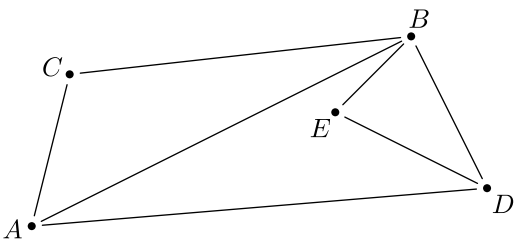
Compiler exercice | Compiler correction | Plus d'option

Terminale ES spé/Graphe

1. Ordre et degré :

Exercice 6226

On considère le graphe ci-dessous :



1. Donner l'ordre du graphe.
2. Compléter le tableau ci-dessous :

Point	A	B	C	D	E
Degré du point					

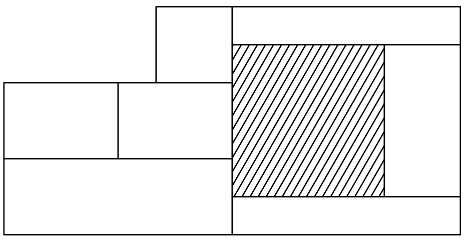
3. Dans le tableau à double entrée ci-dessous, mettre une croix dans une case si les deux sommets correspondants sont adjacents :

	A	B	C	D	E
A					
B					
C					
D					
E					

2. Coloration d'un graphe :

Exercice 7665

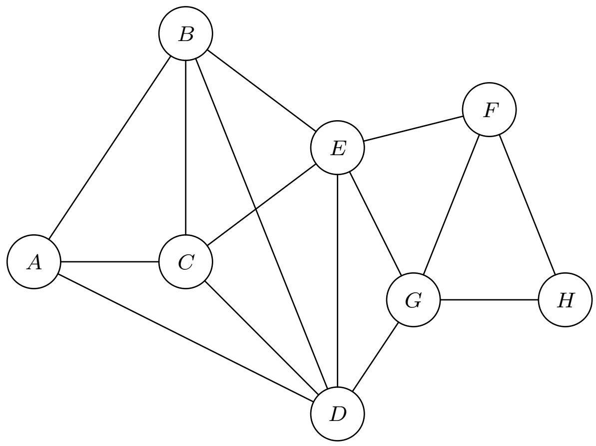
Ci-dessous sont représentés sept rectangles blancs :



Colorier avec un minimum de couleurs ces sept rectangles.

Exercice 7664

Les points de collecte d'un camion d'une société recyclant des "*déchets papier*" ainsi que les trajets possibles entre ces différents points sont représentés par le graphe ci-dessous :



Le dépôt est représenté par le sommet A et les autres sommets représentent les différents points de collecte.

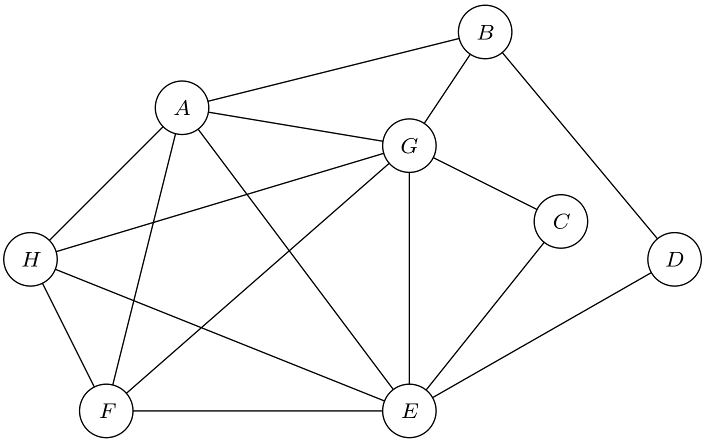
Afin de rendre son plan plus lisible, le chauffeur du camion souhaite colorer les sommets du graphe représentant son réseau de manière à ce que deux sommets adjacents n'aient jamais la même couleur.

Combien de couleurs au minimum peut-il utiliser?

Exercice 7666

Une entreprise de produits cosmétique fait réaliser une {etude marketing sur une population donnée.

