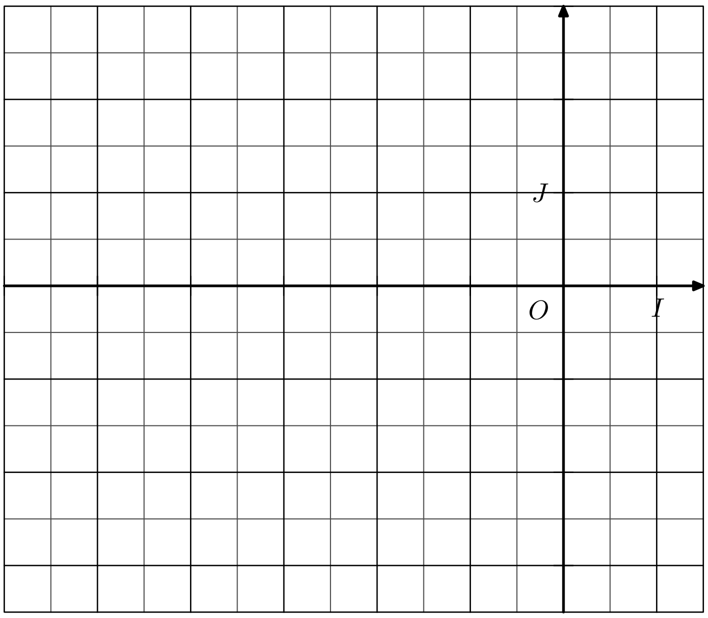
Première S/Vecteurs et droites

1. Rappels :

Exercice 6481

Dans le plan muni d'un repère $(O;I;J)$ orthonormé, on considère les deux points suivants :

$A(-4\,;-2)$; $B(-1\,;2)$



1. Placer les points A et B.

Le graphique sera complété au fur et à mesure des questions l'exercice.

2. On note K le milieu du segment $[AB]$. Montrer que le point K a pour coordonnées : $K(-2{,}5\,;0)$.

3. On considère le point C de coordonnées $(-2{,}5\ ;\ -2{,}5)$.
   a. Déterminer les longueurs AB et KC.
   b. Que représente le segment $[KC]$ pour le triangle ABC ?
   c. En déduire que le triangle ABC est rectangle en C.

Exercice 6482

On considère les quatres points suivants caractérisés par leurs coordonnées dans un repère $(O;I;J)$ orthonormé :

$A(-4\,;-1)$; $B(-3\,;-4)$; $C(3\,;-2)$; $D(2\,;1)$

Montrer que le quadrilatère $ABCD$ est un rectangle.

Exercice 6483

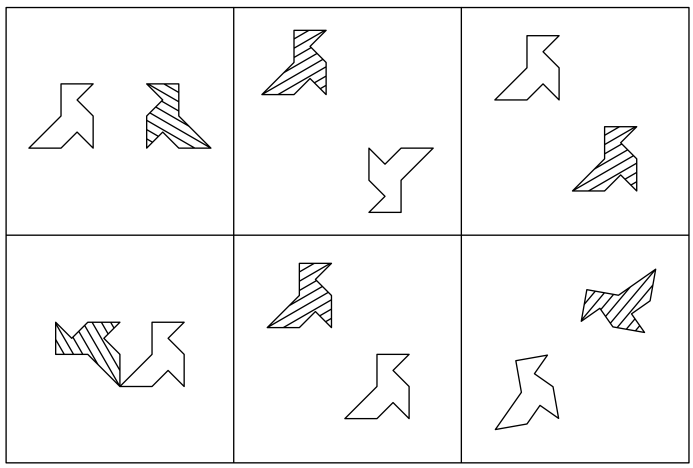
On considère le plan muni d'un repère $(O;I;J)$ et le cercle $\mathscr{C}$ de centre $K(2\,;-3)$ et de rayon 5.

1. Justifier que le point $A(6\,;-6)$ est un point du cercle $\mathscr{C}$
2. Considérons le point B diamétralement opposé au point A dans le cercle $\mathscr{C}$. Déterminer les coordonnées du point B.
3. Soit C le point du plan de coordonnés $\left(-\frac{14}{5}\,;-\frac{8}{5}\right)$.
   Justifier que le triangle ABC est rectangle en C.

