Prem. L MathInfo/Utilisation graphique

1. Lecture graphique :

Exercice 199

Un artisant vend des pots de miel et des pots de confiture artisanale à des supermatchés et à des magasins spécialisés en produit du terroir.

Partie A

Au cours du mois de janvier l'artisan a vendu 900 pots. On sait que :

- $\dfrac{2}{3}$ sont des pots de miel dont 55 % sont vendus à des magasins spécialisés ;
- 20 % des pots de confiture sont vendus aux supermarchés.
  Compléter le tableau 1 de l'annexe 2, à rendre avec la copie.

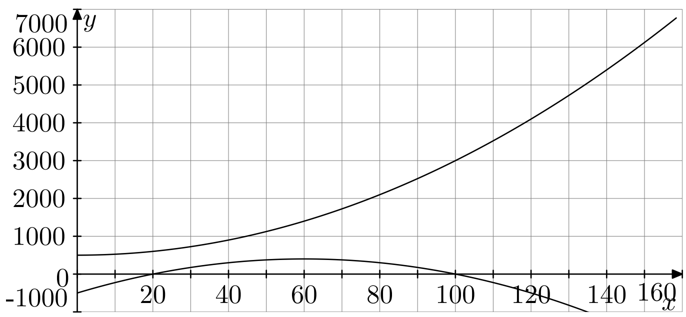
Partie B

1. **Fabrication et conditionnement de la confiture**
   On considère la fonction f définie sur l'intervalle $[0\,;160]$ par :
   $f(x) = 0{,}25x^2 + 500$
   La fabrication complète de la confiture et son conditionnement en cartons représentent un coût pour l'artisan. Pour x cartons, prêts à la vente, ce coût *(en euros)* est donné par $f(x)$.
   a. Quelle formule peut-on saisir dans la cellule `B2` du tableau 2 l'annexe *(obtenu à l'aide d'un t ableau)* pour obtenir par recopie automatique vers le base les nombres $f(x)$?
   Compléter la colonne `B`.
   b. La représentation graphique, notée F, de la fonction f est l'une des deux courbes du graphique de l'annexe. Identifier la courbe F sur le graphique.
2. **Vente de la confiture**
   Un carton de confiture est vendu 30 euros.
   On considère la fonction g qui, au nombre entier x de cartons vendus, associe le prix de vente $g(x)$, en euro, de ces x cartons *(pour x appartenant à l'intervalle $[0\,;160]$)*
   a. Exprimer $g(x)$ en fonction de x.
   b. Tracer sur le graphique de l'annexe la courbe représentative G de la fonction g.
   c. Par lecture graphique indiquer pour quelles valeurs de x on a $g(x) \geqslant f(x)$.
3. **Etude du bénéfice**
   On considère la fonction bénéfice b définie sur l'intervalle $[0\,;160]$ par : $b(x)=30x-f(x)$
   a. Quelle formule peut on saisir dans la cellule `C2` du tableau pour obtenir par recopie automatique vers le bas les nombres $b(x)$? Compléter alors la colonne `C`.
   b. Sur le graphique de l'annexe, identifier la courbe représentative de la fonction b et noter cette courbe E. En s'aidant du graphique et du tableau 2, donner le tableau de variations de la fonction b.
   c. Déduire de la question précédente le nombre de cartons à vendre pour que le bénéfice réalisé soit maximun. Quel est ce bénéfice maximum ?

Annexe

	Pots de miel	Pot de confiture artisanale	Total
Supermarchés			
Magasins Spécialisés			
Total	600		900

	A	B	C
1	x	$f(x)$	$b(x)$
2	0	200 000	300 000
3	20		
4	40		
5	60		
6	80		
7	100		
8	120		
9	140		
10	160	6900	-2100