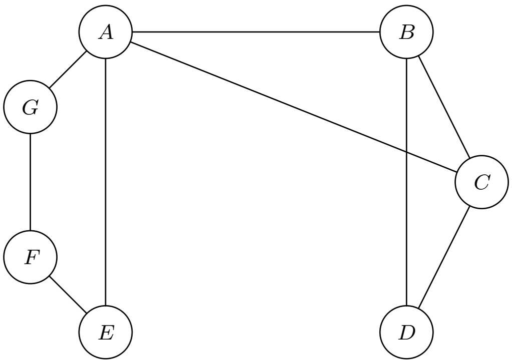
L'étude marketing montre que certains produits ne sont jamais achetés simultanément. On représente les incompatibilités par le graphe suivant, où deux sommets reliés représentent deux produits qui ne sont jamais dans une même commande. Par exemple, les produits A et B, représentés par des sommets reliés, ne sont jamais dans une même commande.



L'entreprise souhaite répartir les produits dans des lots constitués de produits ne présentant aucune incompatibilité d'achat. Combien de lots doit-elle prévoir au minimum? Justifier votre réponse à l'aide d'un algorithme et proposer une répartition des produits.

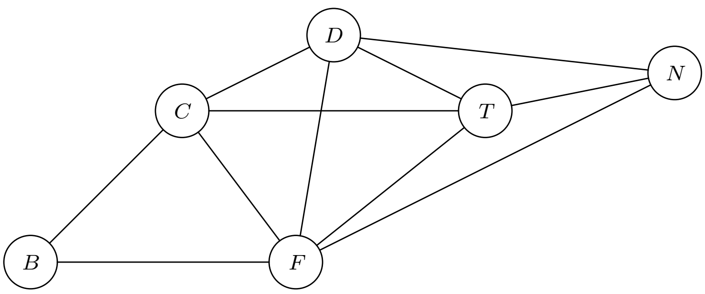
Exercice 7667

Déterminer le nombre chromatique κ du graphe ci-dessous :



Exercice 7668

Un groupe d'amis oragnise une randonnée dans les Alpes.
On a représenté par le graphe ci-dessous les sommets B, C, D, F, T, N par lesquels ils peuvent choisir de passer. Une arête entre deux sommets coïncide avec l'existence d'un chemin entre les deux sommets.



1. Recopier et compléter le tableau suivant :

Sommets	B	C	D	F	N	T
Degré des sommets du graphe						

2. Le groupe souhaite associer chaque sommet à une couleur de sorte que les sommets reliés par une chemin n'ont pas la même couleur. On note n le nombre chromatique du graphe.

   a. Montrer que : $4 \leqslant \leqslant 6$

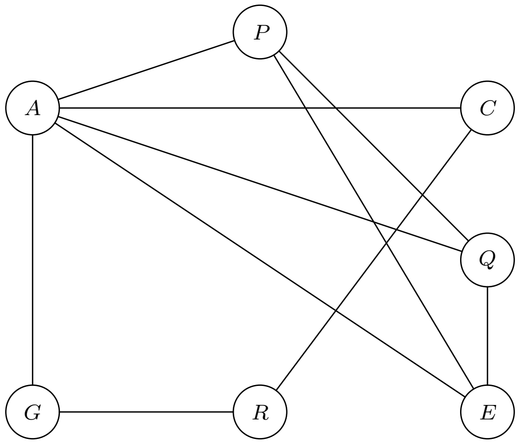
   b. Proposer un coloriage du graphe permettant de déterminer son nombre chromatique.

Exercice 7669

A l'occasion de la coupe du monde de football 2006 en Allemagne, une agence touristique organise des voyages en car à travers les différentes villes où se joueront les matchs d'une équipe nationale.

Pour des raisons de sécurité, les supporters de certaines équipes nationales participant à la coupe du monde de football en 2006 ne peuvent être logés dans le même hôtel.

