ompilerles exercic | mpilerles correctic | Plusd options

Première S/Encore de l'analyse

1. Valeur absolue et distance ⚠ :

Exercice 349

Compléter les pointillés :

1. $|2-x|\leqslant 1$ équivaut à $x\in\ldots\ldots\ldots$
2. $|x+\ldots|\ldots 1$ équivaut à $x\in[2\,;4]$
3. $3\times|x+2|\leqslant 1$ équivaut à $x\in\ldots\ldots\ldots$
4. $|x+5|\geqslant 2$ équivaut à $x\in\ldots\ldots\ldots\cup\ldots\ldots\ldots$

Exercice 312

1. Traduire les équations suivantes en terme de distance et donner leurs solutions :

a. $|x+2|=5$ b. $|x-\pi|=\sqrt{2}$ c. $|x-\sqrt{2}|=|x+2\sqrt{2}|$

2. Résoudre les équations suivantes de manière algébrique :

a. $|x-3|=1$ b. $|x-3|=\sqrt{3}$ c. $|2x+1|=|3x-4|$

3. Dans chaque cas, représenter sur une droite graduée les solutions des inéquations suivantes :

a. $|x+2|>2$ b. $|x-3|\leqslant 5$ c. $|2x+1|>-1$

Exercice 332

1. Quels sont les points qui sont à une distance de 5 du nombre 3.
2. Résoudre les équations suivantes :

a. $|x|=3$ b. $|x-2|=1$
c. $|x-4|=7$ d. $|x+2|=3$
e. $|x-4|=0$ f. $|x-2|=-1$

Exercice 1911

Traduire les équations ou inéquations suivantes en termes de distance, puis les résoudre :

a. $|x-2|=1{,}5$ b. $|x+1|=1$ c. $|2x-1|=3$
d. $|x-3|\leqslant 2$ e. $|x+4|\leqslant 1$ f. $|x-3|\geqslant 1$

2. Axe et centre de symétries de courbes ⚠ :

Exercice 2302

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}\backslash\{2\}$ par la relation :

$$f(x)=\frac{x^2-4x+7}{2x-4}$$

Montrer que le point $I(2\,;0)$ est le centre de symétrie de la courbe $\mathscr{C}_f$

Exercice 2807

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}-\{-3\}$ dont l'image de x est donnée par la relation :

$$f(x)=\frac{x^2+10x+20}{2x+6}$$

Montrer que la courbe $\mathscr{C}_f$ représentative de la fonction f admet pour centre de symétrie le point $K(-3\,;2)$

Exercice 2171

1. Montrer que la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x)=\frac{6}{\frac{1}{2}x^2+x+2}$$

admet la droite d'équation $x=-1$ comme axe de symétrie.

2. Montrer que la fonction g définie sur $\mathbb{R}\backslash\{-1\}$ par :

$$g(x)=\frac{x^2+4x+2}{x+1}$$

admet le point $I(-1\,;2)$ comme centre de symétrie.

Exercice 3505

Soit f une fonction f définie sur $\mathbb{R}$ vérifiant la limite suivante :

$$\lim_{h\mapsto 0}\frac{f(2+h)-f(2)}{h}=-\frac{1}{2}$$

1. Que peut-on dire de la dérivabilité de la fonction f en 2.
2. Supposons que la fonction f est paire :

a. Déterminer le nombre dérivée de la fonction f en -2.

b. A main levée, représenter une courbe $\mathscr{C}_f$ et ses deux tangentes en -2 et 2 vérifiant une telle situation.

3. Supposons que la fonction f est impaire :

a. Déterminer le nombre dérivée de la fonction f en -2.

b. A main levée, représenter une courbe $\mathscr{C}_f$ et ses deux tangentes en -2 et 2 vérifiant une telle situation.

