ompilerles exercic | mpilerles correctic | Plusd options

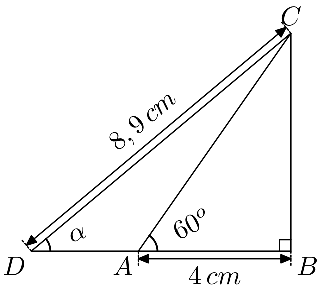
Première S/Trigonométrie et repérage polaire

1. Rappels :

☐ **Exercice 6038**

On considère le triangle ABC rectangle en B représenté ci-dessous :

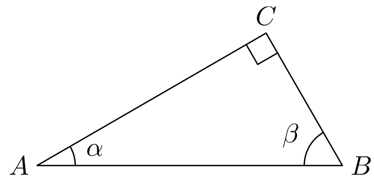
1. Déterminer la longueur du segment $[BC]$ arrondie au millimètre près.
2. En déduire la mesure de l'angle $\widehat{CDB}$ arrondie au degré près.



☐ **Exercice 2182**

On considère un triangle ABC rectangle en C. On note :

$\alpha=\widehat{CAB}$; $\beta=\widehat{ABC}$

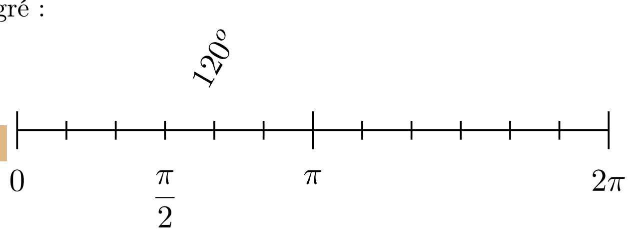


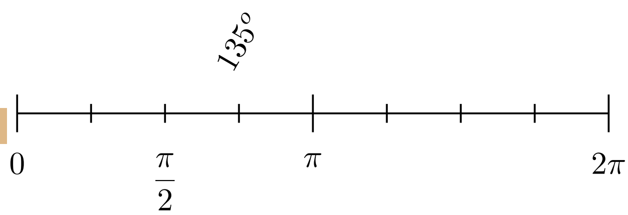
1. Justifier que les angles $\widehat{CAB}$ et $\widehat{CBA}$ sont deux angles complémentaires.
2. a. A l'aide des longueurs des côtés du triangle ABC, exprimer les valeurs de $\cos\alpha$ et $\sin\beta$.
   b. En déduire l'égalité : $\cos\alpha=\sin\left(\dfrac{\pi}{2}-\alpha\right)$
3. a. A l'aide des longueurs des côtés du triangle ABC, exprimer les valeurs de $\tan\alpha$ et $\tan\beta$
   b. En déduire l'égalité : $\tan\left(\dfrac{\pi}{2}-\alpha\right)=\dfrac{1}{\tan\alpha}$
4. Etablir l'égalité : $\left(\cos\alpha\right)^2+\left(\sin\alpha\right)^2=1$

2. Radians :

☐ **Exercice 2721**

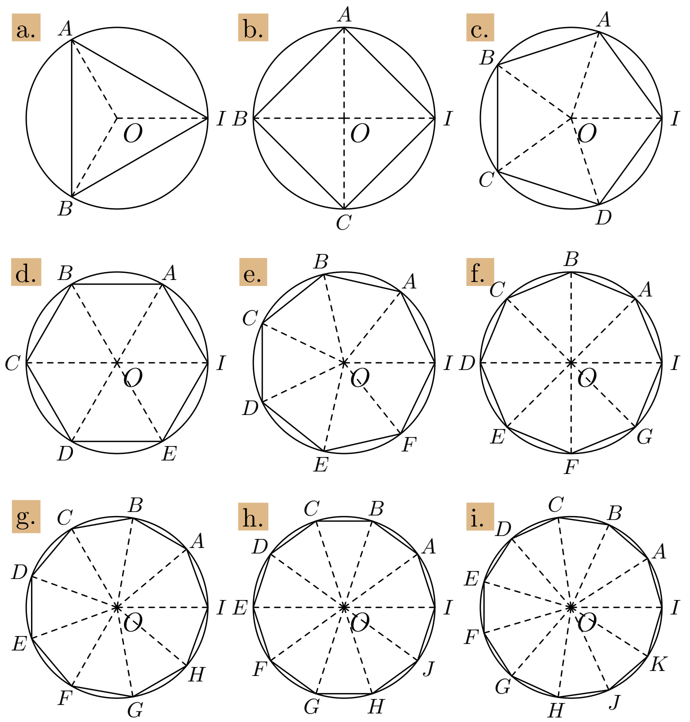
Ci-dessous sont représentées deux droites graduées représentant l'intervalle $\left[0\,;\,2\pi\right]$. Compléter la graduation du bas *(représentant une mesure d'angle en radian)*, puis compléter les valeurs du haut représentant la conversion correspondante en degré :

1.


