Coordonnées du milieu de deux points

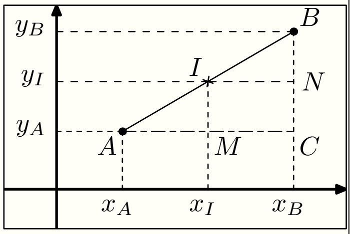
Proposition :

On considère le plan muni d'un repère orthonormé $(O\,;\,;\,J)$.
Soit A et B deux points du plan de coordonnées respectives $(x_A\,;y_A)$ et $(x_B\,;y_B)$. Le point I milieu du segment $[AB]$ a pour coordonnée :

$$I\left(\frac{x_A+x_B}{2}\,;\,\frac{y_A+y_B}{2}\right)$$

Preuve :

Le graphique ci-dessous représente deux points, A et B, et I le milieu du segment $[AB]$; Considérons le point C de coordonnées $C(x_B\,;y_A)$:



Voici quelques conséquences des coordonnées du point C :

- Les points A et C ont même ordonnées : la droite (AC) est parallèle à l'axe des abscisses.
- Les points B et C ont même abscisses : la droite (BC) est parallèle à l'axe des ordonnées.

Dans le triangle ABC, la droite parallèle à l'axe des abscisses passant par le point I intercepte le côté $[BC]$ en N.
D'après le théoréme des milieux, le point N est le milieu du segment $[BC]$.

Dans le triangle ABC, la droite parallèle à l'axe des ordonnées passant par le point I intercepte le côté $[AC]$ en M.
D'après le théoréme des milieux, le point M est le milieu du segment $[AC]$.

On en déduit facilement ces deux conséquences :

- x_I est le nombre milieu de x_A et x_B.
- y_I est le nombre milieu de y_A et y_B

En supposant que $x_A{<}x_B$, on doit avoir :

$$x_I - x_A = x_B - x_I$$

On en déduit :

$$\begin{aligned} x_I + x_I &= x_B + x_A \\ 2{\cdot}x_I &= x_B + x_A \\ x_I &= \frac{x_B+x_A}{2} \end{aligned}$$

Une démonstration identique entraîne : $y_I = \dfrac{y_A+y_B}{2}$

Coordonnées du milieu de deux points

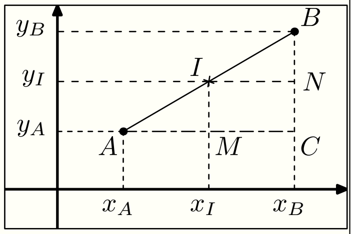
Proposition :

On considère le plan muni d'un repère orthonormé $(O\,;\,;\,J)$.
Soit A et B deux points du plan de coordonnées respectives $(x_A\,;y_A)$ et $(x_B\,;y_B)$. Le point I milieu du segment $[AB]$ a pour coordonnée :

$$I\left(\frac{x_A+x_B}{2}\,;\,\frac{y_A+y_B}{2}\right)$$

Preuve :

Le graphique ci-dessous représente deux points, A et B, et I le milieu du segment $[AB]$; Considérons le point C de coordonnées $C(x_B\,;y_A)$:



Voici quelques conséquences des coordonnées du point C :

- Les points A et C ont même ordonnées : la droite (AC) est parallèle à l'axe des abscisses.
- Les points B et C ont même abscisses : la droite (BC) est parallèle à l'axe des ordonnées.

Dans le triangle ABC, la droite parallèle à l'axe des abscisses passant par le point I intercepte le côté $[BC]$ en N.
D'après le théoréme des milieux, le point N est le milieu du segment $[BC]$.

Dans le triangle ABC, la droite parallèle à l'axe des ordonnées passant par le point I intercepte le côté $[AC]$ en M.
D'après le théoréme des milieux, le point M est le milieu du segment $[AC]$.

