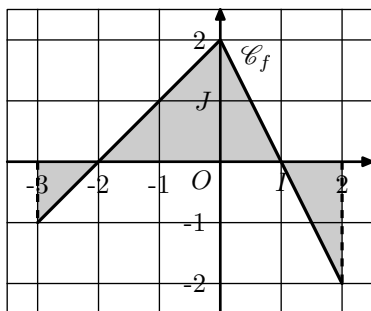
# Terminale ES/Calcul intégral

## 1. Calculs d'aires :

### Exercice 7243



On considère la partie du plan représentée en gris ci-contre :  
Déterminer l'aire de la partie grisée.



### Exercice 7241

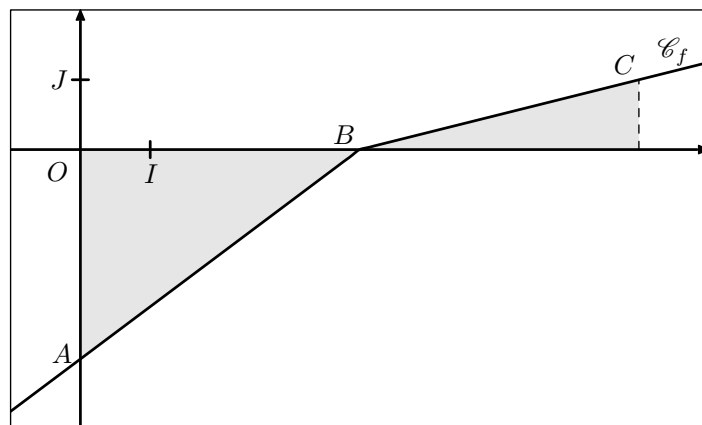


On considère la fonction  $f$  définie par morceaux par la relation ci-dessous :

$$\begin{cases} f(x) = \frac{3}{4}x - 3 & \text{sur l'intervalle } ]-\infty; 4[ \\ f(x) = \frac{1}{4}x - 1 & \text{sur l'intervalle } [4; +\infty[ \end{cases}$$

Ci-dessous, est donnée la courbe  $\mathcal{C}_f$  représentative de la fonc-

tion  $f$  dans le repère  $(O; I; J)$  orthonormal :



Les points  $A$ ,  $B$  et  $C$  sont des points de la courbe  $\mathcal{C}_f$  où le point  $C$  a pour ordonnée 1.

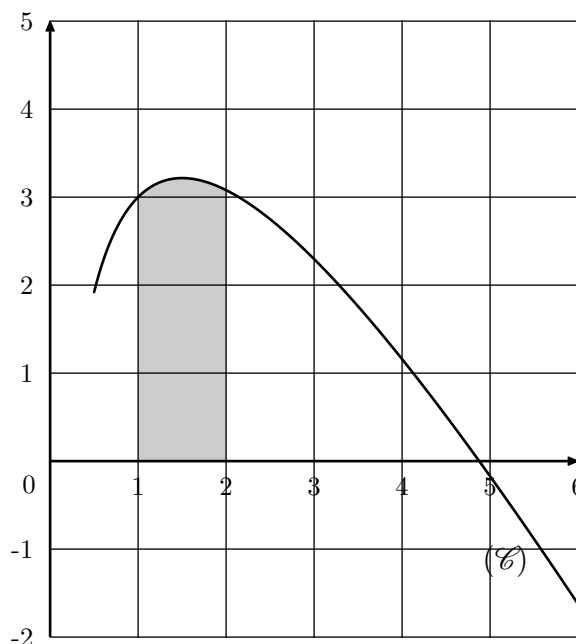
1. Déterminer les coordonnées des points  $A$ ,  $B$  et  $C$ .
2. Déterminer l'aire de la surface grisée.

## 2. Encadrement de l'aire avec des rectangles :

### Exercice 7036



La courbe  $(\mathcal{C})$  ci-dessous représente, dans un repère orthonormé, une fonction  $f$  définie et dérivable sur  $[0,5; 6]$ .



Donner un encadrement de l'aire, en unités d'aire et à l'unité près, du domaine compris entre la courbe ( $\mathcal{C}$ ), l'axe des abscisses et les droites d'équations  $x=1$  et  $x=2$ .