On donne ci-dessous le graphe d'incompatibilité entre les supporters de différentes équipes : par exemple, un supporter de l'équipe A ne peut être logé avec un supporter de l'équipe B

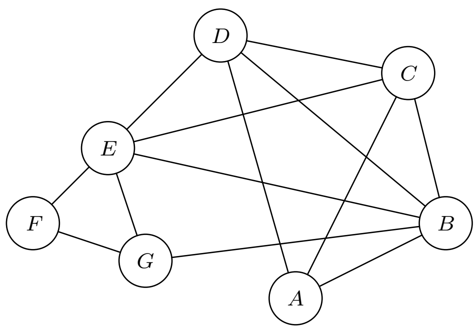


1. Déterminer le nombre chromatique de ce graphe en justifiant la valeur trouvée.

2. Prouver une répartition des supporters par hôtel en utilisant un nombre minimum d'hôtels.

Exercice 7673

Une compagnie aérienne propose des vols directs entre certaines villes, notées A, B, C, D, E, F et G. Cela conduit au graphe $\mathcal{G}$ suivant, dont les sommets sont les villes et les arêtes représentent les liaisons aériennes :



1. Le graphe $\mathcal{G}$ est-il complet? Quel est l'ordre de $\mathcal{G}$?

2. a. Sur les cartes d'embarquement, la compagnie at-

tribue à chaque aéroport une couleur, de sorte que deux aéroports liés par un vol direct aient des couleurs différentes.
Proposer un coloriage adapté à cette condition.

b. Que peut-on en déduire sur le nombre chromatique de $\mathcal{G}$?

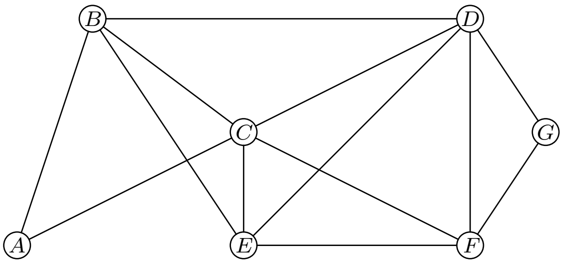
3. a. Quelle est la nature du sous graphe formé par les sommets A, B, C et D?

b. Quel est le nombre minimal de couleurs que la compagnie doit utiliser pour pouvoir attribuer une couleur à chaque aéroport en respectant les conditions du 2.?

3. Matrice adjacente :

Exercice 6228

Dans le graphe ci-dessous, les sommets représentent différentes zones de résidence ou d'activités d'une municipalité. Une arête reliant deux de ces sommets indique l'existence d'une voie d'accès principale entre deux lieux correspondants.

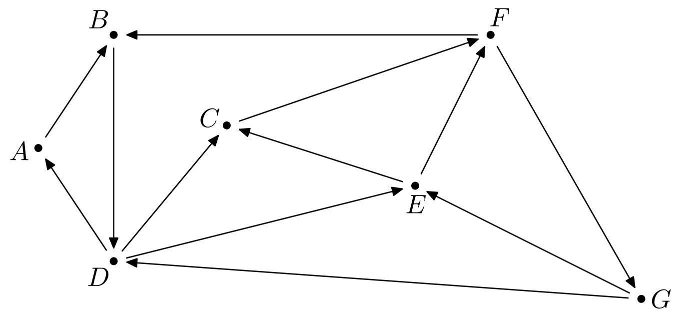


1. Donner, sans justifier, le degré de chacun des sommets *(la réponse pourra être présentée sous forme de tableau où les sommets seront mis dans l'ordre alphabétique).*

2. Donner la matrice M associé au graphe *(les sommets seront mis dans l'ordre alphabétique).*

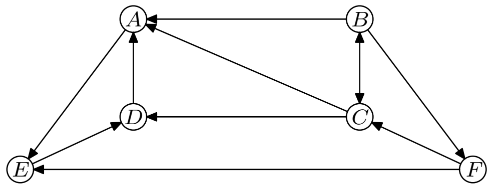
Exercice 6230

Donner la matrice d'adjacence du graphe ci-dessous :



Exercice 6240

Dans le graphe ci-contre, on a indiqué, pour cette même ville, le sens de circulation pour les véhicules sur les différentes avenues.



1. Peut-on trouver un trajet de longueur quelconque qui permet d'aller de D à B en respectant le sens de circulation? Justifier la réponse.

