Prem. L MathInfo/Les suites

1. Introduction :

Exercice 187

1. On considère la suite $(u_n)_n$ dont on connait les premiers termes :

Rang n	0	1	2	3
Valeur du terme u_n	2	4	8	10

   a. Montrer que la suite $(u_n)_n$ n'est pas une suite arithmétique.

   b. Montrer que la suite $(u_n)_n$ n'est pas une suite géométrique.

2. a. On considère la suite $(v_n)_n$ arithmétique de premier terme $u_0=3$ et de raison 1,5. Donner la valeur du terme v_n en fonction du rang n.

   b. On considère la suite $(w_n)_n$ géométrique de premier terme $w_0=2$ et de raison 2. Donner la valeur du terme w_n en fonction du rang n.

3. Paul place la somme de 500 € à la banque. Celle-ci lui donne 5 % d'intérêt par an :

   a. Donner les caractérisitiques de la suite symbolisant l'évolution de la somme placée à la banque.

   b. Donner cette valeur en fonction du nombre d'année n après avoir déposé l'argent

   c. Au bout de combien de temps aura-t-il plus de 700 €.

Exercice 178

Eté 2003, la canicule exceptionnelle s'installe sur la France. Monsieur Dupont désire creuser un puits, au fond de son jardin. Une réserve naturelle d'eau souterraine se situ à 9 mètres. Il demande des devis pour le forage.

> **Devis** $n°1$
> Forfait de prise en charge, visite sur le terrain : 40 € TTC.
> Prix forfaitaire du mètre foré : 150 € TTC
> **Devis** $n°2$
> Pas de forfait de prise en charge, mais le prix du mètre est donction de la profondeur atteinte : le premier mètre coûte 135 € TTC, chaque mètre suivant coûte 3% de plus que le précédent.

Nous allons étudier ces deux devis pour évaluer le coût du forage d'un puits de 9 mètres.

Partie A

Etude du devis $n°1$

1. On note u_0 le forfait de prise en charge de 40 € et u_n *(pour $n \geqslant 1$)* le coût total de n mètre foré.
   Ainsi : $u_0=40$ et $u_1=190$.
   Calculer u_2 et u_3

2. a. A quel type de croissance correspond la dépense du forage ?

   b. Justifier que : $u_n=40+150n$

3. Calculer alors le coût d'un forage de 9 mètres.

Partie B

Etude du devis $n°2$

1. On note v_1 le coût du premier mètre foré et v_n le coût du n-ième mètre foré.
   Ainsi $v_1=135$. Montrer que : $v_2=139{,}05$.

2. a. A quel type de croissance correspond la dépense du forage ?

   b. Justifier que : $v_n = 135\times(1{,}03)^{n-1}$

3. Calculer alors le coût total du forage, nous utilisons le tableur ci-dessous :

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1	n	1	2	3	4	5	6	7	8	9
2	coût du n^e mètre	135	139,05							
3	coût total de n mètres forés	135	274,05							

   a. Quelle formule doit-on saisir dans la cellule `D3` pour obtenir dans chaque cellule, après une recopie automatique jusqu'en `J3`, le coût du n-ième mètre foré ?

   b. Quelle formule doit-on saisir dans la cellule `D4` pour obtenir dans chaque cellule, après une recopie automatique jusqu'en `J4`, le coût total de n mètres forés ?

   c. Compléter ce tableau. Les montants seront arrondis au centime.

   d. Quel est le coût d'un forage de 9 mètres ?

Exercice 173

Une entreprise vous propose de vous employer. Voici les deux contrats qu'elle vous propose :

- *Formule 1* : vous toucherez au départ 1200 € et une augmentation chaque année de 50 €.
- *Formule 2* : vous commencerez avec 1100 € par mois et l'augmentation sera de 5 %

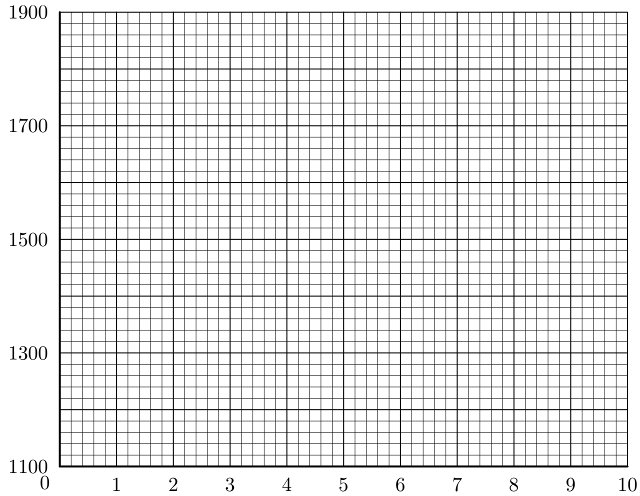
On note u_n votre salaire du premier type n année après votre commencement, u_n votre salaire avec la formule 1 et v_n avec la formule 2.

1. Remplissez le tableau ci-dessous :

	A	B	C
1	n	u_n	v_n
2	1		
3	2		
4	3		
5	4		
6	5		
7	6		
8	7		
9	8		

2. a. A partir du tableau précédent, placer, dans le repère ci-dessous, les points de coordonnées :
$(n\,;u_n)$; $(n\,;v_n)$

b. Relier ces points.