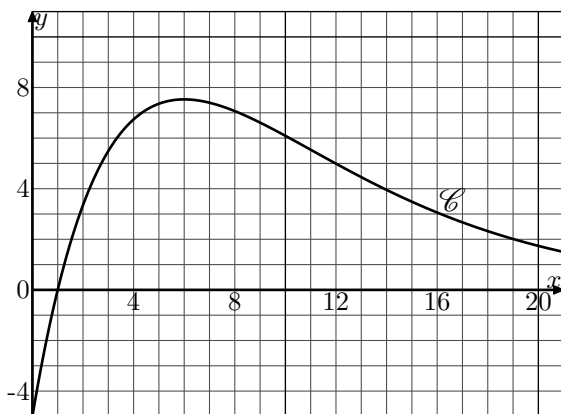
### Exercice 7494



On a représenté ci-dessous, dans le plan muni d'un repère orthonormal, la courbe représentative  $\mathcal{C}$  d'une fonction  $f$  définie sur l'intervalle  $[0; 20]$ .

Déterminer un encadrement, d'amplitude 4, par deux nombres entiers de :

$$I = \int_4^8 f(x) dx$$



### Exercice 7520



Parmi les quatre propositions ci-dessous, une seule est correcte. Laquelle?

On considère la fonction  $g$  définie sur l'intervalle  $[-10; 10]$  dont le tableau de variations est donné ci-dessous :

$x$	-10	-5	3	10
Variation de $g$	7	2	4	-6

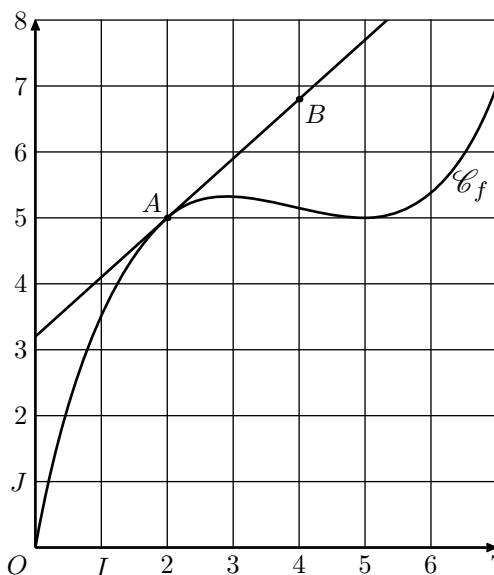
On note  $I = \int_{-5}^3 g(x) dx$ . On peut affirmer que :

- a.  $-5 \leq I \leq 3$       b.  $2 \leq I \leq 4$   
 c.  $16 \leq I \leq 32$       d.  $4 \leq I \leq 8$

### Exercice 7440



Sur le graphique ci-dessous est représentée la courbe  $\mathcal{C}_f$  d'une fonction  $f$  définie et continue sur l'intervalle  $[0; 7]$ . Les points  $A$  et  $B$  ont pour coordonnées  $A(2; 5)$  et  $B(4; 6,8)$ . La droite  $(AB)$  est tangente à la courbe  $\mathcal{C}_f$  au point  $A$ .



a. La tangente à la courbe  $\mathcal{C}_f$  au point  $A$  admet pour équation :

- Affirmation 1 :  $y = -0,9 \cdot x + 6,8$
- Affirmation 2 :  $y = 0,9 \cdot x + 3,5$
- Affirmation 3 :  $y = 0,9 \cdot x + 3,2$
- Affirmation 4 :  $y = 1,8 \cdot x + 1,4$