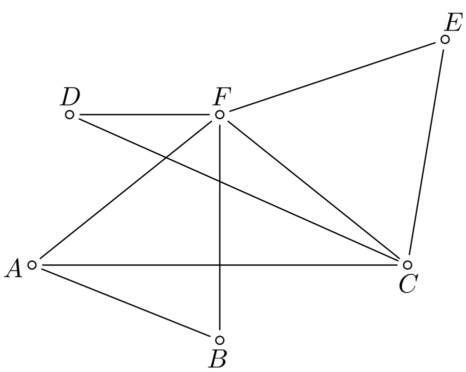
2. Ecrire la matrice M associé à ce graphe *(on rangera les sommets dans l'ordre alphabétique).*

3. A l'aide de la calculatrice, donner l'expression de la matrice M^3.

4. Graphe simple :

Exercice 6224

On considère le graphe ci-dessous :



1. Quel est l'ordre de ce graphe?

2. Compléter le tableau ci-dessous :

Point	A	B	C	D	E	F
Degré du point						

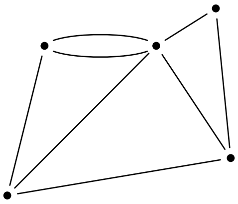
3. La somme des degrés de tous les sommets est-elle égale au double du nombre d'arêtes?

4. Ce graphe est-il simple?

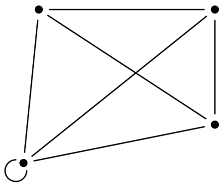
Exercice 6225

Justifier que chacun des graphes ci-dessous n'est pas un graphe simple :

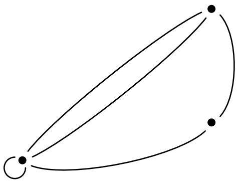
a.



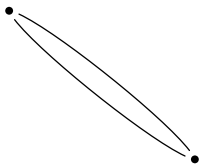
b.



c.



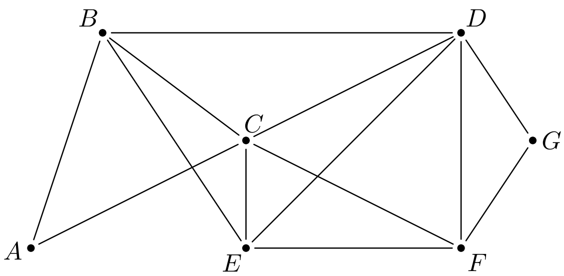
c.



5. *Sous-graphe :*

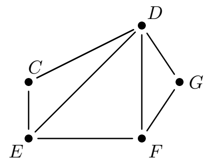
Exercice 6229

On considère le graphe ci-dessous :

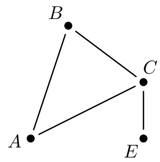


Parmi les graphes ci-dessous, lesquels sont des sous-graphes du graphe principal?

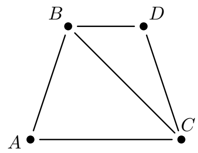
a.



b.



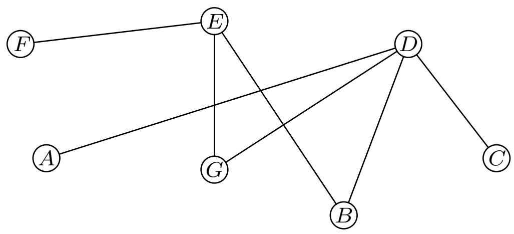
c.



6. *Sous graphe stable :*

Exercice 6272

Une société de gardiennage accueille actuellement sept chiens représentés dans le graphe ci-dessous par les sommets du graphe ; les arêtes représentent les chiens ne pouvant pas être enfermés dans une même cage.



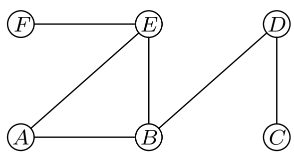
1. Quel est le plus grand sous-graphe stable contenant un maximum de sommets?

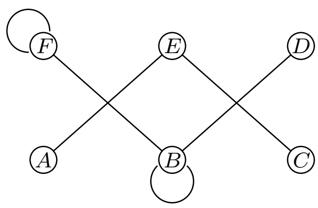
2. Combien de cages au minimum faut-il pour garder ces sept chiens sans risquer des confrontations entre ces chiens?