Exercice 201

Dans cet exercice, on s'intéresse au profil d'une piste de skateboard dans un parc de loisirs.
Un bureau d'étude souhaite donner à cette piste, large de huit mètres, une forme parabolique ayant un dénivelé maximum *(on appelle dénivelé la différence d'altitude entre deux points.)*.
Compte tenu des contraintes liées au terrain, ce bureau utilise

pour trouver un modèle de piste, des fonctions f définies sur l'intervalle $[0\,;8]$ par :

$$f(x) = ax^2 + bx + c$$

où a, b et c sont trois coefficients réels donnés.
Les courbes représentatives de ces fonctions seront des profils possibles pour cette piste.
Pour cela, on s'intéresse à deux fonctions particulières f_1 et f_2.
On fournit, en annexe *(à rendre avec la copie)*, un tableau obtenue à partir d'un tableaur.
Ce tableau donne les coefficients a, b et c pour chacune de ces fonctions. Ainsi on a :

$$f_1(x) = 4x^2 - 32x + 28 \quad ; \quad f_2(x) = 4x^2 - 28x + 28.$$

Sur cette annexe, on fournit également les portions de paraboles correspondant à ces deux fonctions.

Partie A

Reconnaissance des profils

1. Quelle formule saisir dans la cellule `B6` pour que, par recopie vers la droite, on obtienne les valeurs prises par la fonction f_1 lorsque x varie ?
Compléter la ligne 6 en utilisant éventuellement la calculatrice.
2. Quelle formule saisir dans la cellule `B7` pour que, par recopie vers la droite, on obtienne les valeurs prises par la fonction f_2 lorsque x varie ?
Compléter la ligne 7 en utilisant éventuellement la calculatrice.
3. Indiquer sur le graphique celle des deux courbes qui représente la fonction f_1. On la notera P_1. Justifier ce choix.
4. Si on recopie vers le bas la formule saisie dans la cellule `B7` à la question 1., obtiendra-t-on la formule saisie en `B7` à la question 2. ? Justifier.

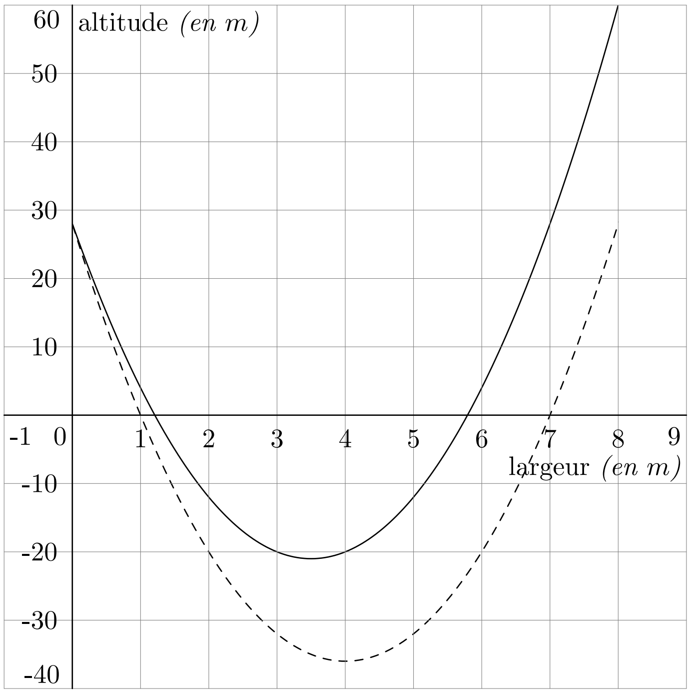
Partie B

Recherche du profil au dénivelé le plus important

On rappelle qu'un dénivelé est la différence d'altitude entre deux points.

1. En utilisant le tableau et le graphique, donncer les tableaux de variation de f_1, puis de f_2 sur l'intervalle $[0\,;8]$.
Donner le maximum et le minimum pour les deux fonctions sur cet intervalle.
2. Calculer le dénivelé maximum, en mètres, pour chacun des deux profils.
3. Quel est le profil qui offre le plus grand dénivelé ?

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
1	Coeff.	a	b	c							
2	pour f_1	4	-32	28							
3	pour f_2	4	-28	28							
4											
5	x	0	1	2	3	3,5	4	5	6	7	8
6	$f_1(x)$	28	0	-20	-32	-36					
7	$f_2(x)$	28	4								



Exercice 202

Dans cet exercice, tous les temps sont exprimés en dixième de seconde et les distances en mètre.
On modélise la trajectoire d'une balle de tennis par une courbe dans un repère $\left(O\,;\vec{i}\,;\vec{j}\right)$, représentée dans le graphique ci-dessous. Une unité représente un mètre. Le joueur de tennis frappe sa balle à l'instant 0 en M_0 de coordonnées $(0\,;2{,}5)$.

