

Term L spé/ Les développements décimaux

255. Exercices non-classés :

Exercice 67

1. Donner les écritures fractionnaires des développements décimaux suivants :

$$A = 0,1\bar{7} \quad ; \quad B = 0,784\overline{84}$$

2. En justifiant votre démarche, donner le développement illimité du nombre fractionnaire $B = \frac{3}{9}$.

Exercice 68

Déterminer les écritures fractionnaires associées aux développements décimaux illimités suivant :

a. $x = 0,7\bar{1}$ b. $y = 1,2\bar{17}$

Exercice 1822

On considère la suite (u_n) géométrique de premier terme $u_0 = 2$ et de raison 3.

1. a. Déterminer les termes u_1, u_2, u_3 et u_4 .
 b. Donner l'écriture en base 7 de u_2 .
 c. Montrer que l'écriture en base 7 est $\overline{105}^7$.
 d. Pour obtenir l'écriture en base 7 de u_4 , un élève a effectué la multiplication ci-dessous. Dire s'il a ou non raison et expliquer pourquoi.

$$\begin{array}{r} 105 \\ \times 3 \\ \hline 315 \end{array}$$

2. a. Montrer que : $u_5 = 486$.
 b. On considère l'algorithme suivant :

Entrée :

a un entier naturel

Initialisation :

L liste vide.

Affecter la valeur a à x

Traitement :

Tant que $x > 0$;

Effectuer la division euclidienne de x par 7;

Mettre la valeur de r au début de la liste L ;

Affecter q à x .

Sortie :

Afficher les éléments de la liste L .

Faire fonctionner cet algorithme pour $a = 486$. On produira sur la copie un tableau analogue à celui donné ci-dessous et on le complétera :

	r	q	L	x
Initialisation			vide	486
Fin étape 1				
Fin étape 2				
...				
...				

Expliquer le lien entre les éléments de la liste L et l'écriture de u_5 en base 7.

3. On a divisé le terme u_{10} de la suite (u_n) par un certain entier. On obtient le quotient Q dont l'écriture décimale est $Q = 14,727\ 272\ 727\ 272\ 72\dots$ écriture dans laquelle les chiffres 7 et 2 se répètent à l'infini.

On note (v_n) la suite géométrique de premier terme 0,72 et de raison 0,01.

- a. Calculer $v_0 + v_1 + v_2$
 b. On pose $S_n = v_0 + v_1 + v_2 + \dots + v_n$ où n est un entier naturel non nul.
 c. Calculer S_n . En déduire $\lim_{n \rightarrow +\infty} S_n$.
 d. En déduire une écriture de $0,727\ 272\dots$ où les chiffres 7 et 2 se répètent à l'infini sous la forme du quotient de deux entiers. Quel est le nombre par lequel on a divisé u_{10} ?

Exercice 2012

Une entreprise de recyclage récupère un lot de digicodes ayant tous un clavier identique à celui représenté ci-contre. Chacun de ces digicodes a été programmé pour fonctionner avec un code constitué de deux signes choisis parmi les douze figurant sur ce clavier.

0	1	2
3	4	5
6	7	8
9	A	B

Par exemple A0, BB, 43 sont des codes possibles.

Pour remettre en état de fonctionnement un tel digicode, il

faut retrouver son code.

Pour faciliter une telle recherche, a été inscrit sur le boîtier de chaque digicode un nombre R qui dépend du code. Ce nombre a été obtenu de la manière suivante :

- Le code est considéré comme un nombre écrit en base 12 : A est le chiffre dix et B le chiffre 11.
- Le nombre R inscrit sur le boîtier est le reste de la division euclidienne du code, converti en base 10, par 53. R est donc un nombre écrit en base 10 et tel que $0 \leq R \leq 53$.

1. Combien y a-t-il de codes possibles ?

2. On suppose que le code d'un digicode est AB .

- a. Ecrire en base 10 le nombre dont l'écriture en base 12 est $(AB)_{\text{douze}}$.
- b. Déterminer le nombre R inscrit sur le boîtier de ce digicode.

3. Sur le boîtier d'un digicode est inscrit le nombre R égal à 25. Démontrer que $(21)_{\text{douze}}$ peut être le code de ce digicode.

4. On considère l'algorithme suivant :

Entrée : R est un entier naturel.

Initialisation : L liste vide ;

$n = 0$.

Traitement : Tant que $53n + R \leq 143$, mettre dans la liste L la valeur de $53n + R$ puis ajouter 1 à n .

Sortie : Afficher la liste L

- a. Faire fonctionner cet algorithme pour $R = 25$.
- b. On suppose que le nombre R inscrit sur le boîtier d'un digicode est 25. Quels sont les trois codes possibles de ce digicode ?

5. Dire si l'affirmation suivante est vraie ou fausse. Si l'affirmation est considérée comme étant fausse, en apporter la preuve.

Affirmation : quelle que soit la valeur de R l'algorithme permet de trouver trois codes parmi lesquels se trouve le code secret.