7. *Complet et connexe :*

Exercice 6245

On considére les deux graphes ci-dessous :



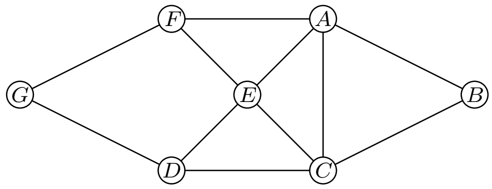


Préciser si ces graphes sont connexes ou pas.

8. Chaine et cycle :

Exercice 6242

On considère le graphe ci-dessous :



Parmi les listes ordonnées ci-dessous, lesquelles forment une chaine de ce graphe :

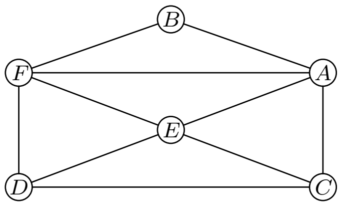
1. $A-E-F-E-G-D$
2. $E-F-A-B-C$
3. $D-A-C-D$
4. $D-C-E-A-F-E$

9. Chaine et cycle eulériens :

Exercice 6243

On considère le graphe ci-contre :

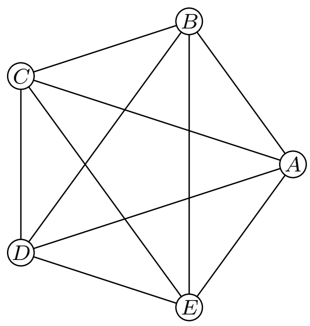
Déterminer une chaîne eulérienne de ce graphe.



Exercice 6244

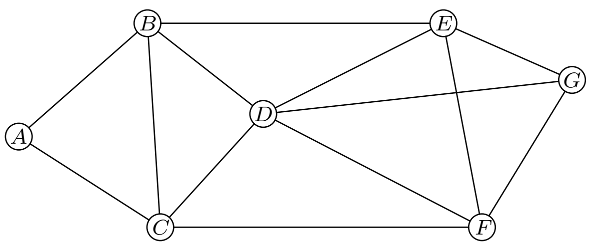
On considère le graphe ci-contre :

1. Justifier que le graphe est complet.
2. Détemriner un cycle eulérien.



Exercice 6274

On considère le graphe $\mathcal{G}$ ci-dessous :

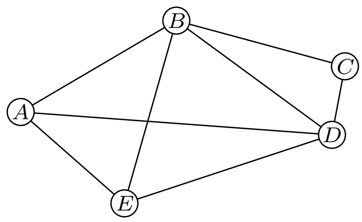


1. Ce graphe admet-il une chaîne eulérienne ? Justifier la réponse. Si oui, donner une telle chaîne.
2. Ce graphe admet-il un cycle eulérien ? Justifier la réponse. Si oui, donner un tel cycle.
3. Donner la matrice M associée au graphe $\mathcal{G}$. Les sommets seront pris dans l'ordre alphabétique : A, B, C, D, E, F, G.

Exercice 6275

Parmi les affirmations ci-dessous, lesquelles sont exactes. Les réponses doivent être justifiées.

On considère le graphe $\mathcal{G}$ représenté ci-dessous :



1. Le graphe $\mathcal{G}$ admet une chaîne eulérienne.
2. Le graphe $\mathcal{G}$ admet une cycle eulérien.
3. Le graphe $\mathcal{G}$ est complet.
4. Le graphe $\mathcal{G}$ le graphe admet un sous-graphe stable d'ordre 4.
5. Le graphe $\mathcal{G}$ n'est pas connexe.

Exercice 6291

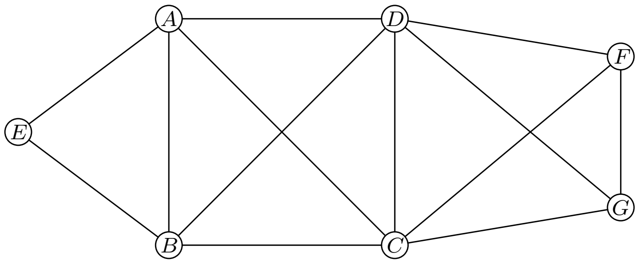
Soit M la matrice carrée d'ordre 5 :

$$M = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

1. Construire le graphe associé à M. On appellera A, B, C, D, E les sommets.
   Ce graphe est-il connexe ? Est-il complet ?
2. Existe-t-il une chaîne eulérienne ?
   Existe-t-il un cycle eulérien ?