Pour un entier n, la position de la balle du joueur dans le repère $\left(O\,;\vec{i}\,;\vec{j}\right)$ à l'instant n est le point M de coordonnées $(x_n\,;y_n)$. Des valeurs x_n et y_n pour n compris entre 0 et 5 sont données par le tableau de l'annexe, extrait d'une feuille de calcul d'un tableur. Ce tableau doit être complété durant l'exercice et rendu avec la copie.

Les question 1 à 4 sont dans une large mesure indépendantes

1. Etude de la suite des nombres x_n *(abscisses de la position de la balle à l'instant n)*
   a. Montrer que les valeurs x_0, x_1 et x_2 sont les premiers termes d'une suite arithmétique dont on déterminera la raison r. Ecrire la valeur trouvée de r dans la cellule `E11` du tableau de l'annexe.
   b. On admet que les nombres x_n sont les termes de la suite arithmétique de premier terme x_0 et de raison r. Justifier que $x_n = 2{,}8n$.
   c. On veut introduire dans la cellule `B7` une formule recopiable jusqu'en `B9`, encore valable si on change la valeur de r. Donner cette formule.
   d. Compléter les deux cellules manquantes de la colonne `B` du tableau de l'annexe.
   e. La balle arrive au niveau du filet, situé à 12 mètres du point O, à l'instant t. A l'aide du tableur, donner un encadrement de t entre deux valeurs distantes de un dixième de seconde.
2. Etude de la suite des nombres y_n *(ordonnées de la position de la balle à l'instant n)*
   a. Montrer que la suite des nombres y_n n'est ni arithmétique, ni géométrique.

b. Les lois de la physique permettent d'établir la relation :
$y_n = -0{,}0784{\cdot}n^2 + 2{,}5$
Quelle formule tableau doit-on écrire en `C4` de façon à la recopier jusqu'en `C9` ?

3. Etude de la trajectoire de la balle.
Le filet, situé à 12 mètres du point O mesure environ $0{,}90\,m$ de hauteur. Expliquer, en utilisant le graphique rappelé en annexe, pourquoi la balle passe au dessus du filet.

4. Lors de la mise en jeu, le joueur au service a droit à deux essais pour placer la balle dans le carré de service adverse. Ces essais sont appelés premier et deuxième service. Au cours d'un match, le joueur a manqué 20 premiers services. Il a donc joué 20 deuxièmes services.

a. Lors de ce match, sur les 20 deuxièmes services, 3 ont été réussis sans être rattrapés par l'adversaire. Parmi les deuxièmes services, quel est le pourcentage de services réussis non rattrapés par l'adversaire ?

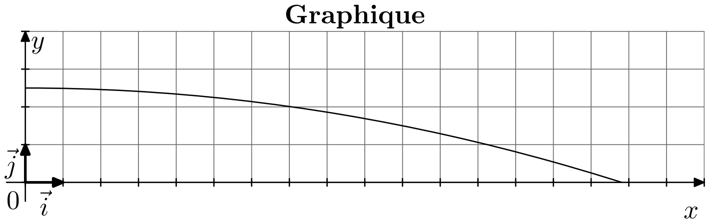
b. Sur ces 20 deuxièmes services, 65 % ont été placés dans le carré de service adverse. Calculer le nombre de deuxièmes services réussis.

c. Les 20 premiers services manqués correspondent, pour les premiers services joués, à un pourcentage d'échec de 26,7 % *(arrondi à 0,1 %)*. Quel est le nombre total des premiers services que le joueur a effectués au cours de ce match ?