b. ● Affirmation 1 :  $f(0) \leq \int_0^5 f(x) dx \leq f(5)$

● Affirmation 2 :  $2 \leq \int_2^7 f(x) dx \leq 7$

● Affirmation 3 :  $18 \leq \int_0^5 f(x) dx \leq 19$

● Affirmation 4 :  $25 \leq \int_2^7 f(x) dx \leq 31$

### Exercice 7240

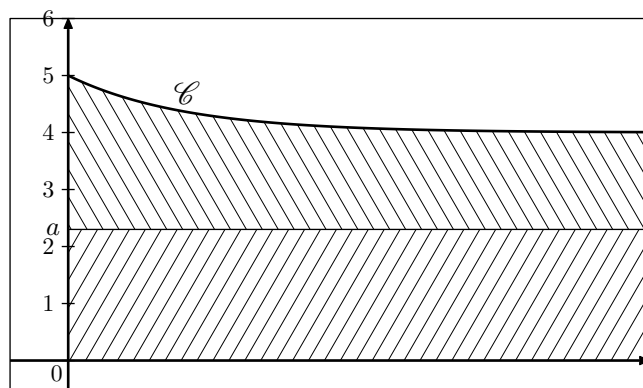


On considère la fonction  $f$  définie sur l'intervalle  $[0; 1]$  par :  $f(x) = 4 + e^{-5x}$

On a tracé dans le repère ci-dessous la courbe  $\mathcal{C}$  représentative de la fonction  $f$  dans un repère du plan.

Le domaine  $\mathcal{D}$  hachuré sur la figure est le domaine délimité par la courbe  $\mathcal{C}$ , par l'axe des abscisses, l'axe des ordonnées et la droite d'équation  $x=1$ .

On veut partager le domaine hachuré en deux domaines de même aire par une droite d'équation  $y=a$ , parallèle à l'axe des abscisses, selon l'exemple donné ci-dessous.



Justifier que la valeur  $a=3$  ne convient pas.

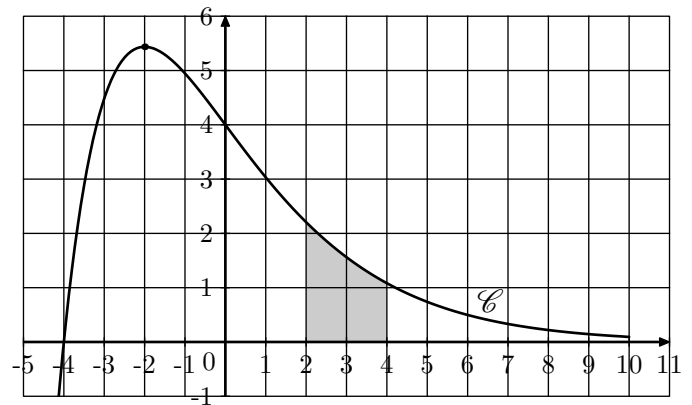
### 3. Encadrement de l'aire avec des triangles :

#### Exercice 7239



La courbe  $\mathcal{C}$  ci-dessous est la courbe représentative dans le plan muni d'un repère orthonormé d'une fonction  $f$  définie sur l'intervalle  $[-4; 10]$ .

Le domaine  $\mathcal{S}$  grisé sur la figure est le domaine compris entre la courbe  $\mathcal{C}$ , l'axe des abscisses, la droite d'équation  $x=2$  et la droite d'équation  $x=4$ .



Déterminer, par une lecture graphique, un encadrement par deux entiers consécutifs de l'aire du domaine  $\mathcal{S}$  grisé sur la figure.

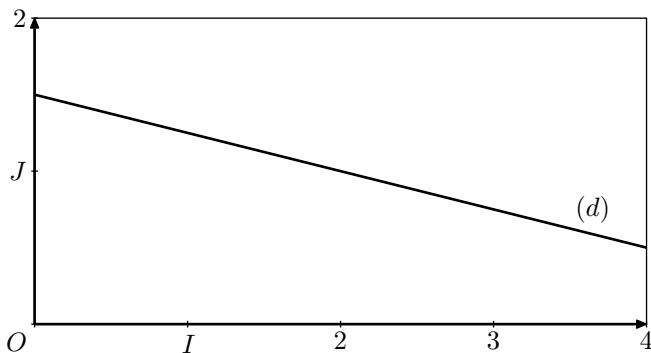
### 4. Introduction au calcul intégral :

#### Exercice 7344



Ci dessous est représentée, dans un repère  $(O; I; J)$ , la droite  $(d)$  admettant pour équation réduite :

$$(d) : y = -0,25 \cdot x + 1,5$$



1. a. Placer les points  $A(3; 0)$ ,  $C(0; 1,5)$  et le point  $B$  ayant pour abscisse 3 et appartenant à la droite  $(d)$ .

b. Déterminer l'aire du trapèze  $OABC$ .