Exercice 6293

L'objet d'étude est le réseau des égouts d'une ville. Ce réseau est modélisé par le graphe ci-dessous : les sommets représentent les stations et les arêtes, les canalisations.



Ce graphe admet-il une chaîne eulérienne?

Exercice 6294

On considère le graphe non orienté $\mathcal{G}$ de sommets A, B, C, D, E dont la matrice est :

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Trois propositions sont proposées ci-dessous et parmi elles, une seule est exacte. Laquelle ?

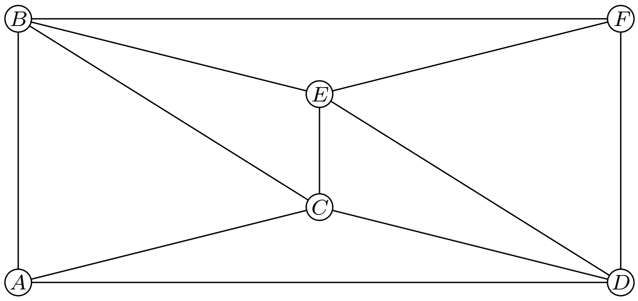
a. Le graphe $\mathcal{G}$ comporte 12 arêtes.

b. Le graphe $\mathcal{G}$ admet une chaîne eulérienne.

c. Le graphe $\mathcal{G}$ est complet.

Exercice 6295

On considère le graphe $\mathcal{G}$ suivant :



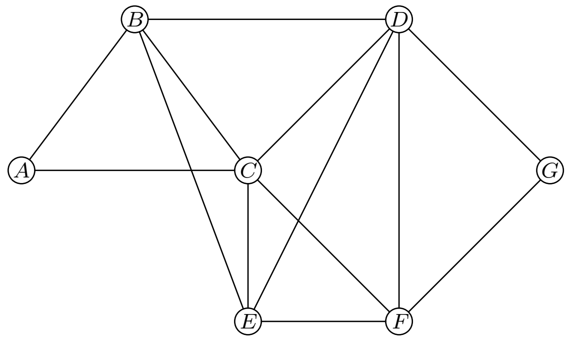
1. Le graphe $\mathcal{G}$ est-il connexe? Expliquer la réponse.

2. Le graphe $\mathcal{G}$ admet-il des chaînes eulériennes? Si oui, préciser une.

3. Justifier la non-existence d'un cycle eulérien pour le graphe $\mathcal{G}$. Quelle arête peut-on alors ajouter à ce graphe pour obtenir un graphe contenant un cycle eulérien?

Exercice 6296

Le graphe ci-dessous représente le plan d'une ville.
Le sommet A désigne l'emplacement des services techniques.
Les sommets B, C, D, E, F et G désignent les emplacements de jardins publics. Une arête représente l'avenue reliant deux emplacements.



On s'intéresse au graphe non pondéré.

Répondre sans justification aux quatre questions suivantes :

a. Ce graphe est-il connexe?

b. Ce graphe est-il complet?

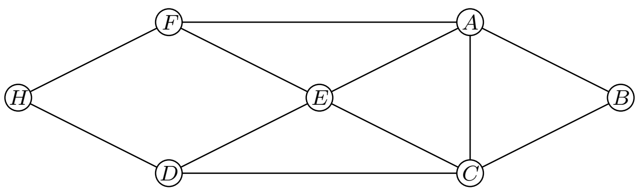
c. Ce graphe admet-il une chaîne eulérienne?

d. Ce graphe admet-il un cycle eulérien?

10. Chaine de longueur p :

Exercice 6338

On a schématisé ci-dessous le plan d'une MJC *(Maison de la Jeunesse et de la Culture)* par un graphe dont les sommets sont les salles et les arêtes sont les passages *(portes, couloirs ou escaliers)* entre les salles. On appelle H le hall d'entrée et B le bureau du directeur.



En fin de journée, un agent de service fait le tour de la MJC pour récupérer dans chaque salle *(bureau du directeur et hall inclus)* les objets oubliés par les enfants.