valeurs de x_n et y_n

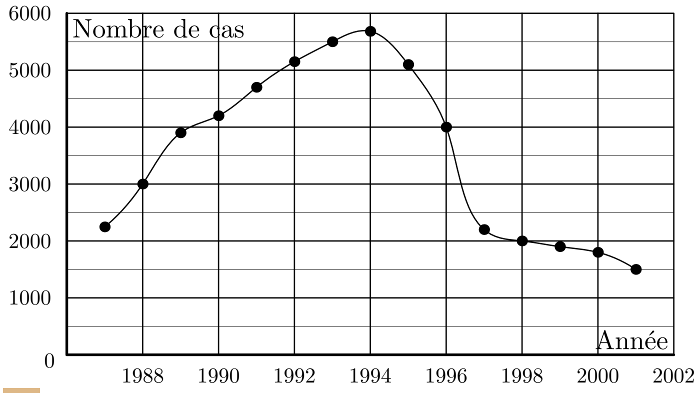
	A	B	C	D	E
1		Raison de la suite arithmétique			
2					
3	Temps n écoulé (en dixième de seconde)	Abscisse x_n de la balle (en mètre)	Ordonnée y_n de la balle (en mètre)		
4	0	0	2,5		
5	1	2,8	2,4216		
6	2	5,6	2,1864		
7	3		1,7944		
8	4		1,2456		
9	5	14	0,54		

Graphique



Exercice 2025

L'écolution d'une maladie entre 1987 et 2001 est modélisée par une fonction f, dont la représentation graphique est donnée ci-dessous :



1. Tracer le tableau de variations de cette fonction sur l'intervalle $[1987\,;2001]$.

2. Sur quelle période y a-t-il une augmentation du nombre de nouveaux cas de maladie ?

3. Quel est le nombre maximum de nouveaux cas déclarés ? En quelle année ?

4. On a relevé le nombre de nouveaux cas entre 1998 et 2001 dans le tableau suivant :

Année	1998	1999	2000	2001
Nombre de nouveaux cas	1908	1777	1668	1552

De quel pourcentage le nombre de nouveaux cas varie-t-il entre 1998 et 1999, entre 1999 et 2000, puis entre 2000 et 2001 ? Arrondir les pourcentages à l'unité.

5. On suppose, qu'à partir de 2001, le nombre de nouveaux cas de maladie en l'année, $2001+n$

a. Exprimer u_{n+1} en fonction de u_n. Quelle est la nature de la suite (u_n) ?

b. Exprimer u_n en fonction de n.

c. Quel est le nombre de nouveaux cas de maladie que l'on peut estimer pour 2003 ? Pour 2004 ?

Exercice 2026

Partie A

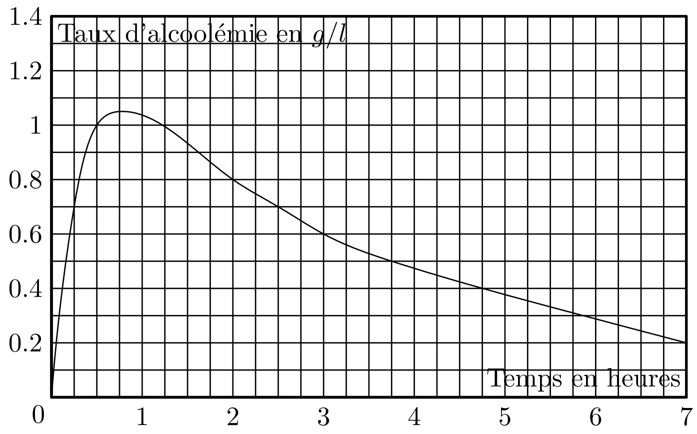
A un instant donné, le taux d'alcoolémie correspond à la quantité d'alcool pur contenu dans un litre de sang. Il s'exprime en grammes *(d'alcool pur)* par litre *(de sang)* :g/ℓ.
Après ingestion d'alcool, le taux d'alcool dans le sang augmente et atteint très rapidement son maximum. Ce taux maximum d'alcoolémie peut être estimé par la formule suivante *(formule de Widmark)* :

$$T = \frac{A}{P \times K}$$

où
- T est le taux maximum d'alcoolémie,
- P est la masse de la personne, en kilogrammes,
- K est le coefficient de diffusion : il est de 0,7 pour les hommes et de 0,6 pour les femmes
- A est la masse d'alcool pur ingéré, en grammes.