2. Suite et croissance :

Exercice 177

Des scientifiques veulent étudier l'évolution à long terme d'une population de poissons d'une petite rivière.
Pour cela, ils disposent des résultats de comptages effectués dans une portion de cette rivière entre 1990 et 1994.
Le tableau et le graphique ci-après donnent les effectifs trouvés par année de 1990 à 1994.

Année	Nombre de poissons
1990	5150
1991	4840
1992	4570
1993	4250
1994	3960

1. Un premier scientifique suggère de modéliser l'évolution du nombre de poissons par une suite arithmétique. Pourquoi le graphique laisse-t-il penser qu'une suite arithmétique pourrait convenir ?

2. Ce premier scientifique choisit de modéliser l'évolution du nombre de poissons par la suite arithmétique (u_n) de raison $r=-300$ et de premier terme $u_0=5150$. Ainsi, u_n représente le nombre de poissons l'année $(1990+n)$.

   a. Quelle interprétation peut-on donner de la raison de cette suite pour la population de poissons ?

   b. Exprimer u_n en fonction de n.

   c. Calculer l'effectif de la population prévue par ce modèle en 2004.

3. Un deuxième scientifique n'est pas convaincu par ce modèle et propose pour cette population une évolution exponentielle.
En effet, il remarque que :
$$\frac{4840}{5150} \sim \frac{4570}{4840} \sim \frac{4250}{4570} \sim \frac{3960}{4250} \sim 0{,}935.$$
Il choisit alors de modéliser l'évolution du nombre de poisson par la suite géométrique (v_n), de raison $q=0{,}935$ et de premier terme $v_0=5150$.
Ainsi, v_n représente le nombre de poissons l'année $(1990+n)$.

   a. Quel est le pourcentage de diminution annuelle du nombre de poissons selon ce modèle ?

   b. Exprimer v_n en fonction de n.

   c. Calculer v_{14}. Le résultat sera arrondi à l'unité.

4. En 2004, un comptage a été effectué et on a relevé 1980 poissons dans la portion de rivière étudiée.

   a. Lequel des deux modèles proposés ci-dessus est-il le plus pertinent ? Justifier la réponse.

   b. On choisit d'utiliser le modèle proposé par le second scientifique.
   Calculer v_{30} et v_{40} *(les résultats seront arrondis à l'unité)*.
   Déterminer l'année à partir de laquelle la population des poissons passera en dessous des 500 individus.

3. Suite et excel :

Exercice 174

Dans un pays imaginaire noté I, il y a une capitale P et un ensemble de villages V.
Au 1er Janvier 2002, P et V comptaient respectivement 200 000 et 300 000 habitants. Chaque année, la population de P augmente de 10 %, alors que celle de V diminue de 20 000 habitants.

1. a. Au 1er janvier 2002, quel pourcentage représente la population de P par rapport à celle de I ?

   b. Calculer la population de P, celle de V, puis celle de I au 1er 2003.
   Quel pourcentage représente alors la population de P par rapport à celle de I ?

2. Soit n un entier naturel. On note p_n la population de P au 1er janvier $(2002+n)$; ainsi $p_0=200\,000$.

   a. Exprimer p_{n+1} en fonction de p_n et en déduire la nature de la suite (p_n).

   b. Exprimer p_n en fonction de n. Calculer p_5.
   Que représente cette valeur ?

3. Soit n un entier naturel. On note v_n la population de V au 1er janvier $(2002+n)$; ainsi $v_0=300\,000$.

   a. Exprimer v_{n+1} en fonction de v_n et en déduire la nature de la suite (v_n).

   b. Exprimer v_n en fonction de n. Calculer v_5.
   Que représente cette valeur ?

4. Cette question fait intervenir le tableau donné ci-dessous.
   Un tableur donne dans la colonne `A` les années de 2002 à 2007, dans la colonne `B` la population de la capitale P, dans la colonne `C` la population de l'ensemble des villages V et dans la colonne `D` la population totale du pays I au 1er janvier de l'année correspondante.

   a. Indiquer les formules qu'il faudrait écrire dans les cellules `D2`, `A3`, `B3` et `C3` afin d'obtenir automatiquement, en recopiant vers le vas les années dans la colonne `A` et les populations dans les colonnes `B`, `C` et `D`.

   b. Remplir le tableau fourni ci-dessous et rendre celle-ci avec la copie

5. a. Représenter graphiquement l'évolution de la population de P et celle de V en plaçant les points de coordonnées $(n\,;p_n)$ et $(n\,;v_n)$ lorsque l'entier varie de 0 à 5. on prendra comme unités graphiques : 2 cm pour une année sur l'axe des abscisses et 1 cm pour 10 000 habitants sur l'axe des ordonnées qui sera gradué à partir de 200 000 habitants

   b. Donner l'année x qu cours de la quelle la population de P dépassera celle de V.

   c. En supposant linéaire l'évolution des populations de P et de V qu cours de l'année x, déterminer graphiquement le trimestre qu cours duquel la population de P dépassera celle de V, en faisant apparaître tous les tracés utiles.

	A	B	C	D
1	Année	Population de P au 1er janvier	Population de V au 1er janvier	Population de I au 1er janvier
2	2002	200 000	300 000	
3				
4				
5				
6				
7				

Exercice 181

Le tableau suivant donne le nombre d'utilisateurs d'Internet dans le monde *(en millions)* pour les années 1995 à 2000.