1. Préciser si ce graphe est connexe en justifiant la réponse.

2. Déterminer, en justifiant, si l'agent de service peut passer par toutes les salles en utilisant une fois et une seule chaque passage.

3. On range les sommets par ordre alphabétique.
Donner la matrice d'adjacence M associée au graphe.

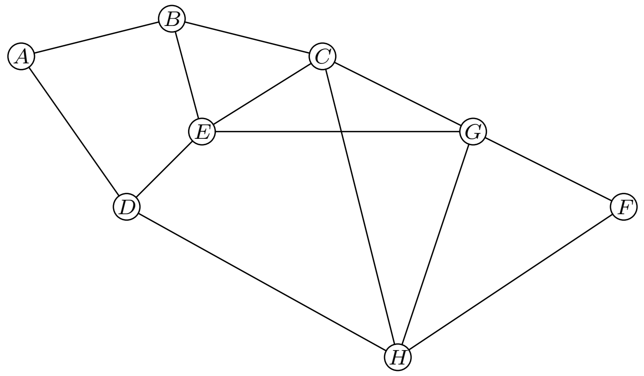
4. On donne :

$$M^4 = \begin{pmatrix} 31 & 15 & 26 & 21 & 27 & 18 & 12 \\ 15 & 12 & 15 & 12 & 18 & 12 & 6 \\ 26 & 15 & 31 & 18 & 27 & 21 & 12 \\ 21 & 12 & 18 & 20 & 17 & 18 & 5 \\ 27 & 18 & 27 & 17 & 34 & 17 & 16 \\ 18 & 12 & 21 & 18 & 17 & 20 & 5 \\ 12 & 6 & 12 & 5 & 16 & 5 & 10 \end{pmatrix}$$

En déduire le nombre de chemin de longueur 4 entre les sommets B et H.

Exercice 6339

Lors d'une campagne électorale, un homme politique doit effectuer une tournée dans les villes A, B, C, D, E, F, G et H, en utilisant le réseau autoroutier. Le graphe $\mathcal{G}$ ci-dessous, représente les différentes villes de la tournée et les tronçons d'autoroute reliant ces villes *(une ville est représentée par un sommet, un tronçon d'autoroute par une arête)*:



1. Déterminer, en justifiant, si le graphe $\mathcal{G}$ est :
   a. complet b. connexe

2. a. Justifier qu'il est possible d'organiser la tournée en passant au moins une fois par chaque ville, tout en empruntant une fois et une seule chaque tronçon d'autoroute.
   b. Citer un trajet de ce type.

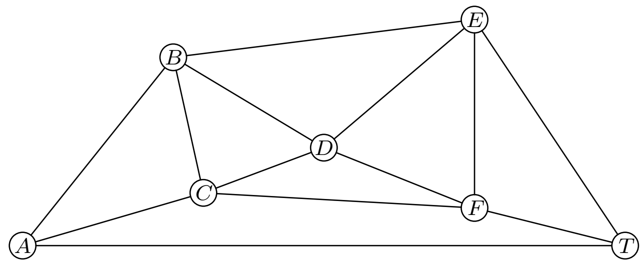
3. On appelle M la matrice d'adjacence associée au graphe $\mathcal{G}$ *(les sommets étant pris dans l'ordre alphabétique)*.
   a. Déterminer la matrice M.
   b. On donne la matrice :

$$M^3 = \begin{pmatrix} 0 & 5 & 3 & 5 & 1 & 1 & 4 & 1 \\ 5 & 2 & 7 & 2 & 8 & 3 & 3 & 5 \\ 3 & 7 & 6 & 4 & 9 & 3 & 9 & 10 \\ 5 & 2 & 4 & 0 & 9 & 2 & 3 & 8 \\ 1 & 8 & 9 & 9 & 4 & 4 & 10 & 4 \\ 1 & 3 & 3 & 2 & 4 & 2 & 6 & 6 \\ 4 & 3 & 9 & 3 & 10 & 6 & 6 & 9 \\ 1 & 5 & 10 & 8 & 4 & 6 & 9 & 4 \end{pmatrix}$$

   Déterminer, en justifiant, le nombre de chemins de longueur 3 reliant E à H.
   Préciser ces chemins.