2.


☐ **Exercice 2188**

On a représenté ci-dessous les neufs premiers polygones réguliers inscrit dans le cercle trigonométrique. Donner la mesure, en radians, de l'angle au centre séparant deux sommets consécutifs de chacun de ces polygones :

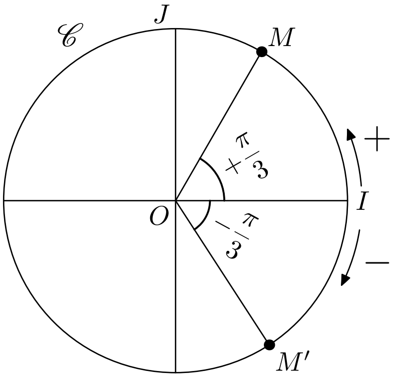


Sauriez-vous les nommer ?

4. Angles orientés :

Exercice 810

Dans le plan muni d'un repère orthonormal $(O;I;J)$, on considère le cercle de centre O et de rayon 1 appelé **cercle trigonométrique**.



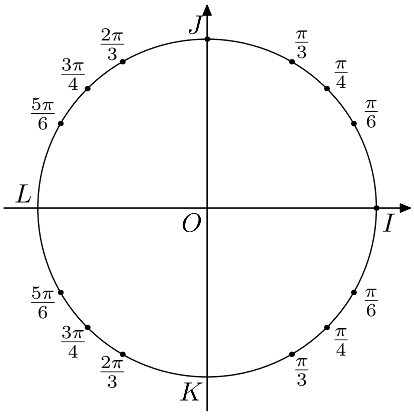
Tout point M définit un angle géométrique $\widehat{IOM}$.
Le sens de parcours du cercle trigonométrique permet de caractériser tout point du cercle par son angle géométrique :

- l'angle est positif si l'arc $\widehat{IM}$ est orienté dans le sens inverse des aiguilles d'une montre.
- l'angle est négatif si l'arc $\widehat{IM}$ est orienté dans le sens des aiguilles d'une montre.

Dans la représentation ci-dessus :

- On a : $\left(\overrightarrow{OI};\overrightarrow{OM}\right)=+\frac{\pi}{3}$ rad
  Dans le cercle trigonométrique, on note $M\left(+\frac{\pi}{3}\right)$.
- On a : $\left(\overrightarrow{OI};\overrightarrow{OM'}\right)=-\frac{\pi}{3}$ rad
  Dans le cercle trigonométrique, on note $M'\left(-\frac{\pi}{3}\right)$.

1. Dans la figure ci-dessous, rajouter le signe permettant de repérer chaque point marqué du cercle trigonométrique :



2. Dans le cercle trigonométrique ci-dessus, placer sur cette figure les points M, N, P, Q, R, S réalisant les mesures suivantes :

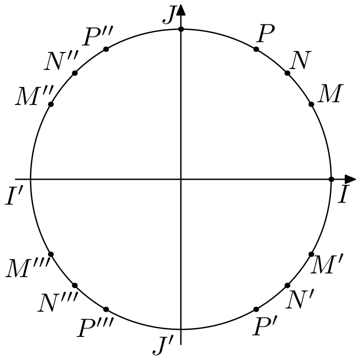
a. $\left(\overrightarrow{OI};\overrightarrow{ON}\right)=-\frac{\pi}{4}$ rad b. $\left(\overrightarrow{OI};\overrightarrow{OP}\right)=\frac{5\pi}{6}$ rad

c. $\left(\overrightarrow{OI};\overrightarrow{OQ}\right)=-\frac{2\pi}{3}$ rad d. $\left(\overrightarrow{OK};\overrightarrow{OR}\right)=-\frac{\pi}{4}$ rad

e. $\left(\overrightarrow{OK};\overrightarrow{OS}\right)=\frac{\pi}{6}$ rad f. $\left(\overrightarrow{OJ};\overrightarrow{OT}\right)=-\frac{\pi}{4}$ rad