Année	1995	1996	1997	1998	1999	2000
Nombre d'utilisateurs *(en millions)*	34	56	92	145	243	414

On souhaite utiliser un tableur pour analyser ces données. On a élaboré le tableau fourni en *annexe (à rendre avec la copie)*

Partie A

1. Expliquer comment il est possible de remplir la colonne `A` sans avoir à saisir toutes les valeurs contenues dans les cellules.

2. Dans la cellule `C3`, on a calculé le quotient du nombre d'utilisateurs d'Internet en 1996 par le nombre d'utilisateurs d'Internet en 1995.
   Que représente ce quotient ?
   Quelle est la formule à saisir dans la cellule `C3` pour effectuer ce calcul et obtenir les nombres de la colonne `C` ?

3. a. Quelle est l'augmentation en pourcentage du nombre d'utilisateurs d'Internet entre 1995 et 1996 ? Entre 1996 et 1997 ?
   (On donnera des pourcentages arrondis à l'unité.)

   b. Quelle formule doit-on saisir dans la cellule `D3` pour obtenir, par recopie vers le bas, les pourcentages de variation du nombre d'utilisateurs d'Internet au fil des années ?

   c. Compléter la colonne `D` du tableau de l'*annexe (à rendre avec la copie)*

   d. La croissance du nombre d'utilisateurs d'Internet entre 1995 et 2000 est-elle exponentielle ? Justifier la réponse.

Partie B

1. Pour étudier la croissance du nombre d'utilisateurs d'Internet dans le monde, on choisit de la modéliser par une suite géométrique (u_n) de premier terme $u_0=34$. Il s'agit de trouver une valeur de la raison de cette suite géométrique, qui permette cette modélisation. Cette valeur sera saisie dans la cellule `I1`.
   Quelle formule doit-on saisir dans la cellule `F3` pour calculer u_1, en utilisant le contenu de la cellule `I1`, de façon à obtenir, par recopie vers le bas, les termes u_2, u_3, u_4 et u_5 ?
   Les valeurs peuvent être ainsi réactualisées automatiquement si on change le nombre contenu dans la cellule `I1`.

   Dans la suite de l'exercice, on prendra 1,645 *pour valeur de la raison de la suite* (u_n).

2. Calculer u_1, u_2, u_3, u_4 et u_5, puis compléter la colonne `F` du tableau de l'*annexe* à rendre avec la copie *(on donnera les résultats arrondis à l'unité)*

3. En admettant que, jusqu'en 2004, cemodèle reste fiable, donner une estimation du nombre d'utilisateurs d'Internet dans le monde en 2004.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1	Année	Nombre d'utilisateurs	Quotient	Pourcentage d'augmentation	n	u_n		Raison	
2	1995	34				0			
3	1996	56	1,6471		1				
4	1997	92	1,6429		2				
5	1998	145	1,5761		3				
6	1999	243	1,6759		4				
7	2000	414	1,7037		5				

Exercice 183

Pour tous les calculs de cet exercice, on arrondira au centime d'euro

Pierre, nouveau diplômé, a deux propositions d'embauche dans deux entreprises différentes. Avant d'accepter une des deux propositions, il effectue une étude sur salaires proposés par chacune des entreprises.

Partie A

Entreprise Boss

L'entreprise Boss lui propose pour un emploi commençant le 1er janvier 2005, le contrat suivant : le salaire mensuel initial est de 1 180 € et augmente chaque 1er janvier de 12 €.
On note u_0 ce salaire initial, u_1 le salaire au 1er janvier 2006, u_2 le salaire au 1er janvier 2007..., u_n le salaire au 1er janvier de l'année (2005+n).

1. Calculer u_1 et u_2.

2. Quelle est la nature de la suite (u_n) ? Justifier votre réponse.

3. a. Exprimer u_n en fonction de n pour tout entier naturel n.

   b. Quel serait son salaire mensuel en 2010 ?

Entreprise Rapido

L'entreprise Rapido lui propose, opur le même emploi commençant le 1er janvier 2005, le contrat de travail suivant : le salaire mensuel initial est de 1027,50 € et augmente chaque 1er janvier de 3,5%.
On note v_0 ce salaire initial, v_1 le salaire au 1er janvier 2006, v_2 le salaire au 1er janvier 2007,...,v_n le salaire au 1er janvier de l'année (2005+n).

4. Calculer v_1 et v_2.

5. Quelle est la nature de la suite (v_n) ? Justifier votre réponse.

6. a. Exprimer v_n en fonction de n pour tout entier naturel n.

   b. Quel serait son salaire mensuel en 2010 ?

Partie B

Avant d'effectuer son choix pour l'une ou l'autre des entreprises, Pierre veut comparer les montants successifs des salaires proposés.
pour cela, il réalise un tableau à l'aide d'un tableur

1. Expliquer comment Pierre a pu remplir la colonne `A` *(cellules allant de* `A2` *à* `A14`*)* sans avoir à taper toutes les valeurs contenues dans ces cellules.

2. Quelles formules doit-t-il écrire en cellules `B2` et `B3` pour obtenir, en la recopiant vers le bas, les termes de la suite (u_n) dans la colonne `B` ?

3. Quelles formules doit-il écrire en cellules `E2` et `E3` pour obtenir, en la recopiant vers le bas, les termes de la suite (v_n) dans la colonne `E` ?