Exercice 6484

La figure hachurée est obtenue après application d'une transformation du plan à la figure blanche. Dans chaque cas :

- Préciser le type de transformation *(symétrie axiale, centrale, translation, rotation)*.
- Faire apparaître et préciser le*(s)* élément*(s)* caractéristique*(s)* de cette transformation *(axe, centre, angle, sens de rotation)*



Exercice 6485

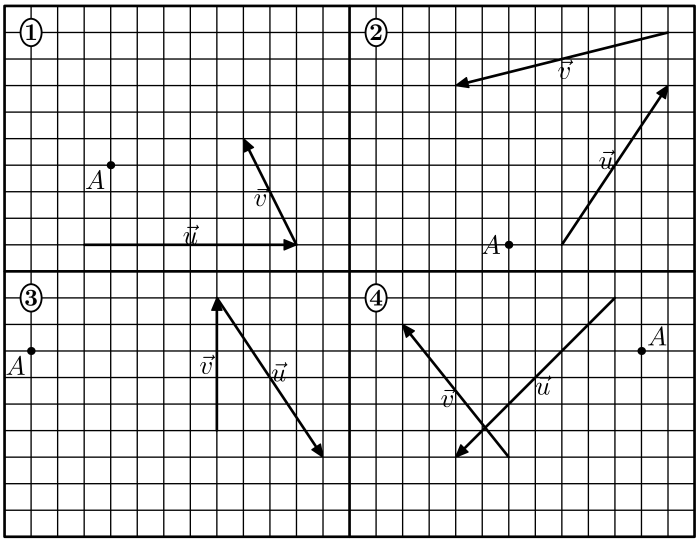
1. Pour chacun des quadrans ci-dessous :
   a. Placer le point B translaté du point A par la translation de vecteur $\vec{u}$.
   b. Tracer le point C translaté du point B par la translation de vecteur $\vec{v}$.

   Dans chaque cadran, le point C obtenu s'appelle le translaté du point A par le vecteur $\vec{u}+\vec{v}$.

2. Dans le premier quadran :
   a. Placer le point B' translaté du point A par le vecteur $\vec{v}$.
   b. Placer le point C' translaté du point B' par le vecteur

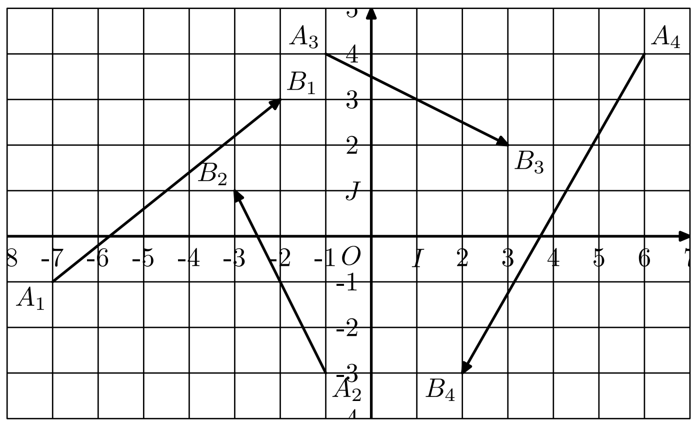
$\vec{u}$.

c. Que pouvez-vous dire de la translation composé des translations de vecteurs $\vec{u}$ puis celle de $\vec{v}$ et de la translation composée des translations de vecteurs $\vec{v}$ et $\vec{u}$?



Exercice 6486

Dans le repère orthonormé $(O\,;I\,;J)$ ci-dessous, sont représentés quatres vecteurs :



Graphiquement, déterminer les coordonnées de ces quatres vecteurs.

Exercice 6487

Dans un repère orthonormé $(O\,;I\,;J)$, on considère les quatres points suivants caractérisés par leurs coordonnées :

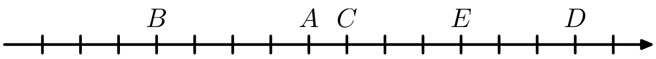
$$A\left(\frac{5}{3}\,;\frac{7}{4}\right) \;;\; B\left(\frac{11}{3}\,;-\frac{5}{4}\right) \;;\; C\left(\frac{16}{7}\,;\frac{12}{5}\right) \;;\; D\left(\frac{2}{7}\,;\frac{27}{5}\right)$$

Justifier que le quadrilatère $ABCD$ est un parallélogramme.

2. Vecteurs colinéaires : proportionnalités :

Exercice 5287

Sur une droite graduée, on place les points A, B, C, D, E :



Pour chaque question, déterminer la valeur du nombre k vérifiant l'égalité :

a. $\overrightarrow{BC} = k\cdot\overrightarrow{AC}$ b. $\overrightarrow{ED} = k\cdot\overrightarrow{AC}$

c. $\overrightarrow{AC} = k\cdot\overrightarrow{CA}$ d. $\overrightarrow{ED} = k\cdot\overrightarrow{CA}$

e. $\overrightarrow{EA} = k\cdot\overrightarrow{AB}$ f. $\overrightarrow{AC} = k\cdot\overrightarrow{BA}$

Exercice 5295

Dans le cas où les vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont colinéaires, donner le coefficient de colinéarité du vecteur $\vec{u}$ par rapport au vecteur $\vec{v}$:

a. $\vec{u}\,(-2\,;-10)$ et $\vec{v}\,(4\,;20)$ b. $\vec{u}\,(-6\,;9)$ et $\vec{v}\left(\frac{1}{4}\,;-\frac{1}{2}\right)$

c. $\vec{u}\,(0\,;5)$ et $\vec{v}\,(-5\,;0)$ d. $\vec{u}\left(-\frac{4}{3}\,;4\right)$ et $\vec{v}\,(3\,;-9)$

e. $\vec{u}\left(\frac{1}{3}\,;\frac{2}{5}\right)$ et $\vec{v}\,(5\,;6)$ f. $\vec{u}\,(6\,;-5)$ et $\vec{v}\left(\frac{14}{5}\,;-2\right)$