Exercice 5464

Dans le plan muni d'un repère $(O;I;J)$, on considère le cercle trigonométrique représenté ci-dessous sur lequel est placé plusieurs points :

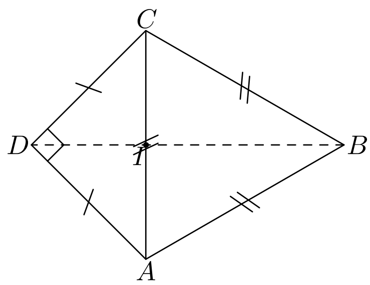


Les points M, N, P vérifient les mesures suivantes :
$\widehat{IOM}=30^o$; $\widehat{ION}=45^o$
$\widehat{IOP}=60^o$

1. Donner la mesure des angles repérant les points M, N, P en radians.
2. Les points M', N', P' sont respectivement les symétriques des points M, N, P par rapport à l'axe (OI) :
   a. Que peut-on dire de $\left(\overrightarrow{OI};\overrightarrow{OM}\right)$ et $\left(\overrightarrow{OI};\overrightarrow{OM'}\right)$?
   b. Donner la mesure en radians des angles suivants :
   $\left(\overrightarrow{OI};\overrightarrow{OM'}\right)$; $\left(\overrightarrow{OI};\overrightarrow{ON'}\right)$; $\left(\overrightarrow{OI};\overrightarrow{OP'}\right)$
3. Les points M'', N'' et P'' sont respectivement les symétriques des points M, N, P par rapport à l'axe (OJ) :
   a. Que peut-on dire de $\left(\overrightarrow{OI};\overrightarrow{OM}\right)$ et $\left(\overrightarrow{OI};\overrightarrow{OM''}\right)$?
   b. Donner la mesure en radians des angles suivants :
   $\left(\overrightarrow{OI};\overrightarrow{OM''}\right)$; $\left(\overrightarrow{OI};\overrightarrow{ON''}\right)$; $\left(\overrightarrow{OI};\overrightarrow{OP''}\right)$
4. Les points M''', N''' et P''' sont respectivement les symétriques des points M, N, P par rapport à l'axe (OJ) :
   a. Quelle relation algébrique vérifie les deux angles :
   $\left(\overrightarrow{OI};\overrightarrow{OM}\right)$; $\left(\overrightarrow{OI};\overrightarrow{OM'''}\right)$
   b. Donner la mesure en radians des angles suivants :
   $\left(\overrightarrow{OI};\overrightarrow{OM'''}\right)$; $\left(\overrightarrow{OI};\overrightarrow{ON'''}\right)$; $\left(\overrightarrow{OI};\overrightarrow{OP'''}\right)$

Exercice 5465

On considère le quadrilatère $ABCD$ représenté ci-dessous qui est constitué de deux triangles ABC et ACD respectivement équilatéral et isocèle rectangle en D.



A l'aide des points de cette figure et pour chaque question, donner un angle orienté réalisant les mesures suivantes :

a. $\frac{\pi}{3}$ rad b. $-\frac{\pi}{4}$ rad c. $-\frac{\pi}{6}$ rad d. $\frac{7\pi}{12}$ rad

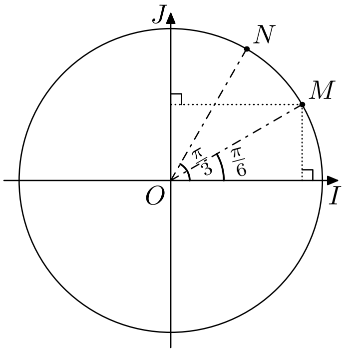
5. Angles associés :

Exercice 2179

On considère le cercle trigonométrique $\mathscr{C}$ dans le plan muni d'un repère $(O;I;J)$

1. a. Déterminer les coordonnées cartésienne du point M.

   b. Placer le point M' symétrique du point M par la symétrie d'axe (OJ). Donner les coordonnées cartésiennes du point M'. Puis, donner l'angle repérant le point M' dans le cercle $\mathscr{C}$.



   c. Placer le point M'' symétrique du point M par la symétrie d'axe (OI). Donner les coordonnées cartésiennes du point M''. Puis, donner l'angle repérant le point M'' dans le cercle $\mathscr{C}$.