4. Le tableau 2 consigne les résultats obtenus. Compléter toutes les cellules vides de ce tableau de l'annexe à rendre avec la copie

Partie C

1. Comparer l'évolution des salaires mensuels dans chaque entreprise.

2. a. En quelle année, pour la première fois, le cumul des salaires de l'entreprise Rapido dépassera-t-il le cumul des salaires de l'entreprise Boss ?

   b. Comparer avec les résultats obtenus dans question **C** 1. et commenter

	A	B	C	D	E	F	G
1	Année	Salaire mensuel avec Boss	Salaire annuel avec Boss	Cumul des salaires avec Boss	Salaire mensuel avec Rapido	Salaire annuel avec Rapido	Cumul des salaires avec Rapido
2	2005						
3	2006						
4	2007						
5	2008						
6	2009						
7	2010						
8	2011						
9	2012						
10	2013						
11	2014						
12	2015						
13	2016						
14	2017						

Tableau 1. Salaires mensuels et cumul des salaires

	A	B	C	D	E	F	G
1	Année	Salaire mensuel avec Boss	Salaire annuel avec Boss	Cumul des salaires avec Boss	Salaire mensuel avec Rapido	Salaire annuel avec Rapido	Cumul des salaires avec Rapido
2	2005	1180,00	14160,00	14160,00	1027,50	12330,00	12330,00
3	2006	1192,00	14301,00	28464,00	1063,46	12761,55	25091,55
4	2007	1204,00	14448,00	42912,00	1100,68	13208,20	38299,75
5	2008	1216,00	14592,00	57504,00	1139,21	13670,49	51970,25
6	2009	1228,00	14736,00	72240,00	1179,08	12330,00	66119,20
7	2010	1240,00	14880,00	87120,00	1220,35	14644,17	80763,38
8	2011	1252,00	15024,00	102144,00	1263,06	15156,72	95920,09
9	2012	1264,00	15168,00	117312,00	1307,27	15687,20	111607,20
10	2013	1276,00	15312,00	132624,00	1353,02	16236,26	127843,55
11	2014	1288,00	15456,00	148080,00	1400,38	16804,52	144648,08
12	2015	1300,00	15600,00	163680,00	1449,39	17392,68	162040,76
13	2016	1312,00	15744,00	179424,00	1500,12	18001,43	180042,19
14	2017	1324,00	15888,00	195312,00	1552,62	18631,48	198673,66

Tableau 2. Affichage des salaires mensuels et du cumul des salaires

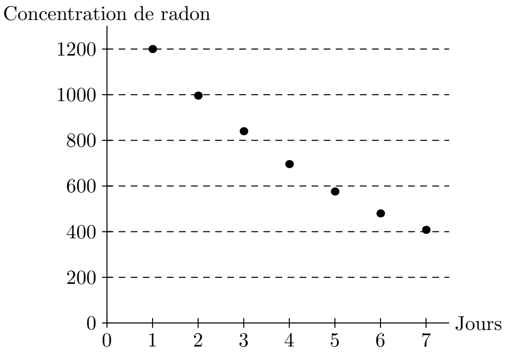
4. Un peu plus loin :

Exercice 185

La principalge source de radioactivité naturelle, à laquelle l'homme est exposé, est un gaz radioactif appelé le radon. Il s'échapee des sous-sols volcaniques et granitiques ainsi que de certains matériqux de construction et stagne dans des endroits mal ventilés.
La concentration de radon à l'intérieur des habitations s'exprime en Becquerel par mètre cube *($Bq \cdot m^{-3}$)*.

Partie A

Au cours d'une expérience, on a relevé chaque jour, en fin de journée, la concentration de radon. La représentation graphique ci-dessous indique les relevés pendant une semaine.



Décroissance radioactive

Par exemple, à la fin de la deuxième journée, la concentration en radon est d'environ 1 000 $Bq \cdot m^{-3}$

1. A l'aide de la représentation graphique :
   a. Expliquer pourquoi, dans cette situation, la décroissance n'est pas linéaire.
   b. Déterminer la journée au cours de laquelle la concentration de radon devient inférieure à la moitié du premier jour.
2. Le tableau suivant présente les données numériques mesurées lors de l'expérience. Dans un tableau, on a saisi les données concernant la concentration du gaz radon.
   On a calculé le coefficient multiplicateur entre deux valeurs consécutives.

Jour	Concentration de radon *(en $Bq \cdot m^{-3}$)*	Coefficient multiplicateur
1	1200	
2	996	0,83
3	840	0,84
4	696	0,83
5	576	0,83
6	480	0,83
7	408	0,85

   a. Quel est le pourcentage d'évolution de la concentration de radon entre le jour 1 et le jour 2 ?
   b. Les données numériques permettent de choisir un modèle de décroissance exponentielle. Justifier ce choix.
   c. Quelle est, en pourcentage, la diminution de la concentration du radon durant la première semaine

Partie B

1. A partir du jour 7, on suppose que la décroissance se poursuit avec 0,84 comme valeur du coefficient multiplicateur.
   a. Quelle serait la concentration de radon le jour 8 ? On arrondira le résultat à l'entier le plus proche.
   b. On modélise cette décroissance par une suite (u_n) où u_n représente la concentration en radon au jour $n+7$.
   On a alors $u_0=408$. De quel type de suite s'agit-il ?
   Justifier que : $u_n=408\times(0{,}84)^n$.
2. Le tableau ci-dessous est extrait d'un tableur :