2. Pour tout réel  $x$  strictement positif, on admet que l'aire du trapèze  $OMNC$  où les points  $M$  et  $N$  ont pour abscisse  $x$  et appartiennent respectivement à l'axe des abscisses et à la droite  $(d)$  est déterminée par l'image de  $x$  par la fonction  $F$  définie par :

$$F(x) = -0,125 \cdot x^2 + 1,5 \cdot x$$

a. Vérifier le résultat de la question 1. b.

b. On considère le domaine  $\mathcal{D}$  délimité par :

- la droite  $(d)$  et l'axe des abscisses ;
- les droites d'équations  $x=1$  et  $x=3$ .

A l'aide de la fonction  $f$ , déterminer l'aire du domaine

$\mathcal{D}$ .

#### Exercice 7490



Soit  $f$  la fonction définie sur  $[0; 1]$  par :

$$f(x) = 2 - 2 \cdot x$$

On a tracé ci-dessous la droite  $\mathcal{D}_f$ , représentation graphique de la fonction  $f$  dans un repère orthonormé  $(O; I; J)$  du plan.

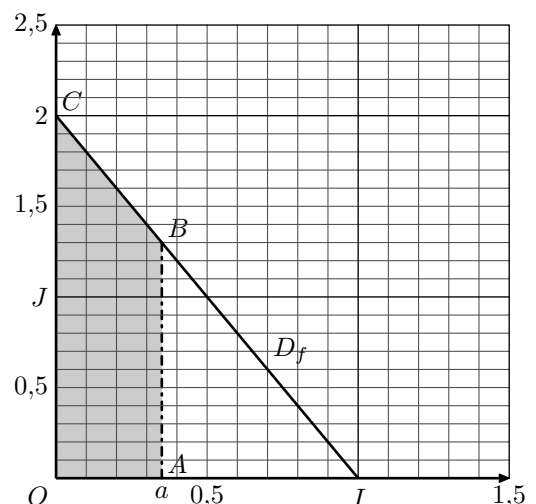
Le point  $C$  a pour coordonnées  $(0; 2)$ .

$\Delta$  est la partie du plan intérieure au triangle  $OIC$ .

Soit  $a$  un nombre réel compris entre 0 et 1 ; on note  $A$  le point de coordonnées  $(a; 0)$  et  $B$  le point de  $\mathcal{D}_f$  de coordonnées  $(a; f(a))$ .

Le but de cet exercice est de trouver la valeur de  $a$ , telle que le segment  $[AB]$  partage  $\Delta$  en deux parties de même aire.

Déterminer la valeur exacte de  $a$ , puis une valeur approchée au centième.



## 5. Vers l'usage des primitives :

### Exercice 7345



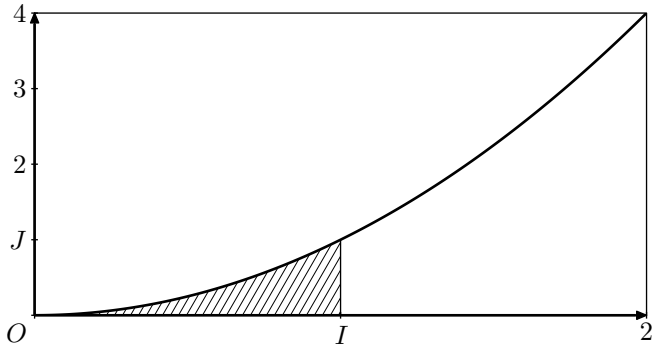
On considère la fonction carré notée  $f$  :