On en déduit facilement ces deux conséquences :

- x_I est le nombre milieu de x_A et x_B.
- y_I est le nombre milieu de y_A et y_B

En supposant que $x_A{<}x_B$, on doit avoir :

$$x_I - x_A = x_B - x_I$$

On en déduit :

$$\begin{aligned} x_I + x_I &= x_B + x_A \\ 2{\cdot}x_I &= x_B + x_A \\ x_I &= \frac{x_B+x_A}{2} \end{aligned}$$

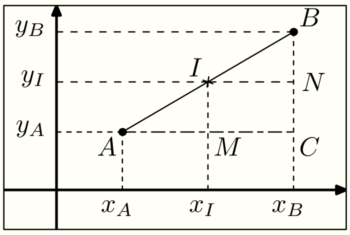
Une démonstration identique entraîne : $y_I = \dfrac{y_A+y_B}{2}$

Proposition :

On considère le plan muni d'un repère orthonormé $(O\,;\,;\,J)$.
Soit A et B deux points du plan de coordonnées respectives $(x_A\,;y_A)$ et $(x_B\,;y_B)$. Le point I milieu du segment $[AB]$ a pour coordonnée : $I\left(\dfrac{x_A+x_B}{2}\,;\dfrac{y_A+y_B}{2}\right)$

Preuve :

Le graphique ci-dessous représente deux points, A et B, et I le milieu du segment $[AB]$; Considérons le point C de coordonnées $C(x_B\,;y_A)$:



Soit I le milieu du segment $[AB]$. On a l'égalité vectorielle : $\overrightarrow{AI}=\overrightarrow{IB}$.
Or, ces deux vecteurs ont pour coordonnées respectives :

$$\overrightarrow{AI}=(x_I-x_A\,;y_I-y_A) \quad ; \quad \overrightarrow{IB}=(x_B-x_I\,;y_B-y_I)$$

Sachant que "*si deux vecteurs sont égaux alors leurs abscisses et leurs ordonnées sont égales*", on en déduit les deux équations :

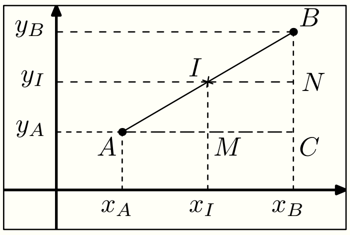
$x_I-x_A=x_B-x_I$	$y_I-y_A=y_B-y_I$
$x_I+x_I=x_B+x_A$	$y_I+y_I=y_B+y_A$
$2{\cdot}x_I=x_B+x_A$	$2{\cdot}y_I=y_B+y_A$
$x_I=\dfrac{x_B+x_A}{2}$	$y_I=\dfrac{y_B+y_A}{2}$

Proposition :

On considère le plan muni d'un repère orthonormé $(O\,;\,;\,J)$.
Soit A et B deux points du plan de coordonnées respectives $(x_A\,;y_A)$ et $(x_B\,;y_B)$. Le point I milieu du segment $[AB]$ a pour coordonnée : $I\left(\dfrac{x_A+x_B}{2}\,;\dfrac{y_A+y_B}{2}\right)$

Preuve :

Le graphique ci-dessous représente deux points, A et B, et I le milieu du segment $[AB]$; Considérons le point C de coordonnées $C(x_B\,;y_A)$:



Soit I le milieu du segment $[AB]$. On a l'égalité vectorielle : $\overrightarrow{AI}=\overrightarrow{IB}$.
Or, ces deux vecteurs ont pour coordonnées respectives :

$$\overrightarrow{AI}=(x_I-x_A\,;y_I-y_A) \quad ; \quad \overrightarrow{IB}=(x_B-x_I\,;y_B-y_I)$$

Sachant que "*si deux vecteurs sont égaux alors leurs abscisses et leurs ordonnées sont égales*", on en déduit les deux équations :