2. a. Déterminer les coordonnées cartésienne du point N.

   b. Placer le point N' symétrique du point N par la symétrie d'axe (OJ). Donner les coordonnées cartésiennes du point N'. Puis, donner l'angle repérant le point N' dans le cercle $\mathscr{C}$.

   c. Placer le point N'' symétrique du point N par la symétrie d'axe (OI). Donner les coordonnées cartésiennes du point N''. Puis, donner l'angle repérant le point N'' dans le cercle $\mathscr{C}$.

Exercice 2871

1. Tracer un cercle trigonométrique et placer les points suivants dont le repérage par leur mesure principale :

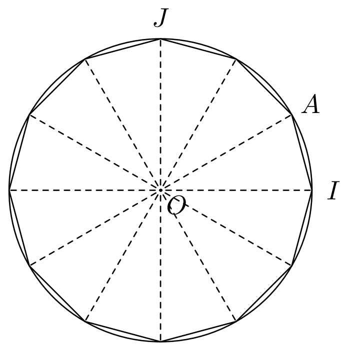
   a. $A\left(\frac{2\pi}{3}\right)$ b. $B\left(-\frac{3\pi}{4}\right)$ c. $C\left(\frac{5\pi}{6}\right)$

   d. $D\left(\frac{\pi}{4}\right)$ e. $E\left(-\frac{\pi}{4}\right)$ f. $F\left(-\frac{\pi}{6}\right)$

2. Préciser les valeurs du cosinus et du sinus associées à chacun des angles repérant les points précédents.

Exercice 2153

On considère le cercle trigonométrique ci-dessous où est inscrit un dodécagone *(polygone régulier à 12 côtés)*



1. Déterminer la mesure de l'angle $\left(\overrightarrow{OI}\,;\overrightarrow{OA}\right)$

2. Placer sur la figure ci-dessus les points M, N, P tels que :

   a. $\left(\overrightarrow{OI}\,;\overrightarrow{OM}\right) = \frac{2\pi}{3}$ rad   b. $\left(\overrightarrow{OJ}\,;\overrightarrow{ON}\right) = -\frac{\pi}{6}$ rad

   c. $\left(\overrightarrow{OA}\,;\overrightarrow{OP}\right) = -\frac{\pi}{2}$ rad   c. $\left(\overrightarrow{OQ}\,;\overrightarrow{OJ}\right) = -\frac{5\pi}{6}$ rad

6. Angles associés et formule trigonométrique :

Exercice 2235

1. Simplifier chacune des expressions suivantes :

   a. $\cos\left(x-\pi\right)$ b. $\sin\left(x-\frac{\pi}{2}\right)$

   c. $\sin\left(x+\frac{\pi}{2}\right)$ d. $\cos\left(x+\frac{\pi}{2}\right)$

2. A l'aide de la relation : $\tan x = \frac{\sin x}{\cos x}$ où $x \neq \frac{\pi}{2}+k\cdot\pi$ simplifier les expressions suivantes :

   a. $\tan\left(x+\pi\right)$ b. $\tan\left(\frac{\pi}{2}-x\right)$

Exercice 2230

1. Etablir l'égalité : $\cos\frac{\pi}{6}+\cos\frac{5\pi}{6} = 0$

2. Déterminer la valeur des coefficients α et β réalisant l'égalité suivante :

$$2\cdot\cos\left(-\frac{\pi}{7}\right)+3\cdot\cos\frac{8\pi}{7}-2\cdot\sin\frac{6\pi}{7}+\sin\left(-\frac{\pi}{7}\right)=\alpha\cdot\cos\frac{\pi}{7}+\beta\cdot\sin\frac{\pi}{7}$$

Exercice 2304

1. Déterminer les valeurs exactes des expressions ci-dessous :

   a. $\sin\left(\frac{7\pi}{3}\right)$ b. $\cos\left(-\frac{5\pi}{4}\right)$ c. $\cos\left(\frac{5\pi}{6}\right)$