 BY-NC

3. Composée de fonctions ⚠ :

Exercice 2300

On considère une fonction f définie sur $[-5\,;4]$ dont le tableau de variation est donnée ci-dessous :

x	-5		-2		1		4
Variation de f	-2	$\nearrow$	1	$\searrow$	-3	$\nearrow$	3

Déterminer le tableau de variation des fonctions associées à f présentées ci-dessous :

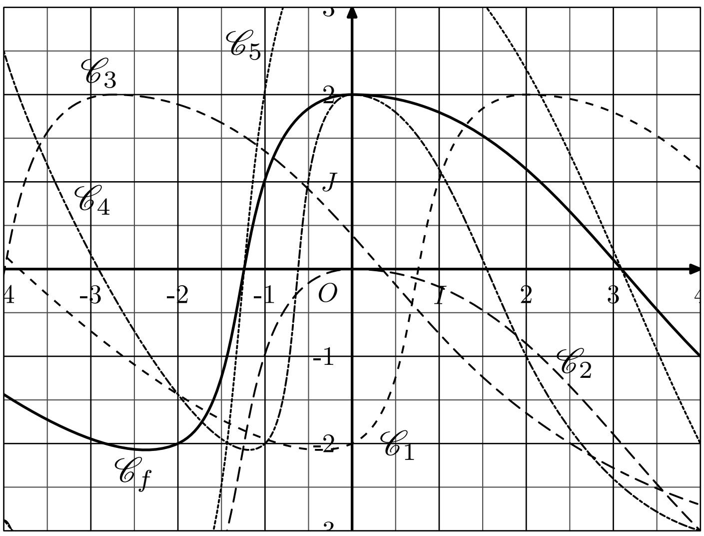
a. $g : x \longmapsto f(x+2)$

b. $h : x \longmapsto -2 \cdot f(x)$

c. $j : x \longmapsto f(x-2)+1$

Exercice 1159

On considère la fonction f dont la courbe représentative est donnée dans le repère $(O\,;I\,;J)$ ci-dessous :



Dans ce repère est également donnée les courbes représentatives associées à la fonction f dont voici les expressions algébtiques :

$g : x \mapsto f(x+2)$; $h : x \mapsto f(2 \cdot x)$; $j : x \mapsto f(x-2)$

$k : x \mapsto 2 \cdot f(x)$; $\ell : x \mapsto f(x)-2$

Associer à chacune de ces fonctions sa courbe représentative.

Exercice 2154

Dans chacune des questions suivantes, donner l'expression algébrique de $(f \circ g)(x)$ en fonction de x :

a. $f(x)=3x+1$ et $g(x)=2-x$

b. $f(x)=x^2$ et $g(x)=x-4$

c. $f(x)=x-4$ et $g(x)=x^2$

d. $f(x)=\sqrt{x}$ et $g(x)=3x+2$

e. $f(x)=3x+2$ et $g(x)=\dfrac{1}{x}$

f. $f(x)=-2x+1$ et $g(x)=2x+1$

Exercice 2162

On considère la fonction f, définie sur $\mathbb{R}$, dont l'image d'un nombre x est définie par :

$$f(x) = -3(2x-1)^2+1$$

On note g, la fonction affine définie par :

$$g : x \longmapsto 2x-1.$$

1. Déterminer l'intervalle I tel que : $g(I)=\mathbb{R}_+$
2. Justifier que la fonction f est monotone sur I.
3. Préciser le sens de variation de la fonction f sur chacun des intervalles I et $\mathbb{R}\backslash I$.

Exercice 2164

Donner le sens de variation des fonctions ci-dessous sur l'intervalle précisé. Aucune justification n'est demandée :

a. $f : x \longmapsto \sqrt{2-3x}$ sur $\left]-\infty\,;\frac{2}{3}\right]$

b. $g : x \longmapsto 2(3-x)^2+1$ sur $[3\,;+\infty[$

c. $h : x \longmapsto \dfrac{2}{(x+1)^2}+1$ sur $]-\infty\,;-1[$

d. $j : x \longmapsto x^2-3x+2$ sur $\mathbb{R}_-$

e. $k : x \longmapsto -3\sqrt{x}-1$ sur $\mathbb{R}_+$

f. $\ell : x \longmapsto -2\sqrt{3-x}+1$ sur $]-\infty\,;3]$

Exercice 2197

Soit f la fonction définie dont l'image de x est définie par :

$$f(x) = \frac{x-1}{x-2}$$

1. Etablir l'égalité suivante : $\dfrac{x-1}{x-2} = 1 + \dfrac{1}{x-2}$

On note g la fonction inverse. A la question précédente, nous venons d'établir que :