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1	n	0	1	2	3	4	5	6	
2	u_n	408							

   Les colonnes sont repérées par les lettres `A`, `B`, `C`,... et les lignes sont repérées par des numéros `1`, `2`, `3`...
   On veut écrire en cellule `C2` une formule qui permette d'obtenir par recopie vers la droite les termes de la suite jusqu'à u_6.
   a. Parmi les formules suivantes, recopier celle*(s)* qui convient *(ou conviennent)* :
      `=$B$2× 0,84`   `=408×(0,84)^C1`
      `=408×0,84`   `=B2×(0,84)^C1`
   b. Proposer une formule à inscrire dans `C2` de telle sorte qu'elle reste valable si on modifie la valeur de la cellule `B2`.
   c. Compléter le tableau en annexe *(à rendre avec la copie)* à l'aide d'une calculatrice *(les résultats seront arrondis à l'entier le plus proche)*.
3. Le Conseil Supérieur d'Hygiène Publique a émis un avis sur la nocivité de ce gaz dans les habitations : en dessous de 200 $Bq \cdot m^{-3}$, il est considéré comme sans danger.
   Déterminer le jour à partir duquel la concentration de radon est inférieure à 200 $Bq \cdot m^{-3}$

255. Exercices non-classés :

☐ Exercice 1884

Jules et Léo décident d'acheter le même ordinateur portable. Ils ne disposent pas de la somme nécessaire pour régler immédiatement leur achat. Le vendeur leur propose des facilités de paiement. En incluant les intérêts, chacun devra verser un acompte et rembourser un total de 2000 euros *(acompte compris)* sur une durée de 12 mois selon des modalités à définir.
Jules choisit de verser 80 euros au moment de l'achat, puis il rembourse des mensualités fixes de 160 euros chacun des 12 mois suivants.
Léo verse 125 euros à l'achat, puis ses mensualités augmentent à chaque fois de 3 % chacun des 11 mois suivants. Ainsi sa première mensualité augmentera de 3 % par rapport aux 125 euros initialement versés. Le 12^e mois, il rembourse la différence entre les 2000 euros dus et la somme totale qu'il a déjà remboursée.

Partie I : Le choix de Jules

On note u_0 la somme versée par Jules à l'achat de l'ordinateur, et u_n la somme totale remboursée par Jules au bout de n mois. Ainsi, $u_0=80$ et u_1 représente le montant total que Jules a remboursé à la fin du premier mois.

1. Calculer u_1 et u_2.
2. a. Quelle est la nature de la suite (u_n) ? Justifier.
   b. Exprimer u_n en fonction de n.
3. Pour calculer chaque mois la somme que Jules a remboursée, on utilise un tableau. La feuille de calcul est donnée en annexe 1. Quelle formule peut-on entrer dans la cellule 5, de façon à pouvoir la recopier vers le bas jusqu'en `B16` ?

Partie II : Le choix de Léo

On note v_0 la somme versée par Léo à l'achat de l'ordinateur, et v_n le montant de la mensualité de Léo le $n^{\text{ième}}$ mois avec n entier compris entre 1 et 11. Ainsi, $v_0=125$ et d'après les conditions du contrat, $v_1=129$ arrondi à l'euro le plus proche.

1. Calculer v_2. On arrondira le résultat à l'euro le plus proche.
2. Quelle est la nature de la suite (v_n) ? Justifier.
3. Pour calculer les mensualités de Léo, on utilise aussi la feuille de calcul donnée en annexe 1.
   Quelle formule peut-on entrer dans la cellule `E5`, de façon à pouvoir la recopier vers le bas jusqu'en `E15` ?
   Les réponses fournies ont été arrondies à l'unité.
4. a. Quelle somme totale Léo a-t-il remboursée à la fin du 11^e mois. Quel est le montant de la 12^e mensualité ?
   b. Quelle formule peut-on entrer dans la cellule `E16` afin de calculer directement cette 12^e mensualité ?
5. A partir de quel mois les mensualités de Léo sont-elles plus élevées que celles de Jules ?

	A	B	C	D	E	F
1	Montant des mensualités de Jules	160			Taux d'augmentation des mensualités de Léo	3 %
2						
3		Somme totale remboursée par Jules			Montant des mensualités de Léo	
4	Somme initiale versée	80			125	
5	1er mois					
6	2^e mois					
7	3^e mois	560			137	
8	4^e mois	720			141	
9	5^e mois	880			145	
10	6^e mois	1040			149	
11	7^e mois	1200			154	
12	8^e mois	1360			158	
13	9^e mois	1520			163	
14	10^e mois	1680			168	
15	11^e mois	1840			173	
16	12^e mois	2000				
17	Somme totale remboursée	2000			2000	

☐ Exercice 1886

Le premier janvier 2000, deux bébés viennent au monde : Urbain et Victor. Leurs familles respectives décident alors d'épargner pour leur enfant. La famille d'Urbain verse 3 000 euros le jour de la naissance de leurs fils, sur un compte où le taux d'intérêt annuel est de 2,75 %. Aucun retrait ni dépôt ne s'effectuent pendant les années suivantes. Le taux d'intérêt reste fixe. La famille de Victor place 1 000 euros dans une tirelire le 01/01/2000 et y verse ensuite, chaque premier janvier suivant, 240 euros sans jamais effectuer de retrait.