Exercice 6488

On munit le plan d'un repère $(O\,;\vec{i}\,;\vec{j})$:

1. Montrer que les points suivants sont alignés :
   $A(0\,;-1)$; $B(2\,;0)$; $C(-2\,;-2)$

2. Déterminer si les points suivants sont alignés :
   $K(3\,;-4)$; $L(2\,;-2)$; $M(-1\,;3)$

3. On considère les points ci-dessous :

   $O(3\,;2)$; $P(4\,;5)$; $Q(1\,;-202)$; $R(101\,;98)$

   Déterminer si les droites (OP) et (QR) sont parallèles.

3. Propriétés de colinéarité :

Exercice 5288

Dans un un repere $(O;\vec{i}\,;\vec{j})$, on considère les points :

$A(3\,;-5)$; $B(-2\,;0)$; $C(147\,;-13)$; $D(-53\,;187)$

Etablir que les droites (AB) et (CD) sont parallèles.

Exercice 5313

On considère le plan muni du repère $(O\,;\vec{i}\,;\vec{j})$ représenté ci-dessous :

On considère les quatres vecteurs ci-dessous :

$$\vec{u}\left(\frac{9}{4}\,;-\frac{3}{4}\right) \;;\; \vec{v}\left(\frac{7}{2}\,;-\frac{3}{2}\right) \;;\; \vec{w}\left(-\frac{15}{4}\,;\frac{5}{4}\right)$$

1. Représenter les trois vecteurs $\vec{u}$, $\vec{v}$ et $\vec{w}$ avec pour origine le point O.

2. a. Graphiquement, émettre une conjecture sur la colinéarité de couples de vecteurs parmi $\vec{u}$, $\vec{v}$ et $\vec{w}$.

b. Etablir votre conjecture.

☐ **Exercice 5293**

Soit A, B, C et D quatre points du plan. Dans chaque cas, démontrer que les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$, vérifiant la relation imposée, sont colinéaires :

a. $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{AC}$

b. $5\cdot\overrightarrow{AD}=2\cdot\overrightarrow{AC}+3\cdot\overrightarrow{BD}$

c. $\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{BD}+2\cdot\overrightarrow{CB}=\overrightarrow{0}$

d. $3\cdot\overrightarrow{AD}+4\cdot\overrightarrow{BC}=7\cdot\overrightarrow{AC}$

4. Recherche des coordonnées de points :

☐ **Exercice 5291**

On considère le plan muni d'un repère $(O\,;I\,;J)$.
Soit A, B, C et D quatre points du plan de coordonnées :

$A(-5\,;1)$; $B(2\,;4)$; $C(-1\,;-2)$; $D(3\,;y_D)$

Déterminer les coordonnées du point D tel que les droites (AB) et (CD) soient parallèles et que le point D ait 3 pour abscisse.

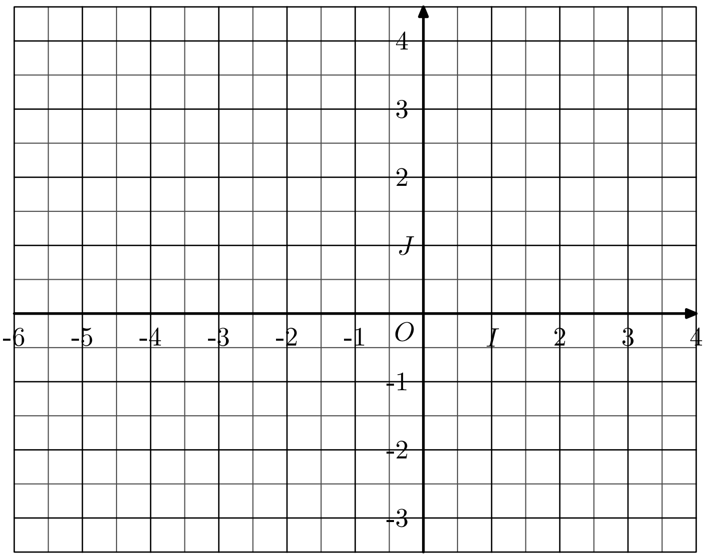
☐ **Exercice 5822**

Dans le plan muni d'un repère $(O\,;I\,;J)$ orthonormé, on considère les trois points suivants :
$A(-1\,;1)$; $B(-3\,;-1)$; $C(2\,;3)$

1. Les points A, B et C sont-ils alignés ? Justifier votre réponse.
2. Déterminer les coordonnées de l'unique point D ayant pour abscisse -2 tel que les droites (AB) et (CD) soient parallèles.