On estime qu'un verre de boisson alcoolisée *(un verre de vin, $25\,c\ell$ de bière, un verre d'apéritif...)* contient environ $10\,g$ d'alcool pur. Par exemple un homme de $60\,kg$ ayant absorbé 4 verres de boisson alcoolisée atteint un taux maximum d'alcoolémie de :

$$\frac{40}{60 \times 0{,}7} \simeq 0{,}95.$$



1. Estimer le taux maximum d'alcoolémie d'un homme de $70\,kg$ qui a bu un apéritif et quatre verres de vin. Arrondir le résultat au centième.

2. Estimer la masse d'alcool ingéré par une femme de $50\,kg$ présentant un taux maximu d'alcoolémie de $1{,}02\,g/\ell$.

Partie B

Le taux d'alcoolémie d'une personne varie aussi en fonction du temps.

Le graphique ci-dessous représente l'évolution du taux d'alcoolémie, en fonction du temps, d'un homme de $80\,kg$ ayant consommé plusieurs boissons alcoolisées en peu de temps. L'origine des temps *(l'heure 0)* est le moment de l'ingestion, c'est-à-dire de la prise d'alcool.

1. a. Combien de temps après l'ingestion le taux maximum d'alcoolémie est-il atteint ?

   b. Quel est le taux maximum d'alcoolémie de cet homme ?

2. a. Quel est le taux d'alcoolémie de cet homme 3 heures après l'ingestion d'alcool ?

   b. Quel est le pourcentage de diminution du taux d'alcoolémie 3 heures après ingestion d'alcool par rapport à sa valeur maximum ? Arrondir le résultat à 1 %.

3. En France, selon la législation en vigueur, le taux d'alcoolémie autorisé pour conduire un véhicule ne doit pas dépasser $0{,}5\,g/\ell$.

   a. Deux heures après l'ingestion d'alcool, pourquoi la personne observée ne peut-elle pas prendre le volant ?

   b. Combien de temps après l'ingestion d'alcool cette personne peut-elle prendre le volant ?

2. Fonctions affines :

Exercice 200

Dans cet exercice on désire étudier une loi de marché relative à une revue intitulée *Mots* en fonction du prix de l'abonnement annuel.
On considère la fonction f définie sur l'intervalle $[0\,;200]$ par :

$$f(p) = -50{\cdot}p + 12\,500$$

On admet que cette fonction donne le nombre d'abonnnés en fonction du prix p, en euros, de l'abonnement annuel à cette revue *Mots*.

Partie A

Nombre d'abonnés

1. Lorsque l'abonnement est fixé à 50 €, quel est le nombre d'abonnés ?

2. Quelle est l'image de 52 par f ? Que représente cette image ?

3. Justifier que toute augmentation de 2 €du prix de l'abonnement annuel fait diminuer de 100 le nombre d'abonnés à cette revue *Mots*.

4. Le nombre d'abonnés à la revue *Mots* est de 5 000. Quel est alors le prix de l'abonnement annuel ?

5. En utilisant la fonction f, justifier que pour ce produit : “plus un produit est cher, plus la demande diminue”.

Partie B

Etude de la recette

On appelle recette le montant total des abonnements annuels à la revue *Mots* perçu par l'éditeur de la revue.