1. Calculer l'argent disponible sur le compte de chaque enfant le jour de leur premier anniversaire.
   On appelle u_n le montant en euros du compte d'Urbain le premier janvier de l'année $2000+n$. On appelle v_n le montant en euros de la tirelire de Victor le premier janvier de l'année $2000+n$.
   Dans le tableau ci-dessous, on a représenté la situation dans une feuille de calcul d'un tableur.
2. a. Quelle formule peut-on écrire dans la cellule `C3` si l'on veut obtenir par recopie vers le bas les valeurs de la suite (u_n) ?
   b. Quelle formule contient alors la cellule `C7` ?
3. a. Quelle formule peut-on écrire dans la cellule `D3` si l'on veut obtenir par recopie vers le bas les valeurs de la suite (v_n) ?
   b. Quelle formule contient alors la cellule `D8` ?
4. a. Quelle est la nature de la suite (u_n) et ses éléments caractéristiques ?
   b. Exprimer u_n en focntion de n.
   c. Quelle est la nature de la suite (v_n) et ses éléments caractéristiques ?
   d. Exprimer v_n en fonction de n.
5. Compléter le tableau de l'annexe 2.
6. A partir de quelle date anniversaire Victor aura-t-il plus d'argent dans sa tirelire qu'Urbain sur son compte ?

7. Victor peur disposer de la totalité de l'argent de sa tirelire après son dix huitième anniversaire. Sa famille poursuite les versements annuels.

a. Avec la somme disponible dans sa tirelire, pourra-t-il acheter une voiture d'une valeur de 6 000 euros dès le 2 janvier 2018 ?

b. Déterminer le nombre minimum d'années nécessaire pour que sa tirelire présente un solde suffisant permettant d'acheter la voiture ?

	A	B	C	D
1	Année	Rang du terme de chaque suite	Compte d'Urbain Suite u_n :	Tirelire de Victor Suite v_n
2	2000	0	3000,0	1000,00
3	2001	1	3082,50	1240,00
4	2002	2	3167,27	1480,00
5	2003	3	3254,37	1720,00
6	2004	4	3343,86	1960,00
7	2005	5	3435,82	2200,00
8	2006	6	3530,31	2440,00
9	2007	7	3627,39	2680,00
10	2008	8	3727,14	2920,00
11	2009	9	3829,64	3160,00
12	2010	10	3934,95	3400,00
13	2011	11	4043,16	3640,00
14	2012	12		
15	2013	13		
16	2014	14		
17	2015	15		
18	2016	16		
19	2017	17		
20	2018	18		

Exercice 1897

Monsieur et Madame Dupond souhaitent emprunter 200 000 € afin d'acheter une maison.
Ils étudient les propositions de deux banques pour des prêts d'une durée de 15 ans à partir du 1er janvier 2007.

- Les mensualités de remboursement du prêt proposé par la banque Crédit du Soleil sont de 1 500 € pendant la totalité de la durée du prêt.
- Les mensualités de remboursement du prêt proposé par la banque Caisse Azur sont de 1 230 € la première année et augmentent de 3 % chaque année.

1. Dans cette question, on s'intéresse au prêt proposé par la banque Crédit du Soleil.

a. Quel est le montant total que devront verser Monsieur et Madame Dupond à la banque Crédit du Soleil en 2007 s'ils souscrivent ce prêt ?

b. Au bout de 15 ans, quelle somme auront remboursée Monsieur et Madame Dupond s'ils souscrivent ce prêt ? Cette somme est appelée **valeur réelle du prêt**.

2. Dans cette question, on s'intéresse au prêt proposé par la banque Caisse d'Azur.
Les résultats seront arrondis si nécessaire au centime d'euro.

a. Calculer le montant des mensualités que Monsieur et Madame Dupond devront rembourser en 2008 s'ils souscrivent ce prêt.

On note u_0 le montant en euros des mensualités en 2007, u_1 le montant en euros des mensualités en 2008 et, plus généralement, u_n le montant en euros des mensualités en $2007+n$, n étant un entier compris entre 0 et 14.
Ainsi : $u_0 = 1\,230$.

b. Donner u_1. Calculer u_2.

c. Quelle est la nature de la suite (u_n) ? Justifier votre réponse.

d. Exprimer u_n en fonction de n pour les entiers n compris entre 0 et 14.
Quel sera le montant des mensualités de Monsieur et Madame Dupond en 2016 s'ils souscrivent le prêt proposé par la banque Caisse Azur ?

e. Une représentation graphique de la suite (u_n), pour les entiers compris entre 0 et 14, est donnée en *annexe*.
Déterminer graphiquement, à partir de quelle année les mensualités de remboursement demandées à Monsieur et Madame Dupond par la banque Caisse Azur seront supérieures à celle demandées par la banque Crédit du Soleil.