☐ **Exercice 5292**

On considère le plan muni d'un repère orthonormé $(O\,;I\,;J)$:



1. Placer les trois points A, B, C dans le repère ci-dessous :

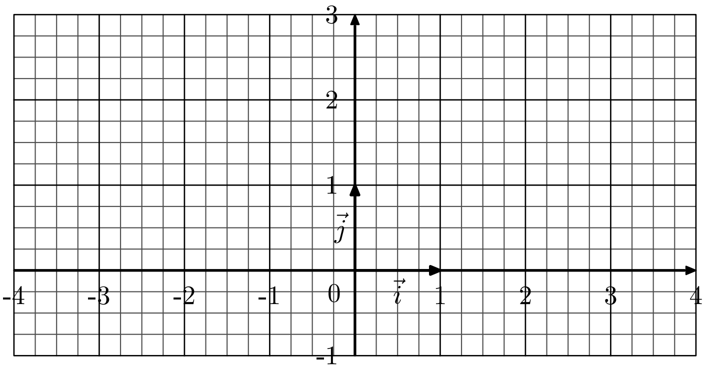
   $A(3\,;-3)$; $B(-4\,;3)$; $C(-5\,;-1)$
2. Déterminer les coordonnées du milieu M du segment $[AB]$.
3. a. Déterminer les longueurs AB et MC

   b. Etablir que le triangle ABC est rectangle en C.
4. Soit N un point de l'axe des ordonnées. Déterminer les coordonnées du point N afin que les vecteurs $\overrightarrow{BN}$ et $\overrightarrow{CM}$ soient colinéaires.

5. Vecteurs directeurs de droites :

☐ **Exercice 5315**

On considère le plan muni d'un repère $(O\,;\vec{i}\,;\vec{j})$ orthogonal :



et les points A et B de coordonnées : $A\left(-3\,;-\dfrac{1}{2}\right)$; $B(1\,;1)$

1. Tracer la droite (AB) dans le repère ci-dessus.
2. Donner quatre vecteurs directeurs de la droite (AB) dont un, au moins, a des coordonnées entières.

☐ **Exercice 5316**

On considère les fonctions affines f et g définie par la relation :

$f(x)=\dfrac{3}{2}\cdot x+2$; $g(x)=-2x+1$

Dans le plan muni d'un repère, on note (d) et (d') les droites représentatives respectives des fonctions f et g.

1. Donner trois vecteurs directeurs de la droite (d).
2. Donner trois vecteurs directeurs de la droite (d').

6. Equation cartésienne de droites :

Exercice 5318

Dans le plan muni d'un repère $(O\,;\vec{i}\,;\vec{j})$, on considère la droite (d) admettant pour équation :

$2x - y + 5 = 0$

1. Parmi les points ci-dessous, lesquels appartiennent à la droite (d) :

$$A(1\,;7) \quad ; \quad B\Big(-\frac{3}{2}\,;2\Big) \quad ; \quad C(-4\,;-4)$$

2. Déterminer les coordonnées du point D appartenant à la droite (d) ayant pour abscisse 2.

3. Déterminer les coordonnées du point E appartenant à la droite (d) ayant pour ordonnée $-\dfrac{1}{2}$.

Exercice 5328

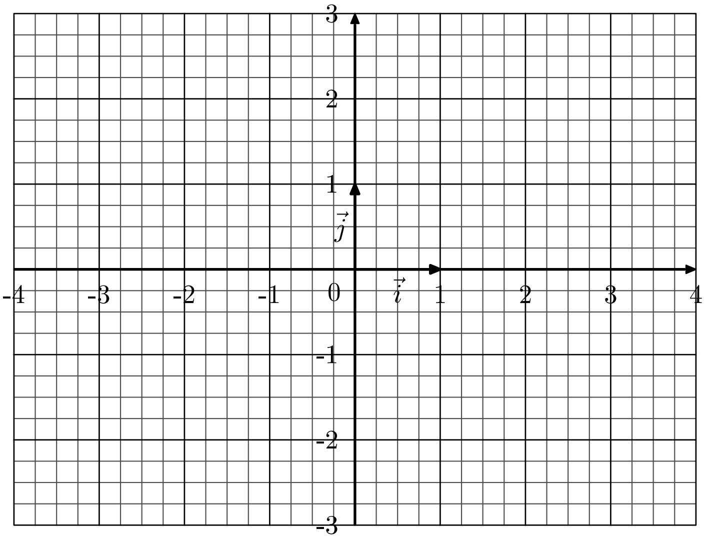
Dans le plan muni d'un repère $(O\,;\vec{i}\,;\vec{j})$, on considère les quatres droites ci-dessous définies par leur équation cartésienne :

$$(d_1):\ 2x - 3y + 3 = 0 \quad ; \quad (d_2):\ -2x - y + 1 = 0$$

$$(d_3):\ 4x + 8y - 10 = 0 \quad ; \quad (d_4):\ -3x + y + 4 = 0$$

1. Pour chacune des droites, donner un point et un vecteur directeur de cette droite.

2. Tracer chacune de ces droites dans le repère ci-dessous :



Exercice 5319

Dans le plan muni d'un repère $(O\,;I\,;J)$, on considère les quatre droites suivantes :

$$(d_1):\ 3{\cdot}x - 2{\cdot}y - 2 = 0 \quad ; \quad (d_2):\ -x + 3{\cdot}y + 1 = 0$$