1. Le prix de l'abonnement est égal à 50 €.
   Calculer la recette correspondante.

2. Le prix de l'abonnement est fixé à 40 €.
   Calculer la recette correspondante.

3. Le nombre d'abonnés est égal à 5 000.
   Calculer la recette.

4. Le prix de l'abonnement est égal à p euros.
   Exprimer la recette en fonction de p et $f(p)$.

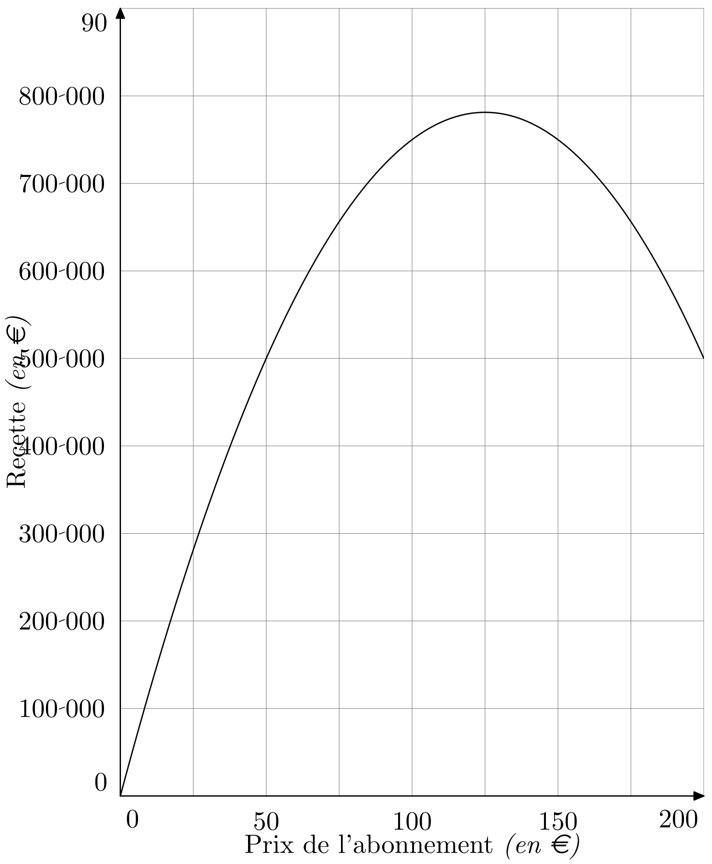
5. On définit la fonction R sur l'intervalle $[0\,;200]$ par :
   $R(p) = -50{\cdot}p^2 + 12\,500{\cdot}p$
   Vérifier que $R(p)$ est égal à la recette correspondant à un prix de l'abonnement égal à p euros.

6. Le graphique de la fonction R est donné en annexe *(à rendre avec la copie)*. En utilisant ce graphique et en laissant apparaître tous les tracés nécessaires, répondre aux questions suivantes :

   a. Quel est le prix de l'abonnement annuel à cette revue *Mars* qui rend la recette maximale ?
   Quel est alors le montant de la recette ?

   b. Donner l'ensemble des solutions de l'inéquation :
   $R(p) \geqslant 500\,000$

7. Calculer le nombre d'abonnés qui correspond à la recette maximale.



Exercice 2027

Une société de location de véhicules possède un parc de 800 véhicules de trois marques différentes A, B et C. Dans chacune des marques, la société possède deux modèles de véhicules : "Essence" ou "Diesel".

Partie I : Répartition des véhicules

On sait que :

- 62,5 % des véhicules de la société sont des modèles "Diesel" ;
- parmi les modèles "Diesel", 60 % sont de marque A, la moitié des autres modèles "Diesel" est de marque B, le reste de marque C ;
- 10 % des véhicules de la société sont des modèles "Essence" et de marque A ;
- un quart des véhicules de la société est de marque B.

1. Le tableau de l'annexe 1, à rendre avec la copie, présente la répartition des effectifs des véhicules. Compléter ce tableau.
2. Quelle est la proportion, en pourcentage, des véhicules de marque B parmi les modèles "Diesel" ?
3. Quelle est la proportion, en pourcentage, des modèles "Essence" parmi les véhicules de la marque B ?

Partie II : Etude des immobilisations des véhicules "Diesel"

Durant l'année, chaque véhicule peut être immobilisé pour subir des entretiens, des réglages, des vidanges, des réparations, etc.
Pour l'ensemble des 500 véhicules "Diesel" de la société, on a étudié, au cours de l'année 2005, le nombre de journées d'immobilistaion. On a obtenu la série statistique S suivante :

Nombre de journées d'immobilisation	1	2	3	4	5	6	7	8
Nombre de véhicules concernés	11	34	86	121	120	88	28	12

1. Calculer la moyenne $\overline{x}$ de la série S *(le résultat sera arrondi à 0,1 près)*.
2. Déterminer la médiane m de la série S.
3. Déterminer le premier quartile Q_1 de la série S. On admet que le troisième quartile Q_3 est égal à 6.
4. En utilisant l'axe représenté en annexe , à rendre avec la copie, tracer le diagramme en boîte de la série S.

Partie III : Etude du coût d'utilisation d'un véhicule

Une personne souhaite louer un véhicule de cette société pour une durée d'une semaine. Il hésite entre un véhicule "Essence" ou un véhicule "Diesel".