Exercice 6340

Le graphe ci-dessous représente, dans un aéroport donné, toutes les voies empruntées par les avions au roulage. Ces voies, sur lesquelles circulent les avions avant ou après atterissage, sont appelées *taxiways*.
Les arêtes du graphe représentent les voies de circulation *(les "taxiways")* et les sommets du graphe sont les intersections.



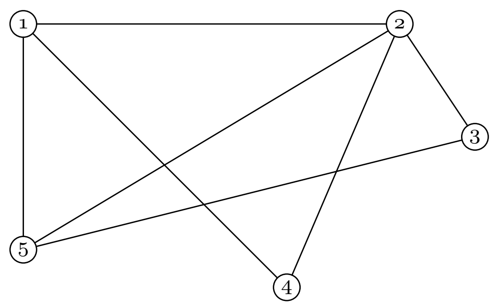
1. Ecrire la matrice M associée à ce graphe *(ranger les sommets dans l'ordre alphabétique)*.

2. Citer tous les chemins de longueur 3 reliant A à T.

255. Exercices non-classés :

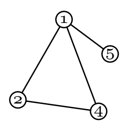
Exercice 6233

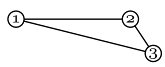
Un parc de loisirs propose à ses visiteurs des parcours d'acrobranches.
Les différents parcours sont modélisés par le graphe Γ ci-dessous où les sommets correspondent aux cinq arbres marquant leurs extrémités. Chaque parcours est représenté par une arête du graphe et peut être réalisé dans les deux sens.

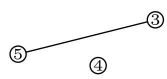


1. a. Donner, sans justifier, le degré de chacun des sommets *(la réponse pourra être présentée sous forme de tableau où les sommets seront mis dans l'ordre numérique)*.
   b. Donner la matrice M associé au graphe *(les sommets seront mis dans l'ordre numérique)*.

2. Parmi les graphes ci-dessous, lesquels représentent un sous-graphe du graphe de départ :

a. 

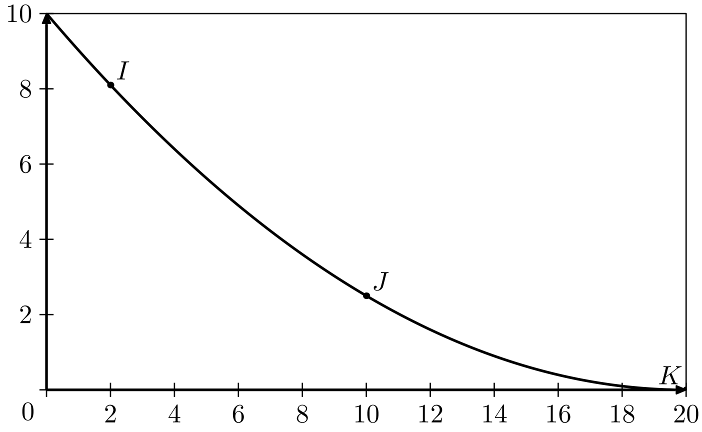
b. 

c. 

On ne justifiera sa réponse que dans le cas où on n'est pas en présence d'un sous-graphe.

3. On installe un toboggan géant sur l'arbre 4.
La forme de ce toboggan est modélisée par une fonction

f dont la courbe $\mathscr{C}$ est donnée ci-dessous dans un repère orthonormé.



Cette courbe passe par les points I, J et K de coordonnées respectives $(2\,;8{,}1)$, $(10\,;2{,}5)$ et $(20\,;0)$.

La fonction f est définie sur $\left[0\,;20\right]$ par :
$f(x)=ax^2+bx+c$
où a, b et c sont trois nombres réels.

a. Justifier que a, b et c sont solutions du système :

$$\begin{cases} 400a + 20b + c = 0 \\ 100a + 10b + c = 2{,}5 \\ 4a + 2b + c = 8{,}1 \end{cases}$$

b. Déterminer les matrices X et V pour que le système précédent soit équivalent à :

$$U\cdot X = V \quad \text{où } U = \begin{pmatrix} 400 & 20 & 1 \\ 100 & 10 & 1 \\ 4 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

c. Déterminer a, b et c.