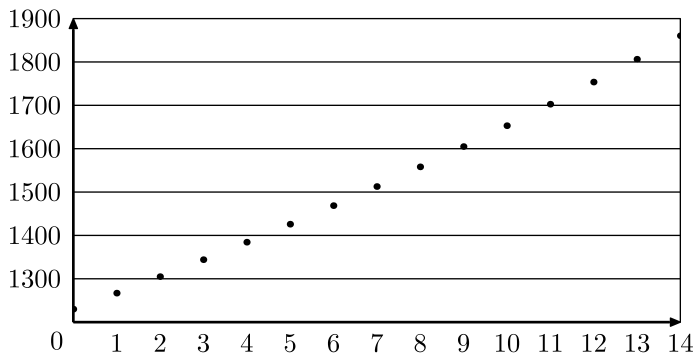
3. Avant d'effectuer leur choix pour l'une ou l'autre des deux banques, Monsieur et Madame Dupond veulent également connaître la valeur réelle du prêt proposé par la banque Caisse Azur.
pour cela, ils utilisent un tableau. On donne *en annexe 1* leur feuille de calcul, dans laquelle le contenu de certaines cases a été masqué.

a. Compléter les cases `C3`, `C4`, `D2`, `D3` et `D4` du tableau donnée en *annexe*.
On ne demande pas de justification.

b. Quelle formule peut avoir été écrit en cellule `C3` pour obtenir, après recopie vers le bas jusqu'à la celulle `C16`, les termes de la suite (u_n) dans la colonne `C` ?

c. Quelle formule peut avoir été écrite en cellule `D2` pour obtenir, après recopie vers le bas jusqu'à la celulle `D16`, le montant des sommes versées dans la colonne `D` ?

d. Monsieur et Madame Dupond ont calculé dans la cellule `D17` la valeur réelle du prêt que leur propose la banque Caisse Azur. Quelle formule ont-ils pu écrire en cellule `D17` pour cela ?



	A	B	C	D
1	Rang n	Année 2007+n	Mensualité u_n versés à la banque Caisse Azur *(arrondies au centime d'euro)*	Montant annuel versé à la banque Caisse Azur *(arrondies au centime d'euro)*
2	0	2007	1 230,00	
3	1	2008		
4	2	2009		
5	3	2010	1 344,05	16 128,65
6	4	2011	1 384,38	16 612,51
7	5	2012	1 425,91	17 110,89
8	6	2013	1 468,68	17 624,21
9	7	2014	1 512,74	18 152,94
10	8	2015	1 558,13	19 697,53
11	9	2016		19 258,45
12	10	2017	1 653,02	19 836,21
13	11	2018	1 702,61	20 431,29
14	12	2019	1 753,69	21 044,23
15	13	2020	1 806,30	21 675,56
16	14	2021	1 860,49	22 325,82
17	15	2022	Valeur du prêt	274 519,97

Exercice 1906

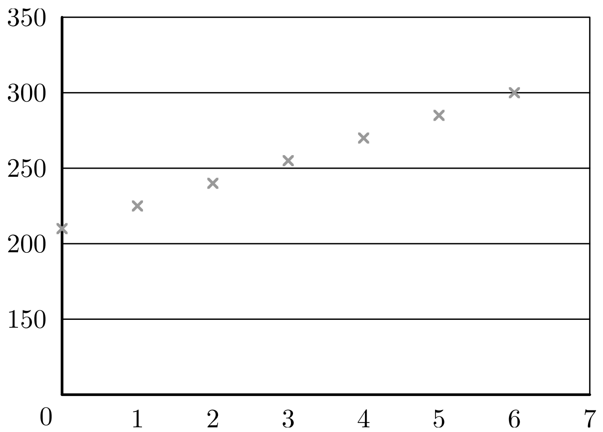
Les deux parties sont indépendantes

Dans une médiathèque, la direction souhaite renouveler le stock disponible au prêt *(notament en cedéroms, DVD)* et augmenter le parc informatique *(avec accès Internet)* mis à disposition du public. Une des solutions explorée pour trouver les moyens financiers permettant de répondre à cette demande est d'augmenter le nombre d'adhérents.

Partie 1 : Etude de l'évolution du nombre d'adhérents

Dans un premier temps, on étudie l'évolution du nombre d'adhérents en fonction du temps. On appelle u_0 le nombre d'adhérents pour l'année 2000 et u_n le nombre d'adhérents pour l'année *(2000+n)*. Le tableau et le graphique ci-dessous représentent l'évolution du nombre d'adhérents entre 2000 et 2006.

	A	B	C	D
1	Année	n	u_n	
2	2000	0	210	15
3	2001	1	225	
4	2002	2		
5	2003	3		
6	2004	4		
7	2005	5		
8	2006	6	300	
9	2007	7		
10	2008	8		



1. D'après le graphique, à quel type de croissance, la suite (u_n) correspond-elle ? On remarque que la suite (u_n) est une suite arithmétique de raison 15 et de premier terme $u_0 = 210$.
2. a. Calculer u_2.
   b. Exprimer u_{n+1} en fonction de u_n.
   c. Exprimer u_n en fonction de n et de u_0.
3. Dans la cellule D2, on a placé la raison de la suite.
   a. Quelle formule a-t-on pu écrire dans la cellule C4, en utilisant la cellule D2, puis recopier vers le bas jusqu'en C10, pour calculer les termes de la suite ?
   b. Si ce modèle de croissance est valable jusqu'en 2008, quel sera le nombre d'adhérents en 2008 ?

Partie 2 : Prévision d'une étude marketing

La direction décide de diminuer légèrement les tarifs d'adhésion afin de favoriser encore l'augmentation du nombre d'adhérents. Une étude marketing estime qu'avec ces nouveaux tarifs, le nombre d'adhérents augmentera de 5 % par an après 2006. On appelle v_0, le nombre d'adhérents en 2006 et v_n, le nombre d'adhérents en (2006+n).