$$f(x) = x^2$$

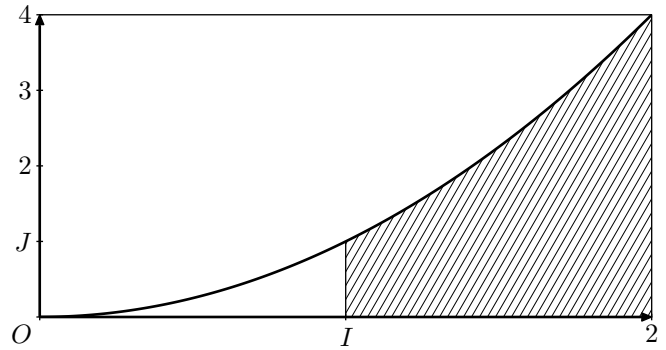
L'intégrale de la fonction  $f$  entre 0 et  $a$  est donnée par la

formule :  $\int_0^a f(x) dx = \frac{1}{3} \cdot a^3$

1. Déterminer l'aire de la partie hachurée :



2. Déterminer l'aire de la partie hachurée :



## 6. Calculatrice et calcul d'intégrales :

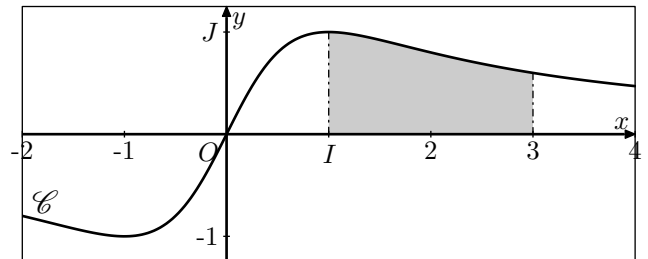
### Exercice 7360



On considère la fonction  $f$  définie sur  $\mathbb{R}$  par la relation :

$$f(x) = \frac{2 \cdot x}{x^2 + 1}$$

Ci-dessous est donnée la courbe  $\mathcal{C}$  représentative de la fonction  $f$  :



On désigne par  $\mathcal{D}$  le domaine grisé ci-dessus.

1. Décrire le domaine  $\mathcal{D}$ .
2. A l'aide de la calculatrice, détermine l'aire du domaine  $\mathcal{D}$  à  $10^{-4}$  près.

## 7. Jonction de deux courbes :

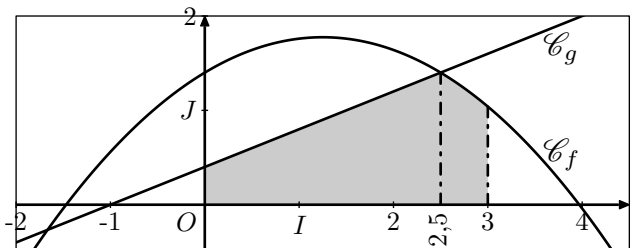
### Exercice 7493



On considère les deux fonctions  $f$  et  $g$  définies sur  $\mathbb{R}$  par la relation :

$$f(x) = -0,24 \cdot x^2 + 0,6 \cdot x + 1,4 \quad ; \quad g(x) = 0,4 \cdot x + 0,4$$

Dans un repère  $(O; I; J)$ , on a les représentations des courbes représentatives  $\mathcal{C}_f$  et  $\mathcal{C}_g$  respectivement des fonctions  $f$  et  $g$  :



Pour  $a$  un nombre réel compris entre  $[-1; 4]$ , on a les informations complémentaires :

- Pour  $a$  un nombre réel de l'intervalle  $[0; 4]$ , on note  $I_a$  l'aire du domaine sous la courbe  $\mathcal{C}_f$  compris entre les droites  $x=0$  et  $x=a$ . Voici un tableau de valeurs de  $I_a$  arrondies à  $10^{-3}$  :

$a$	0	0,5	1	1,5	2	2,5	3	3,5	4
$I_a$	0	0,765	1,62	2,505	3,36	4,125	4,74	5,145	5,28

- Pour calculer l'aire du domaine sous la courbe  $\mathcal{C}_g$  compris entre les droites  $x = -1$  et  $x = a$ , on utilise le calcul