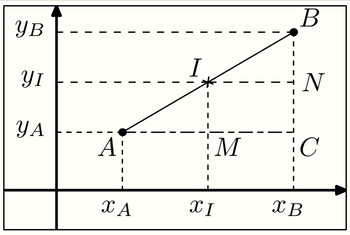
$x_I-x_A=x_B-x_I$	$y_I-y_A=y_B-y_I$
$x_I+x_I=x_B+x_A$	$y_I+y_I=y_B+y_A$
$2{\cdot}x_I=x_B+x_A$	$2{\cdot}y_I=y_B+y_A$
$x_I=\dfrac{x_B+x_A}{2}$	$y_I=\dfrac{y_B+y_A}{2}$

Proposition :

On considère le plan muni d'un repère orthonormé $(O\,;\,;\,J)$.
Soit A et B deux points du plan de coordonnées respectives $(x_A\,;y_A)$ et $(x_B\,;y_B)$. Le point I milieu du segment $[AB]$ a pour coordonnée : $I\left(\dfrac{x_A+x_B}{2}\,;\dfrac{y_A+y_B}{2}\right)$

Preuve :

Le graphique ci-dessous représente deux points, A et B, et I le milieu du segment $[AB]$; Considérons le point C de coordonnées $C(x_B\,;y_A)$:



Soit I le milieu du segment $[AB]$. On a l'égalité vectorielle : $\overrightarrow{AI}=\overrightarrow{IB}$.
Or, ces deux vecteurs ont pour coordonnées respectives :

$$\overrightarrow{AI}=(x_I-x_A\,;y_I-y_A) \quad ; \quad \overrightarrow{IB}=(x_B-x_I\,;y_B-y_I)$$

Sachant que "*si deux vecteurs sont égaux alors leurs abscisses et leurs ordonnées sont égales*", on en déduit les deux équations :

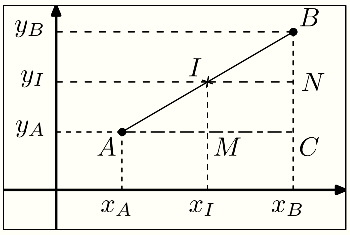
$x_I-x_A=x_B-x_I$	$y_I-y_A=y_B-y_I$
$x_I+x_I=x_B+x_A$	$y_I+y_I=y_B+y_A$
$2{\cdot}x_I=x_B+x_A$	$2{\cdot}y_I=y_B+y_A$
$x_I=\dfrac{x_B+x_A}{2}$	$y_I=\dfrac{y_B+y_A}{2}$

Proposition :

On considère le plan muni d'un repère orthonormé $(O\,;\,;\,J)$.
Soit A et B deux points du plan de coordonnées respectives $(x_A\,;y_A)$ et $(x_B\,;y_B)$. Le point I milieu du segment $[AB]$ a pour coordonnée : $I\left(\dfrac{x_A+x_B}{2}\,;\dfrac{y_A+y_B}{2}\right)$

Preuve :

Le graphique ci-dessous représente deux points, A et B, et I le milieu du segment $[AB]$; Considérons le point C de coordonnées $C(x_B\,;y_A)$:



Soit I le milieu du segment $[AB]$. On a l'égalité vectorielle : $\overrightarrow{AI}=\overrightarrow{IB}$.
Or, ces deux vecteurs ont pour coordonnées respectives :

$$\overrightarrow{AI}=(x_I-x_A\,;y_I-y_A) \quad ; \quad \overrightarrow{IB}=(x_B-x_I\,;y_B-y_I)$$

Sachant que "*si deux vecteurs sont égaux alors leurs abscisses et leurs ordonnées sont égales*", on en déduit les deux équations :

$x_I-x_A=x_B-x_I$	$y_I-y_A=y_B-y_I$
$x_I+x_I=x_B+x_A$	$y_I+y_I=y_B+y_A$
$2{\cdot}x_I=x_B+x_A$	$2{\cdot}y_I=y_B+y_A$
$x_I=\dfrac{x_B+x_A}{2}$	$y_I=\dfrac{y_B+y_A}{2}$