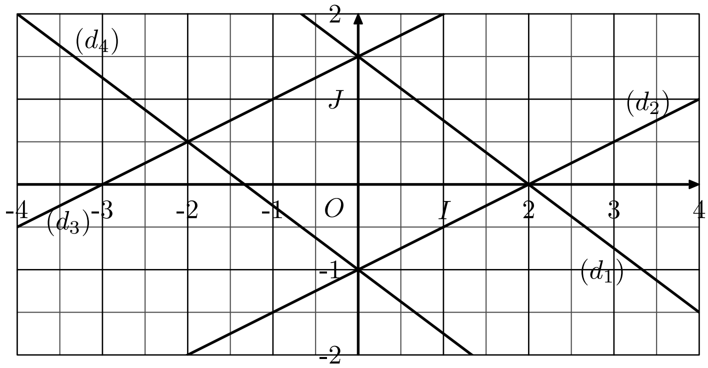
$$(d_3):\ 2{\cdot}x + y = 0 \quad ; \quad (d_4):\ -2{\cdot}x - 2{\cdot}y + 1 = 0$$

1. Donner un vecteur directeur de chacune de ces droites.

2. Donner le coefficient directeur de chacune de ces droites.

Exercice 5334

Dans le plan muni d'un repère $(O\,;\vec{i}\,;\vec{j})$, on donne la représentation des quatres droites (d_1), (d_2), (d_3) et (d_4) ci-dessous :



Associer à chacune des droites ci-dessous une des équations cartésiennes présentées ci-dessous :

$$(E_1):\ 3{\cdot}x + 4{\cdot}y + 4 = 0 \quad ; \quad (E_2):\ -x + 2{\cdot}y - 3 = 0$$

$$(E_3):\ \frac{1}{2}{\cdot}x - y - 1 = 0 \quad ; \quad (E_4):\ \frac{3}{4}{\cdot}x + y - \frac{3}{2} = 0$$

Exercice 5335

Dans le plan muni d'un repère $(O\,;\vec{i}\,;\vec{j})$, on considère les droites ci-dessous :

$$(d_1):\ \sqrt{3}{\cdot}x - \sqrt{12}{\cdot}y + \sqrt{10} = 0$$

$$(d_2):\ (1+\sqrt{2}){\cdot}x + \sqrt{3}{\cdot}y - 1 = 0$$

$$(d_3):\ -\sqrt{3}{\cdot}x - (-1+\sqrt{2}){\cdot}y + 2 = 0$$

$$(d_4):\ (1+\sqrt{2}){\cdot}x + (1-\sqrt{2}){\cdot}y - 1 = 0$$

1. Donner les coordonnées d'un vecteur directeur de la droite (d_1) ayant ses coordonnées entières.

2. Donner les coordonnées d'un vecteur directeur des droites (d_2), (d_3), (d_4) ayant pour abscisse une valeur entière.

7. Système d'équations :

Exercice 5337

On considère le plan muni d'un repère $(O\,;\vec{i}\,;\vec{j})$ et les trois droites (d_1), (d_2) et (d_3) d'équations cartésiennes :

$$(d_1):\ 4x - 6y + 2 = 0 \quad ; \quad (d_2):\ x + 2y - 3 = 0$$

$$(d_3):\ x - \frac{3}{2}{\cdot}y + 2 = 0$$

1. Les droites (d_1) et (d_2) sont-elles parallèles entre elles ? Si non, déterminer le point d'intersection de ces deux droites.

2. Les droites (d_1) et (d_3) sont-elles parallèles entre elles ? Si non, déterminer le point d'intersection de ces deux droites.

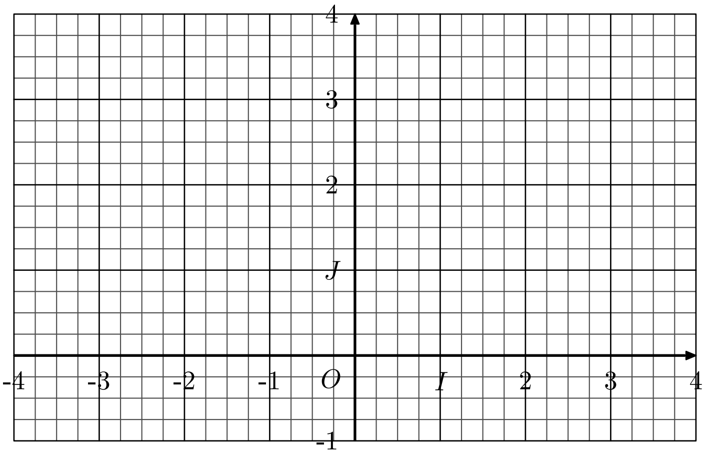
Exercice 5395

On considère le plan muni d'un repère $(O\,;I\,;J)$ et les deux droites (d_1) et (d_2) admettant pour équations cartésiennes :

