Proposition :

Soit (v_n) une suite géométrique de premier terme v_0 et de raison q tel que $q\neq 1$. Pour tout entier naturel n, on a :

$$v_0+v_1+\cdots+v_n = v_0\cdot\frac{1-q^{n+1}}{1-q}$$

Preuve :

Notons S la somme des $n+1$ premiers termes de la suite (v_n). On a :

$$S = v_0+v_1+v_2+\cdots+v_{n-2}+v_{n-1}+v_n$$

$$(1-q)\cdot S = (1-q)\cdot\big(v_0+v_1+v_2+\cdots+v_{n-2}+v_{n-1}+v_n\big)$$

$$(1-q)\cdot S = \big[v_0+v_1+v_2+\cdots+v_{n-2}+v_{n-1}+v_n\big] - q\cdot\big[v_0+v_1+v_2+\cdots+v_{n-2}+v_{n-1}+v_n\big]$$

$$(1-q)\cdot S = \big[v_0+v_1+v_2+\cdots+v_{n-2}+v_{n-1}+v_n\big] - \big[q\cdot v_0+q\cdot v_1+q\cdot v_2+\cdots+q\cdot v_{n-2}+q\cdot v_{n-1}+q\cdot v_n\big]$$

$$(1-q)\cdot S = v_0+v_1+v_2+\cdots+v_{n-2}+v_{n-1}+v_n - v_1-v_2-v_3-\cdots-v_{n-1}-v_n-v_{n+1}$$

$$(1-q)\cdot S = v_0-v_{n+1}$$

$$(1-q)\cdot S = v_0-v_0\cdot q^{n+1}$$

$$(1-q)\cdot S = v_0\cdot\big(1-q^{n+1}\big)$$

$$S = v_0\cdot\frac{1-q^{n+1}}{1-q}$$

Proposition :

Soit (v_n) une suite géométrique de premier terme v_0 et de raison q tel que $q\neq 1$. Pour tout entier naturel n, on a :

$$v_0+v_1+\cdots+v_n = v_0\cdot\frac{1-q^{n+1}}{1-q}$$

Preuve :

Notons S la somme des $n+1$ premiers termes de la suite (v_n). On a :

$$S = v_0+v_1+v_2+\cdots+v_{n-2}+v_{n-1}+v_n$$

$$(1-q)\cdot S = (1-q)\cdot\big(v_0+v_1+v_2+\cdots+v_{n-2}+v_{n-1}+v_n\big)$$

$$(1-q)\cdot S = \big[v_0+v_1+v_2+\cdots+v_{n-2}+v_{n-1}+v_n\big] - q\cdot\big[v_0+v_1+v_2+\cdots+v_{n-2}+v_{n-1}+v_n\big]$$

$$(1-q)\cdot S = \big[v_0+v_1+v_2+\cdots+v_{n-2}+v_{n-1}+v_n\big] - \big[q\cdot v_0+q\cdot v_1+q\cdot v_2+\cdots+q\cdot v_{n-2}+q\cdot v_{n-1}+q\cdot v_n\big]$$

$$(1-q)\cdot S = v_0+v_1+v_2+\cdots+v_{n-2}+v_{n-1}+v_n - v_1-v_2-v_3-\cdots-v_{n-1}-v_n-v_{n+1}$$

$$(1-q)\cdot S = v_0-v_{n+1}$$

$$(1-q)\cdot S = v_0-v_0\cdot q^{n+1}$$

$$(1-q)\cdot S = v_0\cdot\big(1-q^{n+1}\big)$$

$$S = v_0\cdot\frac{1-q^{n+1}}{1-q}$$

Proposition :

Soit (v_n) une suite géométrique de premier terme v_0 et de raison q tel que $q\neq 1$. Pour tout entier naturel n, on a :

$$v_0+v_1+\cdots+v_n = v_0\cdot\frac{1-q^{n+1}}{1-q}$$

Preuve :

Notons S la somme des $n+1$ premiers termes de la suite (v_n). On a :

$$S = v_0+v_1+v_2+\cdots+v_{n-2}+v_{n-1}+v_n$$

$$(1-q)\cdot S = (1-q)\cdot\big(v_0+v_1+v_2+\cdots+v_{n-2}+v_{n-1}+v_n\big)$$

$$(1-q)\cdot S = \big[v_0+v_1+v_2+\cdots+v_{n-2}+v_{n-1}+v_n\big] - q\cdot\big[v_0+v_1+v_2+\cdots+v_{n-2}+v_{n-1}+v_n\big]$$

$$(1-q)\cdot S = \big[v_0+v_1+v_2+\cdots+v_{n-2}+v_{n-1}+v_n\big] - \big[q\cdot v_0+q\cdot v_1+q\cdot v_2+\cdots+q\cdot v_{n-2}+q\cdot v_{n-1}+q\cdot v_n\big]$$

$$(1-q)\cdot S = v_0+v_1+v_2+\cdots+v_{n-2}+v_{n-1}+v_n - v_1-v_2-v_3-\cdots-v_{n-1}-v_n-v_{n+1}$$

$$(1-q)\cdot S = v_0-v_{n+1}$$

$$(1-q)\cdot S = v_0-v_0\cdot q^{n+1}$$

$$(1-q)\cdot S = v_0\cdot\big(1-q^{n+1}\big)$$

$$S = v_0\cdot\frac{1-q^{n+1}}{1-q}$$

Proposition :

Soit (v_n) une suite géométrique de premier terme v_0 et de raison q tel que $q\neq 1$. Pour tout entier naturel n, on a :

$$v_0+v_1+\cdots+v_n = v_0\cdot\frac{1-q^{n+1}}{1-q}$$

Preuve :

Notons S la somme des $n+1$ premiers termes de la suite (v_n). On a :

$$S = v_0+v_1+v_2+\cdots+v_{n-2}+v_{n-1}+v_n$$

$$(1-q)\cdot S = (1-q)\cdot\big(v_0+v_1+v_2+\cdots+v_{n-2}+v_{n-1}+v_n\big)$$

$$(1-q)\cdot S = \big[v_0+v_1+v_2+\cdots+v_{n-2}+v_{n-1}+v_n\big] - q\cdot\big[v_0+v_1+v_2+\cdots+v_{n-2}+v_{n-1}+v_n\big]$$

$$(1-q)\cdot S = \big[v_0+v_1+v_2+\cdots+v_{n-2}+v_{n-1}+v_n\big] - \big[q\cdot v_0+q\cdot v_1+q\cdot v_2+\cdots+q\cdot v_{n-2}+q\cdot v_{n-1}+q\cdot v_n\big]$$

$$(1-q)\cdot S = v_0+v_1+v_2+\cdots+v_{n-2}+v_{n-1}+v_n - v_1-v_2-v_3-\cdots-v_{n-1}-v_n-v_{n+1}$$

$$(1-q)\cdot S = v_0-v_{n+1}$$

$$(1-q)\cdot S = v_0-v_0\cdot q^{n+1}$$

$$(1-q)\cdot S = v_0\cdot\big(1-q^{n+1}\big)$$

$$S = v_0\cdot\frac{1-q^{n+1}}{1-q}$$