2. Exprimer l'expression suivante à l'aide des rapports trigonométriques de $\frac{\pi}{5}$:

$$A = 2\cdot\cos\frac{4\pi}{5}+3\cdot\sin\frac{6\pi}{5}-4\cdot\sin\frac{3\pi}{10}$$

Exercice 2244

1. On donne la valeur exacte ci-dessous :

$$\cos\frac{\pi}{8} = \frac{\sqrt{2+\sqrt{2}}}{2}.$$

   a. En utilisant la formule $\left(\cos x\right)+\left(\sin x\right)^2=1$, déterminer la valeur exacte de $\sin\frac{\pi}{8}$.

   b. En déduire la valeur exacte de $\cos\frac{5\pi}{8}$ en justifiant votre démarche.

   c. Etablir l'égalité : $\tan\frac{\pi}{8} = \sqrt{3-2\sqrt{2}}$.

2. On considère l'expression suivante :

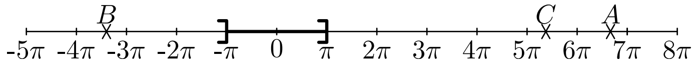
$$A = \cos\frac{9\pi}{8}-3\cdot\sin\frac{5\pi}{8}+2\cdot\cos\frac{7\pi}{8}$$

Déterminer une écriture de l'expression de A en fonction des rapports trigonométriques de l'angle $\frac{\pi}{8}$.

7. Mesures principales :

Exercice 2738

On considère la droite graduée ci-dessous où sont placés les points $A\left(\frac{20}{3}\pi\right)$, $B\left(-\frac{17}{5}\right)$ et $C\left(\frac{43}{8}\pi\right)$.



1. a. Graphiquement, déterminer le nombre de fois dont on doit enlever $2\cdot\pi$ à l'abscisse du point A afin d'obtenir la mesure principale de ce nombre ?

   b. En déduire la mesure principale de $\frac{20}{3}$.

2. Déterminer la mesure principale des abscisses des points B et C.

Exercice 2201

Déterminer la mesure principale des angles orientés de mesure suivante :

a. $\frac{9\pi}{4}$ b. $\frac{192\pi}{6}$ c. $-\frac{5\pi}{4}$

d. $-\frac{33\pi}{2}$ e. $\frac{16\pi}{7}$ f. $\frac{52\pi}{3}$

Exercice 2737

1. On se propose, dans cette question, de déterminer la mesure principale de l'angle $\alpha=\frac{73}{5}\pi$:

   a. Soit k un entier relatif réalisant l'encadrement suivant :
   $$-\pi \ < \ \frac{73}{5}\pi+2\cdot k\cdot\pi \ \leqslant \ \pi$$
   Réaliser un encadrement de k à l'aide de l'encadrement ci-dessus.

   b. A l'aide de la calculatrice, déterminer l'unique nombre entier k réalisant cet encadrement.

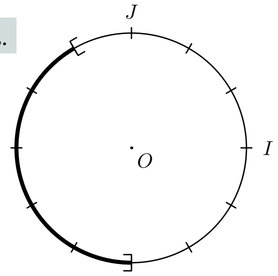
   c. En déduire la mesure principale de l'angle α.

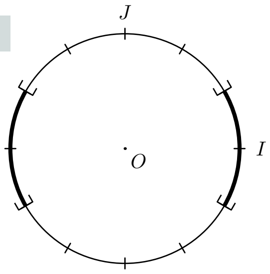
2. De la même manière, déterminer la mesure principale des angles suivants :

   a. $-\frac{29}{3}\pi$ b. $-\frac{27}{4}\pi$ c. $\frac{70}{9}\pi$

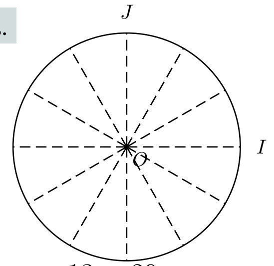
Exercice 2799

1. Donner, sous forme de réunions d'intervalles, l'ensemble formé par les mesures principales des angles repérant les points surlignés du cercle trigonométrique :

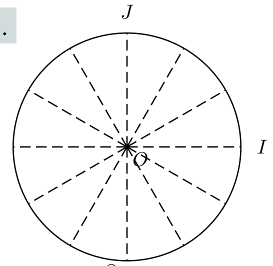
   a. 

   b. 