(d_1) : $x-2y+3=0$; (d_2) : $3x+4y-13=0$

1. Donner les coordonnées d'un vecteur directeur et d'un point de chaque droite.

2. Représenter dans le graphique ci-dessous les deux droites (d_1) et (d_2).



3. Déterminer les coordonnées du point d'intersection des deux droites (d_1) et (d_2).

Exercice 5396

Dans le plan muni d'un repère $\left(O\,;\,\overrightarrow{i}\,;\,\overrightarrow{j}\right)$, on considère les trois points suivants :

$A(-3\,;-2)$; $B(1\,;1)$; $C(-2\,;2)$

1. Déterminer une équation cartésienne de la droite (AB).

2. Déterminer une équation cartésienne de la droite (d) passant par le point C et parallèle à la droite (AB).

3. a. Déterminer les coordonnées du point M milieu du segment $[AC]$.

   b. Déterminer une équation cartésienne de la droite (BM)

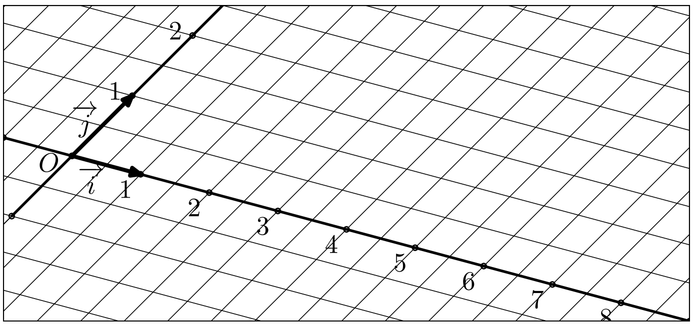
   c. Déterminer les coordonnées du point D intersection des droites (BM) et (d).

   d. Quelle est la nature du quadrilatère $ABCD$? Justifier votre réponse.

8. Repères quelconques :

Exercice 4968

On munit le plan d'un repère $\left(O\,;\,\overrightarrow{i}\,;\,\overrightarrow{j}\right)$ quelconque représenté ci-dessous :



1. a. Dans le repère ci-dessous, placer les deux points : $A(-1\,;2)$; $B(4\,;1)$

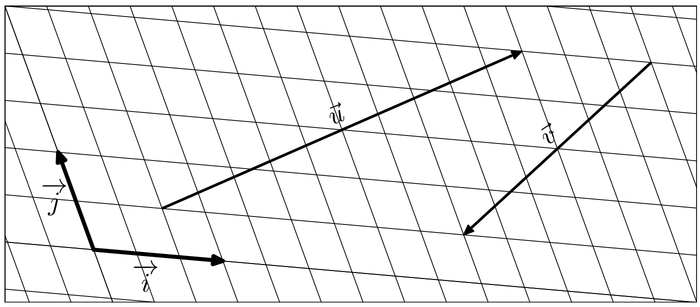
   b. Justifier graphiquement que le vecteur $\overrightarrow{AB}$ a pour coordonnées $(5\,;-1)$.

2. On considère les deux vecteurs suivants :
   $\overrightarrow{u}\,(3\,;2)$; $\overrightarrow{v}\,(-2\,;-2)$

   Donner un représentant de votre choix de chacun de ces deux vecteurs dans le repère ci-dessus.

Exercice 5744

Dans le plan, on considère les deux vecteurs $\overrightarrow{i}$ et $\overrightarrow{j}$ non-colinéaire représentés ci-dessous :



La représentation des vecteurs $\overrightarrow{u}$ et $\overrightarrow{v}$ sont également représentés ci-dessus.

1. Dans la base vectorielle de $\left(\overrightarrow{i}\,;\,\overrightarrow{j}\right)$, donner les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{u}$ et $\overrightarrow{v}$.

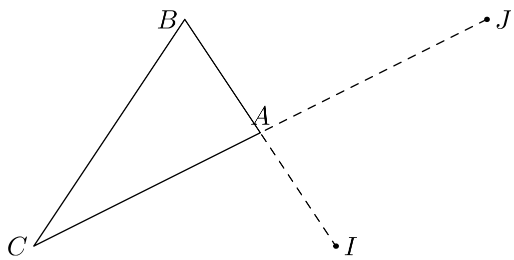
2. Par la méthode de votre choix, déterminer les coordonnées du vecteur somme : $\overrightarrow{w}=\overrightarrow{u}+\overrightarrow{v}$.