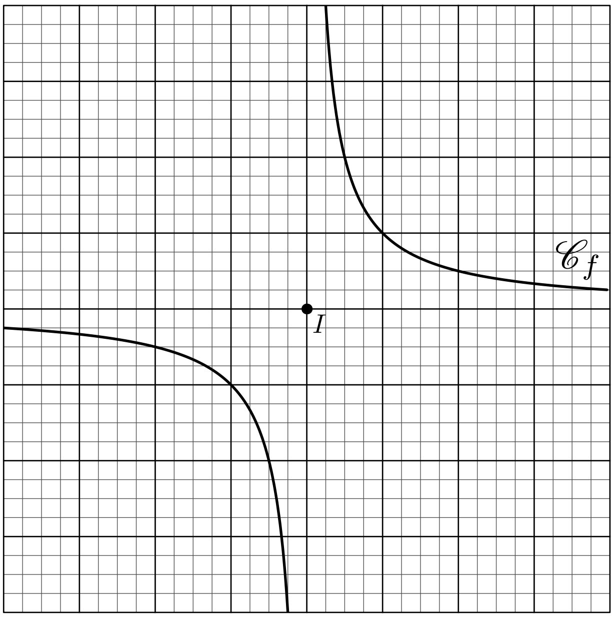
$$f(x) = g(x-2)+1$$

2. Par quelle transformation du plan, obtient-on la courbe $\mathscr{C}_f$ représentative de la fonction f à partir de l'hyperbole $\mathscr{C}_g$ représentative de la fonction inverse ?

La figure ci-dessous représente l'hyperbole obtenu par la fonction inverse et I sont centre de symétrie.

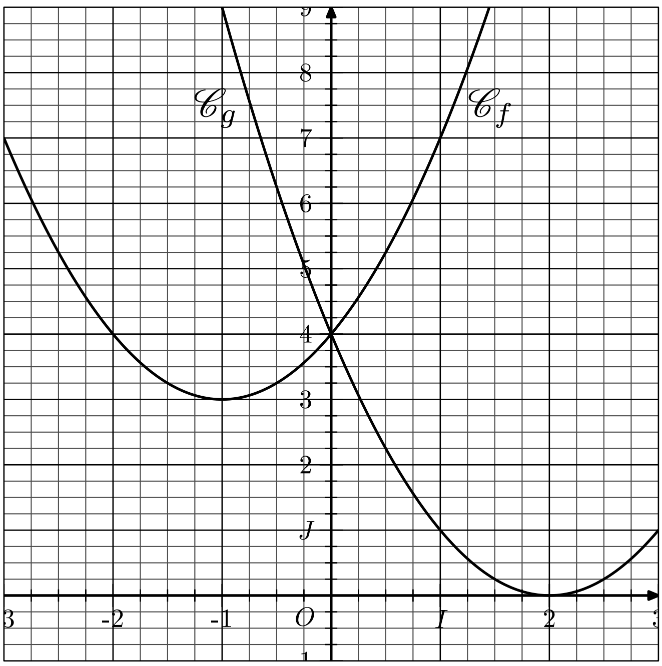
3. Placer correctement le repère pour que cette courbe soir la représentation de la fonction f.

 (cc) BY-NC



☐ **Exercice 2702**

On considère les deux repères $(O\,;I\,;J)$ dans lesquels ont été tracées des courbes représentatives de polynômes de second degré :



1. La courbe $\mathscr{C}_f$ est la courbe représentative de la fonction f définie par :

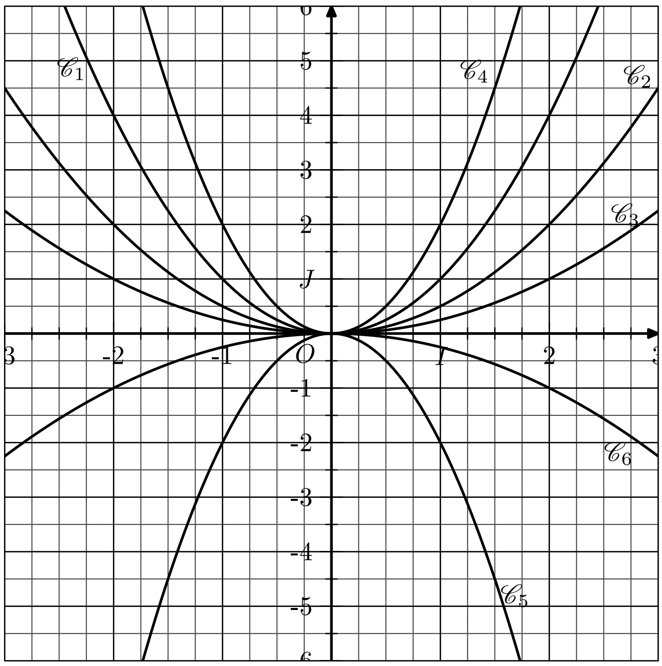
$$f : x \longmapsto x^2+2x+4$$

La fonction g est définie, explicitement par la fonction f, par la relation suivante :