## 8. Domaine entre deux courbes :

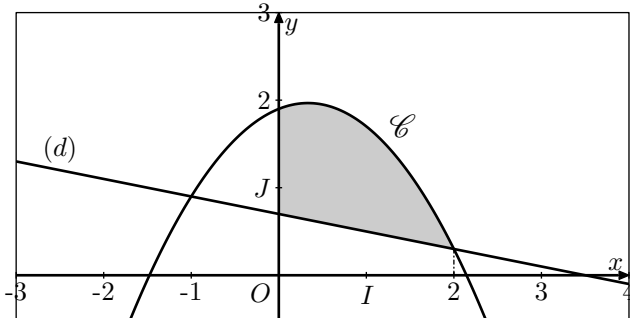
### Exercice 7363



On considère la fonction  $f$  définie sur  $\mathbb{R}$  par :

$$f(x) = -0,6 \cdot x^2 + 0,4 \cdot x + 1,3$$

Ci-dessous est donnée la courbe  $\mathcal{C}$  représentative de la fonction  $f$  dans le repère  $(O; I; J)$  :



On considère la droite  $(d)$ , courbe représentative de la fonction  $g$  définie par :

$$g(x) = -0,2 \cdot x + 0,7$$

On admet que la courbe  $\mathcal{C}$  se situe au dessus de la droite  $(d)$

## 9. Domaine entre deux courbes et calculatrices :

### Exercice 7436



Une entreprise souhaite utiliser un motif décoratif pour sa communication.

Pour réaliser ce motif, on modélise sa forme à l'aide de deux fonctions  $f$  et  $g$  définies pour tout réel  $x$  de  $[0; 1]$  par :

$$f(x) = (1 - x) \cdot e^{3x} \quad ; \quad g(x) = x^2 - 2 \cdot x + 1$$

Leurs courbes représentatives seront notées  $\mathcal{C}_f$  et  $\mathcal{C}_g$ .

intégral suivant :

$$\int_0^a g(x) dx = 0,2 \cdot a^2 + 0,4 \cdot a$$

Déterminer l'aire grisé en laissant les étapes de votre raisonnement.

sur l'intervalle  $[-1; 2]$ .

Le domaine  $\mathcal{D}$  est le domaine du plan ayant pour caractéristiques :

- délimité par les droites  $x = 0$  et  $x = 2$
- situé entre la droite  $(d)$  et la courbe  $\mathcal{C}$

On utilisera les données suivantes :

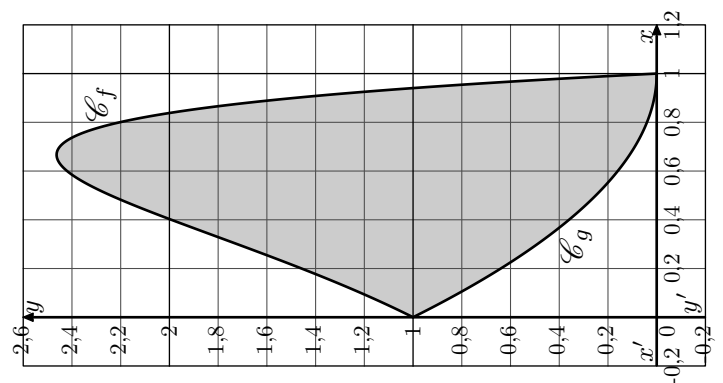
- Pour tout nombre  $a$  appartenant à l'intervalle  $[-1; 2]$ , on note  $I_a$  l'aire du domaine délimité par la courbe  $\mathcal{C}$ , l'axe des abscisses et les droites d'équations  $x = -1$  et  $x = a$ . Ci-dessous est donné un tableau de valeurs arrondies à  $10^{-3}$  près :

$a$	-1	-0,5	0	0,5	1	1,5	2
$I_a$	0	0,625	1,5	2,475	3,4	4,125	4,5

- Pour tout nombre  $a \in [-1; 2]$ , on admet que l'intégrale de la fonction  $g$  de  $-2$  à  $a$  a pour valeur :

$$\int_0^a g(x) dx = -0,1 \cdot a^2 + 0,7 \cdot a$$

Déterminer l'aire du domaine  $\mathcal{D}$ .



Déterminer l'aire, arrondie au millième près, de la partie grisée sur le graphique comprise entre les deux courbes  $\mathcal{C}_f$  et  $\mathcal{C}_g$  sur l'intervalle  $[0; 1]$ .

(On justifiera les étapes de son raisonnement)