

Proposition :

On considère le plan muni d'un repère orthonormé $(O; I; J)$ et deux points A et B de coordonnées respectives $(x_A; y_A)$ et $(x_B; y_B)$.

La distance AB est donnée par la formule :

$$AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$$

Preuve :

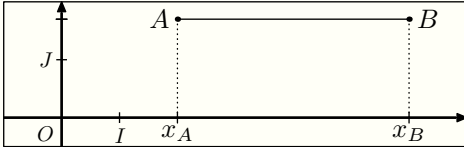
Dans le plan muni d'un repère orthonormé, on considère les deux points $A(x_A; y_A)$ et $B(x_B; y_B)$ distincts.

Effectuons une disjonction de cas sur les coordonnées des points A et B :

- Supposons $y_A = y_B$

Puisque les points A et B sont distincts alors $x_A \neq x_B$.

On peut représenter cette situation par la représentation ci-dessous :



En considérant les points $M(x_A; 0)$ et $N(x_B; 0)$, on remarque que le quadrilatère $ABNM$ est un rectangle.

⇒ Si $x_A < x_B$ alors $AB = x_B - x_A$.

⇒ Si $x_A > x_B$ alors $AB = x_A - x_B$.

Le carré de deux nombres et de leurs opposés étant égaux, on en déduit : $(x_B - x_A)^2 = (x_A - x_B)^2$

Quelque soit le cas ci-dessous, on en déduit :

$$AB^2 = (x_B - x_A)^2$$

Or sachant que $y_A = y_B$, on en déduit :

$$y_A = y_B$$

$$0 = y_B - y_A$$

$$0 = (y_B - y_A)^2$$

$$AB^2 = (x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2$$

$$\sqrt{AB^2} = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$$

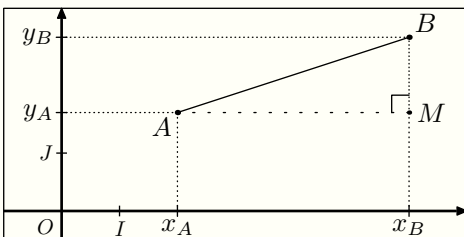
La distance étant strictement positive :

$$AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$$

- Supposons $y_A = y_B$. Une démonstration analogue à la démonstration permet de montrer que :

$$AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$$

- Sinon, la configuration des points est représentée ci-dessous où M est le point de coordonnées $(x_B; y_A)$



D'après les points démontrés précédemment, on a :

$$AM^2 = (x_B - x_A)^2 ; MB^2 = (y_B - y_A)^2$$

Dans le triangle ABM rectangle en M et d'après le théorème de Pythagore, on a l'égalité :

$$AB^2 = AM^2 + MB^2$$

$$AB^2 = (x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2$$

$$AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$$

Proposition :

On considère le plan muni d'un repère orthonormé $(O; I; J)$ et deux points A et B de coordonnées respectives $(x_A; y_A)$ et $(x_B; y_B)$.

La distance AB est donnée par la formule :

$$AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$$

Preuve :

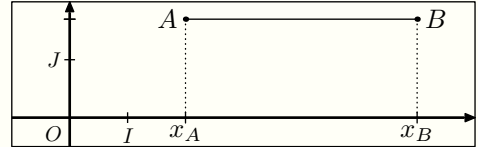
Dans le plan muni d'un repère orthonormé, on considère les deux points $A(x_A; y_A)$ et $B(x_B; y_B)$ distincts.

Effectuons une disjonction de cas sur les coordonnées des points A et B :

- Supposons $y_A = y_B$

Puisque les points A et B sont distincts alors $x_A \neq x_B$.

On peut représenter cette situation par la représentation ci-dessous :



En considérant les points $M(x_A; 0)$ et $N(x_B; 0)$, on remarque que le quadrilatère $ABNM$ est un rectangle.

⇒ Si $x_A < x_B$ alors $AB = x_B - x_A$.

⇒ Si $x_A > x_B$ alors $AB = x_A - x_B$.

Le carré de deux nombres et de leurs opposés étant égaux, on en déduit : $(x_B - x_A)^2 = (x_A - x_B)^2$

Quelque soit le cas ci-dessous, on en déduit :

$$AB^2 = (x_B - x_A)^2$$

Or sachant que $y_A = y_B$, on en déduit :

$$y_A = y_B$$

$$0 = y_B - y_A$$

$$0 = (y_B - y_A)^2$$

$$AB^2 = (x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2$$

$$\sqrt{AB^2} = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$$

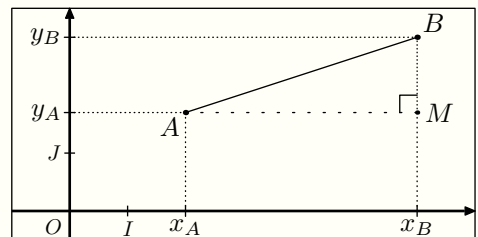
La distance étant strictement positive :

$$AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$$

- Supposons $y_A = y_B$. Une démonstration analogue à la démonstration permet de montrer que :

$$AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$$

- Sinon, la configuration des points est représentée ci-dessous où M est le point de coordonnées $(x_B; y_A)$



D'après les points démontrés précédemment, on a :

$$AM^2 = (x_B - x_A)^2 ; MB^2 = (y_B - y_A)^2$$

Dans le triangle ABM rectangle en M et d'après le théorème de Pythagore, on a l'égalité :

$$AB^2 = AM^2 + MB^2$$

$$AB^2 = (x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2$$

$$AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$$

Proposition :

On considère le plan muni d'un repère orthonormé $(O; I; J)$ et deux points A et B de coordonnées respectives $(x_A; y_A)$ et $(x_B; y_B)$.