$g(x) = f(x{+}\alpha)+\beta$ où $\alpha\in\mathbb{R}$ et $\beta\in\mathbb{R}$.

a. Déterminer, à l'aide des représentations de ces deux fonctions, les valeurs des nombres réels α et β.

b. Déduire la forme développée réduite de l'expression de $f(x)$.



2. Les courbes $\mathscr{C}_1$ à $\mathscr{C}_6$ sont les représentations de fonctions définie par la relation :

$x \longmapsto \alpha\cdot x^2$ où α est un nombre réel.

Déterminer pour chaque fonction la valeur de α.

☐ **Exercice 4652**

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}_+$ par la relation :

$f(x) = \big(1-\sqrt{x}\big)^2$

1. Pour $x\in\big[0\,;1\big]$, établir l'égalié suivante :

$\big(f\circ f\big)(x) = x$

2. Pour $x\in\big[1\,;+\infty\big[$, déterminer une expression simplifiée de la fonction $f\circ f$.

4. Suite homographique :

☐ **Exercice 2416**

On considère la suite $\big(u_n\big)_{n\in\mathbb{N}}$ définie par la relation de récurrence :

$$u_{n+1} = \frac{8u_n+1}{-u_n+10}$$

dont le premier terme est :

$u_0 = -5$

1. Donner la valeur des trois premiers termes de la suite $\big(u_n\big)$.

2. On considère la suite $\big(v_n\big)_{n\in\mathbb{N}}$ définie par la relation :

$$v_n = \frac{1}{u_n-1}$$

a. Déterminer les trois premiers termes de la suite $\big(v_n\big)$.

b. Etablir la relation suivante :

$$v_{n+1}-v_n = -\frac{1}{9}$$

c. Donner la nature de la suite $\big(v_n\big)$ et donner l'expression du terme v_n en fonction de n.

3. a. Etablir la relation suivante :

$$u_n = \frac{1+v_n}{v_n}$$

b. Exprimer le terme u_n en fonction de n.

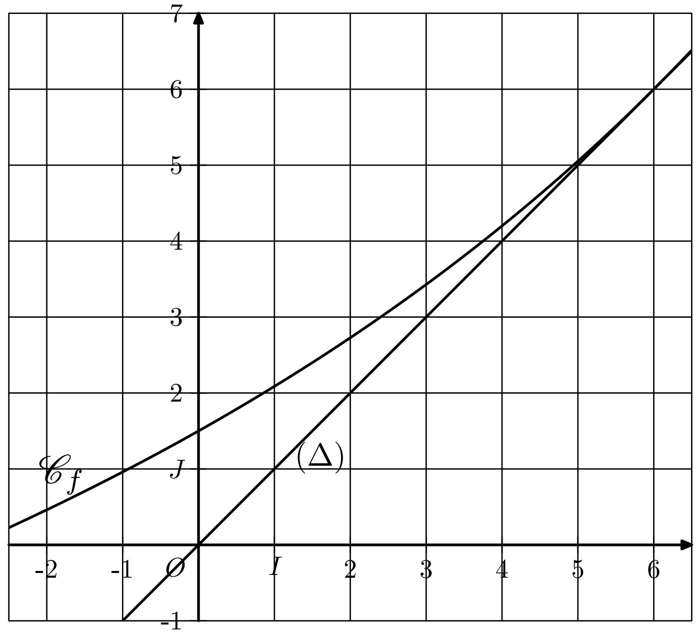
 (cc) BY-NC

4. Donner la limite de la suite (u_n) lorsque n tend vers $+\infty$.

Exercice 2983

Dans le plan muni d'un repère $(O\,;I\,;J)$ orthonormé, on considère la courbe $\mathscr{C}_f$ représentative de la fonction f définie par la relation :

$$f(x) = -\frac{12x+36}{x-24}$$



La droite (Δ) est la première bissectrice du plan.