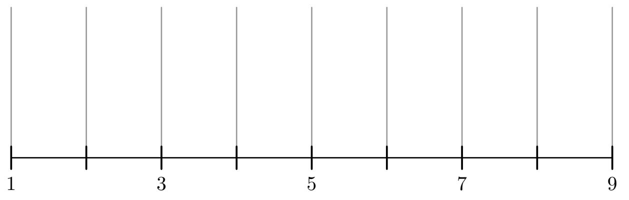
Le coût d'utilisation du véhicule pendant cette semaine est composée du prix fixe de la location et du coût du carburant qui lui, dépend du nombre de kilomètres parcourus.

1. Le graphique de l'annexe 1, à rendre avec la copie, donne le coût d'utilisation *(exprimé en euro)* en fonction du nombre de centaines de kilomètres pour un véhicule "Diesel".
Déterminer par lecture grahique ce coût pour un trajet de 600 km.
2. Pour un véhicule "Essence", le prix de la location pour une semaine est de 250 €.
La consommation de ce carburant est de 8 litres d'essence pour une centaine de kilomètres parcourus.
Le prix de l'essence est de 1,25 €.
On appelle f la fonction qui, au nombre x de centaines de kilomètres parcourus par un véhicule "Essence", associe le coût d'utilisation $f(x)$ en euro.
   a. Calculer le coût d'utilisation de ce véhicule pour un trajet de 600 km.
   b. Exprimer le coût d'utilisation $f(x)$ en fonction du nombre x de centaines de kilomètres parcourus.
   c. Tracer sur le graphique de l'annee 1 la représentation graphique de la fonction f.
   d. Déterminer à partir de combien de kilomètres, il est plus économique pour cette personne de louer un véhicule "Diesel".

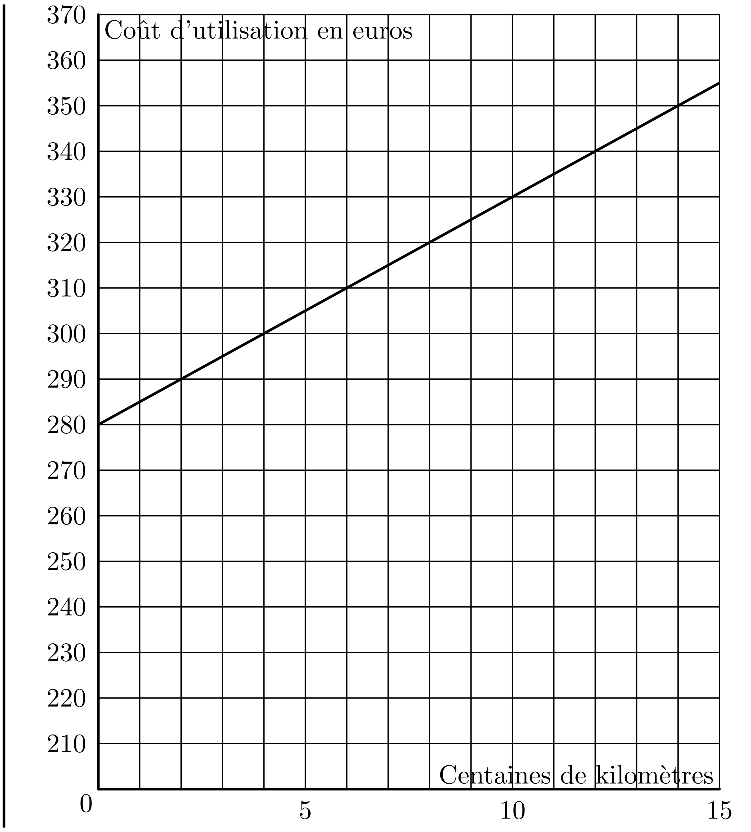
Tableau

Nombre de véhicules	Marque A	Marque B	Marque C	Total
"Diesel"		100		
"Essence"				
Total				800

Diagramme en boîtes :


1
3
5
7
9

Graphique :


Coût d'utilisation en euros
370
360
350
340
330
320
310
300
290
280
270
260
250
240
230
220
210
Centaines de kilomètres
0
5
10
15