2. Pour chaque question, surligner l'ensemble des points ayant pour angle orienté l'ensemble précisé sous le cercle trigonométrique :

   a. 

   $\left[\frac{13\pi}{3};\frac{29\pi}{6}\right]$

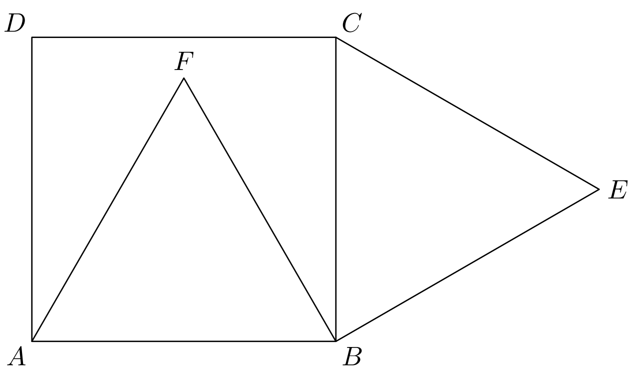
   b. 

   $\left[\frac{\pi}{2};\frac{8\pi}{3}\right]$

8. Angles oriéntés et algèbre :

Exercice 2233

On considère le carré $ABCD$.
Soit le point E extérieur au carré tel que BCE soit équilatéral.
Soit F le point intérieur au carré tel que le triangle ABF soit équilatéral.



On souhaite montrer que les points D, F et E sont alignés.

1. a. Donner la mesure des deux angles orientés suivants :
   $$\left(\overrightarrow{AF};\overrightarrow{AD}\right) \quad ; \quad \left(\overrightarrow{DF};\overrightarrow{DA}\right)$$

   b. En déduire la mesure de l'angle orienté $\left(\overrightarrow{DC};\overrightarrow{DF}\right)$.

2. a. Donner la mesure de l'angle orienté $\left(\overrightarrow{CD};\overrightarrow{CE}\right)$.

   b. En déduire la mesure de l'angle orienté $\left(\overrightarrow{DC};\overrightarrow{DE}\right)$.

3. En déduire que les points D, F et E sont alignés.

Les questions suivantes ont pour objectif d'utiliser la relation de Chasles.

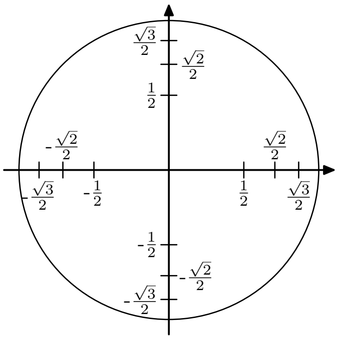
4. Détermmminer la mesure des angles orientés :

   a. $\left(\overrightarrow{BE};\overrightarrow{CF}\right)$ b. $\left(\overrightarrow{AF};\overrightarrow{CE}\right)$

9. Equations :

Exercice 5482

Dans le plan muni d'un repère $(O;I;J)$, on considère le cercle trigonométrique représenté ci-dessous :



1. a. Sur le cercle trigonométrique, placer les deux points M et M' ayant pour abscisse $-\frac{\sqrt{2}}{2}$.

   b. Dans l'intervalle des mesures principales, résoudre l'équation :
   $$\cos x = -\frac{\sqrt{2}}{2}$$

2. Dans l'intervalle des mesures principales, résoudre les équations suivantes :

   a. $\sin x = \frac{1}{2}$ b. $\cos x = \frac{1}{2}$ c. $\sin x = -\frac{\sqrt{3}}{2}$

3. Résoudre dans $\mathbb{R}$, l'équation suivante :
   $$\cos x = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

Exercice 2624

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes :

a. $\sin x = \frac{\sqrt{3}}{2}$ b. $\cos x = \frac{\sqrt{2}}{2}$

Exercice 2874

1. Résoudre dans l'ensemble $]-\pi\,;\pi]$ des mesures principales, les équations suivantes :

   a. $\cos x = \frac{\sqrt{2}}{2}$ b. $\sin x = -\frac{1}{2}$

   c. $\sin x = \frac{\sqrt{3}}{2}$ d. $\cos x = -\frac{1}{2}$

2. Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes :

   a. $\cos x = \frac{\sqrt{3}}{2}$ b. $\sin x = -\frac{\sqrt{2}}{2}$