3. Par la méthode de votre choix, déterminer les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{t}$ réalisant l'égalité suivante :
   $\overrightarrow{v}=\overrightarrow{u}+\overrightarrow{t}$

9. Décomposition de vecteurs :

Exercice 5290

Dans le plan, on considère le triangle quelconque ABC. On note respectivement I et J les symétriques respectifs de B et de C par rapport à A :



Exprimer en fonctions des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ les vecteurs suivants :

a. $\overrightarrow{IA}$ b. $\overrightarrow{AJ}$ c. $\overrightarrow{BC}$

d. $\overrightarrow{CB}$ e. $\overrightarrow{IJ}$ f. $\overrightarrow{IC}$

Exercice 5294

Considérons un triangle ABC et M un point appartenant au côté $[AB]$ vérifiant la relation :

$$AM = \frac{2}{3}\cdot AB$$

P est le point d'intersection de la droite (BC) et de la parallèle à (AC) passant par le point M. N est le point d'intersection des droites (AC) et de la parallèle à (AB) passant par le point P

1. Réaliser une représentation de cette configuration.
2. Montrer que : $AN = \frac{1}{3}\cdot AC$; $CP = \frac{2}{3}\cdot CB$.
3. Décomposer les vecteurs ci-dessous en fonction des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$:

   a. $\overrightarrow{AP}$ b. $\overrightarrow{MC}$

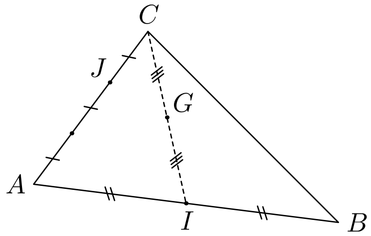
4. Décomposer les vecteurs ci-dessous en fonction des vecteurs $\overrightarrow{CA}$ et $\overrightarrow{CB}$:

   a. $\overrightarrow{AP}$ b. $\overrightarrow{NM}$

Exercice 5393

On considère le triangle ci-contre où I et G sont les milieux respectifs des segments $[AB]$ et $[CI]$, le point J est définie par la relation :

$$\overrightarrow{CJ} = \frac{1}{3}\cdot\overrightarrow{CA}$$



On munit le plan du repère $\left(A ; \overrightarrow{AB} ; \overrightarrow{AC}\right)$.

1. Donner les coordonnées des points I et J.
2. Etablir que le point G a pour coordonnées $\left(\frac{1}{4} ; \frac{1}{2}\right)$. Justifier votre réponse.
3. En déduire l'alignement des points B, G, J.

Exercice 5343

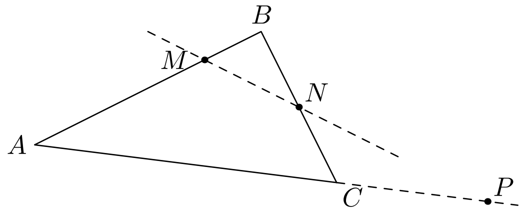
Dans le plan, on considère un triangle ABC non-aplati. On considère les trois points M, N et P définis par :

$$\overrightarrow{BM} = \frac{1}{3}\cdot\overrightarrow{BA} \quad ; \quad \overrightarrow{BN} = \frac{1}{2}\cdot\overrightarrow{BC} \quad ; \quad \overrightarrow{AP} = 2\cdot\overrightarrow{AC}$$

Montrer que les points M, N et P sont alignés.

Exercice 5342

Dans le plan, on considère le triangle ABC :



On considère les points M et N définis par :

$$\overrightarrow{BM} = \frac{1}{4}\cdot\overrightarrow{BA} \quad ; \quad \overrightarrow{BN} = \frac{1}{2}\cdot\overrightarrow{BC}$$

On définit le point P par la relation vectorielle :

$$\overrightarrow{AP} = \alpha\cdot\overrightarrow{AC} \quad \text{où } \alpha \in \mathbb{R}$$

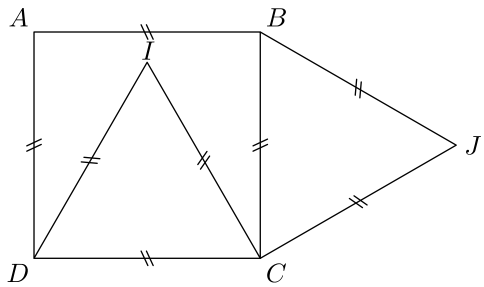
1. Exprimer $\overrightarrow{AC}$ en fonction des vecteurs $\overrightarrow{BA}$ et $\overrightarrow{BC}$.
2. On munit le plan du repère $\left(B ; \overrightarrow{BA} ; \overrightarrow{BC}\right)$:

   a. Déterminer les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{MN}$ et du vecteur $\overrightarrow{MP}$ en fonction du réel α.

   b. Déterminer la valeur de α afin que les points M, N et P sont alignés.

Exercice 5394

On considère la figure ci-dessus composée d'un carrée $ABCD$ et de deux triangles équilatéral DIC et BJC :



Dans cette question toute trace de recherche, même incomplète, ou d'initiative même non fructueuse, sera prise en compte dans l'évaluation.

Démontrer que les points A, I, J sont alignés.

(Dans un triangle équilatéral de côté a, on admet que toutes ses hauteurs ont pour longueur $\frac{a\sqrt{3}}{2}$).