	A	B	C
1	Année	n	v_n
2	2006	0	310
3	2007	1	
4	2008	2	
5	2009	3	
6	2010	4	
7	2011	5	
8	2012	6	402

1. a. Calculer v_1, v_2. Donner les arrondis à l'unité de ces valeurs.
   b. A quel type de croissance, la suite (v_n) correspond-elle ?
   c. Préciser la nature et la raison de la suite (v_n).
   d. Montrer que, pour tout entier naturel n :
   $v_n = 300 \cdot (1{,}05)^n$.
2. Quelle formule peut-on utiliser dans la cellule C3, puis recopier vers le bas jusqu'à C8 pour calculer le nombre d'adhérents prévisionnel ?
3. Calculer le pourcentage d'augmentation du nombre d'adhérents entre 2006 et 2012.

Exercice 1967

Monsieur et Madame X envisagent de louer un appartement pendant quelques années.
Le propriétaire leur propose deux types de bail à partir du 1^{er} janvier 2007.

> **Proposition 1 :** au 1^{er} janvier 2007, le montant du loyer mensuel est de 400. Ce loyer mensuel reste inchangé durant l'année 2007 et subira une augmentation de 18 au premier janvier de chacune des années suivantes.
>
> **Proposition 2 :** au 1^{er} janvier 2007, le montant du loyer mensuel est de 400. Ce loyer mensuel reste inchangé durant l'année 2007 et subira une augmentation de 4 % au premier janvier de chacune des années suivantes.

Monsieur et Madame X étudient et comparent les deux propositions à l'aide d'une feuille automatisée de calcul donnée en annexe 1. Le format des cellules est tel que les valeurs affichées sont arrondies à l'unité.

1. **Etude de la proposition 1**
   Monsieur et Madame X décident de noter u_n le montant en euros du loyer mensuel qui leur sera demandé durant l'année (2007+n), où n désigne un entier naturel, s'ils choisissent la proposition 1. Ainsi : $u_0 = 400$
   a. Calculer u_1 et u_2.
   b. Quelle est la nature de la suite (u_n) ?

c. Exprimer u_n en fonction de n, pour tout entier naturel n.

d. Quel sera le montant du loyer mensuel en 2020 avec la proposition 1 ?

e. Quelle formule Monsieur et Madame X ont-ils pu écrire en cellule `C5` et recopier automatiquement vers le bas pour calculer en colonne `C` les premiers termes de la suite (u_n) ?
Compléter les cellules `C5`, `C6`, `C17` du tableau de l'**annexe 1**.

2. **Etude de la proposition 2**
Monsieur et Madame X décident de noter v_n le montant en euros du loyer mensuel qui leur sera demandé durant l'année $(2007+n)$, où n désigne un entier naturel, s'ils choisissent la proposition 2. Ainsi : $v_0 = 400$.

a. Calculer v_1 et v_2. On arrondira à l'unité.

b. Justifier que la suite (v_n) est une suite géométrique dont on précisera la raison.

c. Justifier que pour tout entier naturel n, on a :
$v_n = 400 \times 1{,}04^n$.

d. Quel sera le montant du loyer mensuel en 2020 avec la proposition 2 ? On arrondira à l'unité.

e. Compléter les cellules `G5`, `G6`, `G17` du tableau de l'**annexe 1**.

3. **Loyers annuels par la proposition 1**

a. En colonne `D`, Monsieur et Madame X ont calculé le montant du lmoyer annuel dû, s'ils choisissent la proposition 1, pour chacune des années figurant en colonne `A`.
- Quelle formule ont-ils pu écrire en cellule `D4` et recopier automatiquement vers le bas pour cela ?
- Compléter les cellules `D5`, `D6`, `D17` du tableau de l'annexe.

Monsieur et Madame X ont calculé de façon analogue, dans les colonnes `H` *et* `I` *du tableau de l'annexe, les loyers annuels et les loyers annuels cumulés correspondant à la proposition 2.*

4. a. Monsieur et Madame X projettent de louer l'appartement pendant 5 ans à partir du premier janvier 2007. Quelle proposition de bail ont-ils intérêt à choisir ? Justifier.

b. A partir de combien d'années complètes de location *(commençant le 1er janvier 2007)* la proposition 1 est-elle plus avantageuse que la proposition 2 ?

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1	Etude comparative des deux propositions de bail								
2		Proposition 1				Proposition 2			
3	Années	n	u_n	Loyer annuel	Cumul des loyers annuels		v_n	Loyer annuel	Cumul des loyers annuels
4	2007	0	400	4800	4800		400	4800	4800
5	2008	1			9816			4992	9792
6	2009	2			15048			5192	14984
7	2010	3	454	5448	20496		450	5399	20383
8	2011	4	472	5664	26160		468	5615	25998
9	2012	5	490	5880	32040		487	5840	31838
10	2013	6	508	6096	38136		506	6074	37912
11	2014	7	526	6312	44448		526	6316	44228
12	2015	8	544	6528	50976		547	6569	50797
13	2016	9	562	6744	57720		569	6832	57629
14	2017	10	580	6960	64680		592	7105	64734
15	2018	11	598	7176	71856		616	7389	72124
16	2019	12	616	7392	79248		640	7685	79809
17	2020	13			86856			7992	87801