La distance AB est donnée par la formule :

$$AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$$

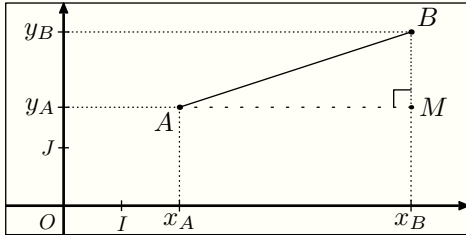
Preuve : (idée de preuve)

Dans le plan muni d'un repère orthonormé, on considère les deux points $A(x_A; y_A)$ et $B(x_B; y_B)$ distincts.

Nous n'étudierons dans cette preuve qu'un cas particulier où : $x_A < x_B$ et $y_A < y_B$

Considérons le point M de coordonnées $(x_B; y_A)$. On a les distance suivantes :

$$AM = x_B - x_A \quad ; \quad BM = y_B - y_A$$



Dans le triangle ABM rectangle en M et d'après le théorème de Pythagore, on a l'égalité :

$$AB^2 = AM^2 + MB^2$$

$$AB^2 = (x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2$$

$$AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$$

Proposition :

On considère le plan muni d'un repère orthonormé $(O; I; J)$ et deux points A et B de coordonnées respectives $(x_A; y_A)$ et $(x_B; y_B)$.

La distance AB est donnée par la formule :

$$AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$$

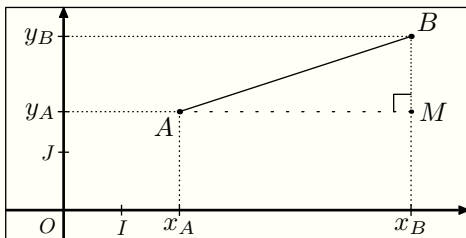
Preuve : (idée de preuve)

Dans le plan muni d'un repère orthonormé, on considère les deux points $A(x_A; y_A)$ et $B(x_B; y_B)$ distincts.

Nous n'étudierons dans cette preuve qu'un cas particulier où : $x_A < x_B$ et $y_A < y_B$

Considérons le point M de coordonnées $(x_B; y_A)$. On a les distance suivantes :

$$AM = x_B - x_A \quad ; \quad BM = y_B - y_A$$



Dans le triangle ABM rectangle en M et d'après le théorème de Pythagore, on a l'égalité :

$$AB^2 = AM^2 + MB^2$$

$$AB^2 = (x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2$$

$$AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$$

Proposition :

On considère le plan muni d'un repère orthonormé $(O; I; J)$ et deux points A et B de coordonnées respectives $(x_A; y_A)$ et $(x_B; y_B)$.

La distance AB est donnée par la formule :

$$AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$$

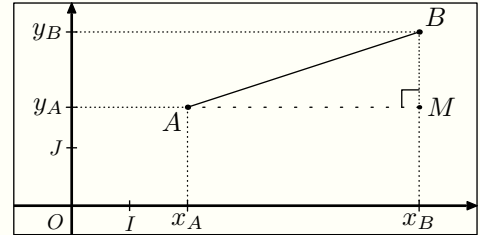
Preuve : (idée de preuve)

Dans le plan muni d'un repère orthonormé, on considère les deux points $A(x_A; y_A)$ et $B(x_B; y_B)$ distincts.

Nous n'étudierons dans cette preuve qu'un cas particulier où : $x_A < x_B$ et $y_A < y_B$

Considérons le point M de coordonnées $(x_B; y_A)$. On a les distance suivantes :

$$AM = x_B - x_A \quad ; \quad BM = y_B - y_A$$



Dans le triangle ABM rectangle en M et d'après le théorème de Pythagore, on a l'égalité :

$$AB^2 = AM^2 + MB^2$$

$$AB^2 = (x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2$$

$$AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$$

Proposition :

On considère le plan muni d'un repère orthonormé $(O; I; J)$ et deux points A et B de coordonnées respectives $(x_A; y_A)$ et $(x_B; y_B)$.

La distance AB est donnée par la formule :

$$AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$$

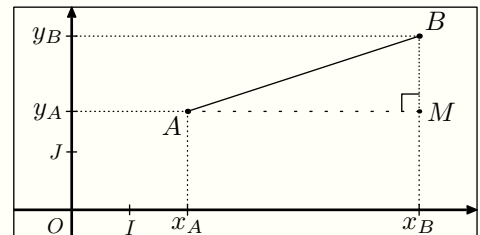
Preuve : (idée de preuve)

Dans le plan muni d'un repère orthonormé, on considère les deux points $A(x_A; y_A)$ et $B(x_B; y_B)$ distincts.

Nous n'étudierons dans cette preuve qu'un cas particulier où : $x_A < x_B$ et $y_A < y_B$

Considérons le point M de coordonnées $(x_B; y_A)$. On a les distance suivantes :

$$AM = x_B - x_A \quad ; \quad BM = y_B - y_A$$



Dans le triangle ABM rectangle en M et d'après le théorème de Pythagore, on a l'égalité :

$$AB^2 = AM^2 + MB^2$$

$$AB^2 = (x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2$$

$$AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$$