255. Exercices non-classés :

Exercice 5974

On considère le plan muni d'un repère $(O ; I ; J)$. On note A et B les points de coordonnées respectives $(-3 ; 2)$ et $(3 ; 0)$

1. a. Donner les coordonnées d'un vecteur $\overrightarrow{u}$ directeur de la droite (AB).

   b. Déterminer l'équation cartésienne de la droite (AB).

2. On considère le point $C(-1 ; -2)$ et un vecteur $\overrightarrow{v}$ de coordonnées : $\overrightarrow{v}\,(2 ; 1)$.

   a. Justifier que tous les points de la droite (AB) ont pour coordonnées $\left(x ; -\frac{1}{3}\cdot x+1\right)$.

   b. Déterminer les coordonnées du point D appartenant à la droite (AB) tel que les vecteur $\overrightarrow{CD}$ et $\overrightarrow{v}$ soit colinéaire.

3. On considère la droite (d) admettant l'équation suivante pour équation cartésienne :
$(d) :\ x - y + 2 = 0$

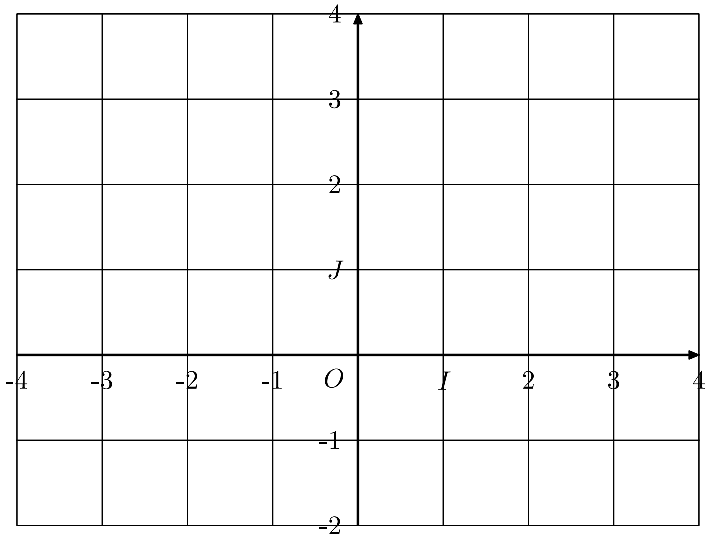
Déterminer les coordonnées des points d'intersection des droites (AB) et (d).

Exercice 6663

On considère le plan muni d'un repère $\big(O\,;I\,;J\big)$ orthonormé, les deux points A et B de coordonnées :
$A(-1\,;1)$; $B\Big(1\,;\dfrac{7}{3}\Big)$
et la droite (Δ) admettant pour équation cartésienne :
$(\Delta) :\ 3{\cdot}x + 2{\cdot}y - \dfrac{10}{3} = 0$

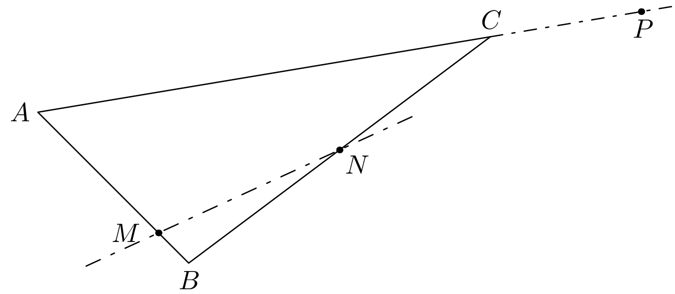
1. On considère la droite (d) passant par les points A et B.
   a. Déterminer les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{AB}$.
   b. En déduire l'équation cartésienne de la droite (d).
2. a. Donner les coordonnées d'un vecteur $\overrightarrow{u}$ directeur de la droite (Δ).
   b. Justifier que les droites (d) et (Δ) sont sécantes.
   c. Déterminer les coordonnées du point d'intersection des droites (d) et (Δ).
3. a. Justifier que le point $M\Big(2\,;-\dfrac{4}{3}\Big)$ appartient à la droite (Δ).
   b. Justifier que la droite (Δ) est la médiatrice du segment $[AB]$.

Le repère ci-dessous est donné à titre indicatif ....



Exercice 6664

Dans le plan, on considère le triangle ABC représenté ci-dessous :



Les points M, N et P sont définis par les relations :
$\overrightarrow{AM} = \dfrac{4}{5}{\cdot}\overrightarrow{AB}$; $\overrightarrow{BN} = \dfrac{1}{2}{\cdot}\overrightarrow{BC}$; $\overrightarrow{AP} = \dfrac{4}{3}{\cdot}\overrightarrow{AC}$

L'étude s'effectuera dans le repère $\big(B\,;\overrightarrow{BA}\,;\overrightarrow{BC}\big)$.

1. Donner les coordonnées des points M et N.
2. a. Déterminer les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{AC}$.
   b. En déduire les coordonnées du point P.
3. Justifier que les points M, N et P sont alignés.