On considère la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ définie par récurrence par :

$u_{n+1} = f(u_n)$; $u_0 = -2$

1. Graphiquement, placer sur l'axe des abscisses les cinq premières valeurs de la suite (u_n).

2. Déterminer, par le calcul, la valeur des trois premiers termes de la suite (u_n).

3. On définit la suite $(w_n)_{n\in\mathbb{N}}$ définie par :

$$w_n = \frac{1}{u_n-6}$$

   a. Etablir l'égalité suivante : $w_{n+1}-w_n = -\frac{1}{18}$

   b. Donner la ntaure et les caractéristiques de la suite (w_n) ainsi que l'expression du terme w_n en fonction de n.

   c. Déterminer l'expression du terme u_n en fonction de n.

4. En déduire la limite de la suite (u_n)

6. Factorielle :

Exercice 4103

On dispose de 26 cartes où sont écrites les 26 lettres de l'alphabet. On tire successivement et sans remise trois cartes de ce jeu.

1. Combien de mots de trois lettres *(ayant un sens ou non)* peut être composés ?

   Justifier que ce nombre s'écrit : $\dfrac{26!}{23!}$

2. a. Combien de mots commençant par la lettre B peuvent-ils être créer ?

   b. En déduire la probabilité de l'évènement :
   A_1 : "*Le mot commence par la lettre B*".

3. Déterminer la probabilité de l'évènement :
   A_2 : "*La seconde lettre du mot est la lettre B*".

4. Quelle est la probabilité de l'évènement :
   C : "*Le mot contient la lettre B*".

Exercice 4181

Déterminer la valeur des expressions suivantes :

a. $\dfrac{9!\times 12!}{8!\times 11!}$ b. $\dfrac{(15!)^2}{13!\times 14!}$

c. $\dbinom{15}{13}+\dbinom{9}{6}$ d. $\dbinom{15}{7}+\dbinom{15}{8}-\dbinom{16}{8}$

Exercice 4182

Résoudre dans $\mathbb{N}$, les équations suivantes :

a. $n! = 5040$ b. $(n+1)! = 720$

c. $n! = 72\times(n-2)!$ d. $\dbinom{8}{k} = 56$

7. Repérage polaire et cartésien :

Exercice 2265

On considère le plan muni d'un repère $(O\,;I\,;J)$ orthonormé. Chaque point ci-dessous est présenté avec ses coordonnées cartésiennes $(x\,;y)$.
Déterminer les coordonnées polaires $[\rho,\theta]$ associées *(donner une valeur approchée au dixième le cas échéant)* :

a. $M\big(-3\,;-\sqrt{3}\big)$ b. $N(2\,;-2)$

c. $P\big(\sqrt{6}\,;-\sqrt{2}\big)$ d. $Q(5\,;2)$

Exercice 2266

On considère le plan muni d'un repère $(O\,;I\,;J)$ orthonormé.

1. Chaque point ci-dessous est présenté avec ses coordonnées polaires $[\rho\,;\theta]$.

 BY-NC

Déterminer les coordonnées cartésiennes de chacun de ses points : *(donner une valeur approchée au dixième le cas échéant)* :

a. $M\left[3\,;\frac{\pi}{4}\right]$ b. $N\left[2\,;-\frac{\pi}{6}\right]$

c. $P\left[3\sqrt{2}\,;\frac{5\pi}{6}\right]$ d. $Q\left[10\,;-\frac{\pi}{12}\right]$

2. On considère le point R de coordonnée polaire $[4\,;\theta]$ tel que $\tan\theta=\sqrt{3}$. Peut-on déterminer de manière unique les coordonnées cartésiennes du point R.

Exercice 2908

Dans le plan muni d'un repère $\left(O\,;I\,;J\right)$:

1. On considère les deux points A et B définis par leurs coordonnées cartésiennes :

a. $A\left(-3\sqrt{3}\,;3\right)$ b. $B\left(-\frac{1}{10}\,;-\frac{\sqrt{3}}{10}\right)$

Déterminer les coordonnées polaires de ces deux points.

2. On considère les deux points C et D définis par leurs coordonnées polaires :

a. $C\left(\frac{1}{4}\,;-\frac{3\pi}{4}\right)$ b. $D\left(\sqrt{15}\,;\frac{\pi}{6}\right)$

Déterminer les coordonnées cartésiennes de ces deux points.

 BY-NC