ompilerles exercic | mpilerles correcti | Plusd options

Terminales S - Spécialité/Nombres premiers

1. Proprietes des nombres premiers :

Exercice 3621

1. Pour a un entier naturel, on considère l'expression :
(E) : $a^4-a^3-5a^2$
   a. Factoriser l'expression (E) comme un produit de deux polynômes du second degré.
   b. En déduire l'unique valeur de a afin que l'expression (E) définisse un nombre premier.
2. Pour a un entier naturel, on considère l'expression :
(F) : a^4-5a^2
Justifier que l'entier (F) ne peut être un nombre premier.

Exercice 3622

Soit n un entier naturel. On considère l'entier A défini par :
$A=2^3\times3^n\times5^n$

1. a. Déterminer le nombre de diviseurs de l'entier A dans les cas suivant :
$n=0$; $n=1$; $n=2$
   b. Déterminer une expression en fonction de n donnant le nombre de diviseurs de l'entier A.
2. Combien de diviseurs admet l'entier $6\,075\,000$?

Exercice 3623

Soit N un entier naturel, impair non premier.
On suppose que $N=a^2-b^2$ où a et b sont deux entiers naturels tels que $a>b$.

1. Montrer que a et b n'ont pas la même parité.
2. Montrer que N peut s'écrire comme produit de deux entiers naturels p et q.
3. Quelle est la parité de p et de q ?

Exercice 5218

Déterminer la décomposition en produit de facteurs premiers des entiers suivants :

a. 8232 b. 1750 c. 1053

2. Nombres premiers et congruence :

Exercice 3619

Soit p un entier premier supérieur ou égal à 5.

1. Justifier que l'entier p vérifie l'une des deux conditions suivantes :
$p\equiv1 \pmod{6}$; $p\equiv5 \pmod{6}$
2. Justifier que l'entier p^2-1 est divisible par 24.

3. Ecriture en base b :

Exercice 3627

Dans cette question, toute trace de recherche, même incomplète, ou d'initiative, même non fructueuse, sera prise en compte dans l'évaluation.

Soient a et b deux nombres entiers naturels inférieurs ou égaux à 9 avec $a\neq0$.

On considère l'entier $N=a\times10^3+b$. On rappelle qu'en base 10 ce nombre s'écrit sous la forme :
$N=\overline{a00b}$

On se propose de déterminer parmi ces nombres entiers naturels N ceux qui sont divisibles par 7.

1. Vérifier que : $10^3\equiv-1 \pmod{7}$
2. En déduire tous les nombres entiers N cherchés.

Exercice 5301

On considère l'entier naturel A qui s'écrit $\overline{1x416}$ dans le système de numération de base sept.

1. Déterminer x pour que :
   a. A soit divisible par six ;
   b. A soit divisible par cinq.
En déduire qu'il existe x tel que A soit divisible par trente.
2. On donne à x la valeur zéro. Déterminer l'écriture décimale de A. Quel est le nombre de diviseurs positifs de A ? Quel est l'ensemble des diviseurs positifs de A qui sont premiers avec trois ?

255. Exercices non-classés :

Exercice 3361

1. Déterminer la décomposition en produit de facteurs premiers des entiers suivants :

   a. 2 016   b. 2 100   c. 864

2. Effectuer les opérations suivantes et donner le résultat sous forme simplifiée :

   a. $\dfrac{2\,016}{2\,100}$ b. $\dfrac{1}{2\,100}+\dfrac{1}{864}$

Exercice 5835

On considère l'algorithme suivant où $\text{Ent}\left(\dfrac{A}{N}\right)$ désigne la partie entière de $\dfrac{A}{N}$.

> A et N sont des entiers naturels.
> Saisir A.
> N prend la valeur 1.
> Tant que $N\leqslant\sqrt{A}$
> Si $\dfrac{A}{N}-\text{Ent}\left(\dfrac{A}{N}\right)=0$ alors
>   Afficher N et $\dfrac{A}{N}$
> Fin si
> N prend la valeur $N+1$
> Fin Tant que.

1. Quels résultats affiche cet algorithme pour $A=12$?
2. Que donne cet algorithme dans le cas général ?

Exercice 3362

Simplifier l'écriture des entiers suivants sous forme de produit de facteurs premiers :

a. $18\times15^2\times9\times82$ b. $9^2\times15^{-2}\times4^4$ c. $\dfrac{5^{\times}3^4\times12^2}{21^2\times15^3}$

d. $\dfrac{5^2\times3^2}{5^5\cdot(3^4+3^4)}$ e. $\dfrac{2^2\times5^{-4}}{2^{21}+2^{22}}$

Exercice 6771

Pour tout entier naturel n non nul, on appelle $S(n)$ le nombre égal à la somme des diviseurs positifs de n.

1. Vérifier que $S(6)=12$ et calculer $S(7)$.
2. a. Démontrer que, pour tout entier naturel n supérieur ou égal à 2 : $S(n)\geqslant1+n$

   b. Quels sont les entiers naturels n tels que $S(n)=1+n$?

Exercice 3363

Préciser si les entiers suivants sont premiers ou non :

a. 37   b. 127   c. 541   d. $2\times3\times5\times7+1$

Exercice 6924

On donne l'algorithme suivant où $MOD(N,k)$ représente le reste de la division euclidienne de N par k.

Variables :	n entier naturel supérieur ou égal à 3
	k entier naturel supérieur ou égal à 2
Initialisation :	Demander à l'utilisateur la valeur de n.
	Affecter à k la valeur 2
Traitement :	Tant que $MOD(a,k)\neq0$ et $k\leqslant\sqrt{a}$
	Affecter à k la valeur $k+1$
	Fin de Tant que
Sortie :	Afficher k.
	Si $k>\sqrt{a}$
	Afficher "Cas 1"
	sinon
	Afficher "Cas 2"
	Fin de Si

1. Qu'affiche cet algorithme si on saisit $a=127$? Et si on saisit $a=119$?
2. Que peut-on dire de l'entier a lorsque "Cas 1" est affiché dans l'algorithme ? Justifier votre réponse.

Exercice 5038

1. Soit n un entier naturel. Exprimer le reste de la division euclidienne de n^2 par 8 en fonction du reste de la division euclidienne de n par 4.
2. Soit a et b deux entiers. Etablir la propriété suivante :

   "Si a^2+b^2 est un entier divisible par 8 alors a et b sont des entiers pairs"

Exercice 5039

Déterminer l'ensemble des couples $(a\,;b)$ d'entiers relatifs vérifiant l'égalité :
$a^2-b^2=11$

