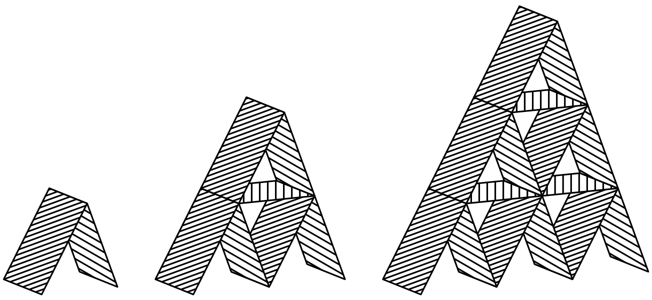
ompilerles exercic | mpilerles correcti | Plusd options

Première ES/Suites

1. Introduction :

Exercice 4556

On considère la construction d'un château de cartes :



1^{er} étape $2^{\text{ième}}$ étape $3^{\text{ième}}$ étape

Combien de cartes faut-il pour réaliser la $4^{\text{ième}}$ étape de cette construction ? pour la $5^{\text{ième}}$ étape ?

Exercice 4557

1. Voici des exemples de suites de nombres :
   a. $(2\,;\,5\,;\,8\,;\,11\,;\,14\,;\,\ldots)$
   b. $(2\,;\,6\,;\,18\,;\,54\,;\,162\,;\,\ldots)$
   c. $(6\,;\,-6\,;\,6\,;\,-6\,;\,6\,;\,-6\,;\,\ldots)$
   d. $(1\,;\,3\,;\,7\,;\,15\,;\,31\,;\,\ldots)$

   Pour chacune de ces suites des nombres ; trouver la relation qui permet d'obtenir une valeur en fonction des valeurs précédentes.
2. Voici d'autres exemples de suites numériques :
   a. $(0\,;\,2\,;\,4\,;\,6\,;\,8\,;\,\ldots)$
   b. $(1\,;\,6\,;\,11\,;\,16\,;\,21\,;\,\ldots)$
   c. $(1\,;\,2\,;\,4\,;\,8\,;\,16\,;\,32\,;\,\ldots)$
   d. $(1\,;\,\sqrt{2}\,;\,2\,;\,\sqrt{8}\,;\,4\,;\,\sqrt{32}\,;\,\ldots)$
   e. $\left(2\,;\,\frac{3}{2}\,;\,\frac{4}{3}\,;\,\frac{5}{4}\,;\,\ldots\right)$

   Pour chacune de ces suites des nombres trouver la relation qui permet d'obtenir une valeur en fonction de sa position dans la suite.

2. Exemples de suites :

Exercice 4558

On considère les suites numériques définies sur $\mathbb{N}$ ci-dessous dont les termes sont définies en fonction de leurs positions dans la suite :

a. $u_n = 2n$
b. $v_n = 3n-4$
c. $w_n = n^2+3$
d. $x_n = 2^n$

Déterminer les cinq premiers termes de chacune de ces suites.

Exercice 4559

On considère les suites numériques, ci-dessous, définies sur $\mathbb{N}$ par récurrence : c'est à dire en fonction de leur valeur initiale et d'une relation avec les termes précédents.

a. $u_0=5\,;\,u_{n+1}=u_n+2$
b. $v_0=3\,;\,v_{n+1}=2{\cdot}v_n$
c. $w_0=2\,;\,w_{n+1}=-w_n$
d. $x_0=4\,;\,x_{n+1}=2{\cdot}x_n-2$
d. $x_0=1\,;\,x_1=1\,;\,x_{n+1}=x_n+x_{n-1}$

Déterminer les cinq premiers termes de chacune de ces suites.

Exercice 4581

Pour chaque question, déterminer les cinq premiers termes de la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$:

a. $u_n=\dfrac{n+1}{n+2}$
b. $u_{n+1}=2{\cdot}u_n-2\,;\;u_0=3$
c. $u_n=\sqrt{n^2+n+1}$
d. $u_{n+1}=2{\cdot}u_n-2\,;\;u_0=1$
e. $u_n=\dfrac{n-2}{n+1}$
f. $u_{n+1}=\dfrac{u_n-2}{u_n+1}\,;\;u_0=2$

3. Suites arithmetique et geometrique : formule récurrence :

Exercice 4543

La société Mandine embauche Arthur au 1er Janvier 2009 avec un salaire de 1525 € et lui propose deux types d'avancement :

- Chaque 1er Janvier, son salaire se verra augmenter de 32 €.
- Chaque 1er Janvier, son salaire augmente de 2 %.

1. Compléter le tableau suivant en arrondissant les valeurs au dixième près :

Année	2009	2010	2011	2012
Avancement A				
Avancement B				

Année	2013	2014	2015	2016
Avancement A				
Avancement B				

2. A partir de quelle année, Arthur aura un salaire plus important en choisissant l'avancement B ?

Exercice 4555

Dans un pays imaginaire noté I, il y a une capitale P et un ensemble de villages V.
Au 1er Janvier 2002, P et V comptaient respectivement 200 000 et 300 000 habitants. Chaque année, la population de P augmente de 10 %, alors que celle de V diminue de 20 000 habitants.

1. a. Au 1er janvier 2002, quel pourcentage représente la population de P par rapport à celle de I ?

   b. Calculer la population de P, celle de V, puis celle de I au 1er Janvier 2003.
   Quel pourcentage représente alors la population de P par rapport à celle de I ?

   c. Compléter le tableau ci-dessous en arrondissant à l'unité près :

	A	B	C	D
1	Année	Population de P au 1er janvier	Population de V au 1er janvier	Population de I au 1er janvier
2	2002	200 000	300 000	
3				
4				
5				
6				
7				

2. n désigne un nombre entier naturel $(n \in \mathbb{R})$.

   On note p_n la population de P au 1er janvier $(2002+n)$; ainsi : $p_0 = 200\,000$.

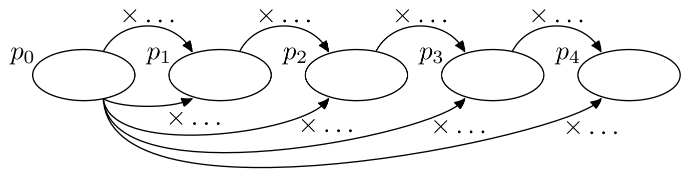
   On note v_n la population de V au 1er janvier $(2002+n)$; ainsi : $v_0 = 300\,000$.

   a. Exprimer p_{n+1} en fonction de p_n.

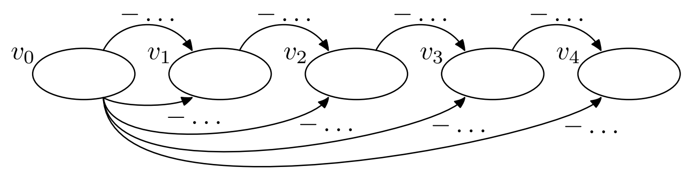
   b. Exprimer v_{n+1} en fonction de v_n.

3. Compléter les deux diagrammes ci-dessous :

a.



b.



Exercice 4572

1. On considère la suite (u_n) arithmétique de premier terme 3 et de raison 5.
   Déterminer les cinq premiers termes de cette suite.

2. On considère la suite (v_n) arithmétique définie par :
   $v_0 = 6 \quad ; \quad v_{n+1} = v_n - 2$

   Déterminer la valeur des 6 premiers termes de la suite (v_n).

Exercice 4574

1. On considère la suite (u_n) dont les premiers termes sont :
   $u_0 = 2 \quad ; \quad u_1 = 5 \quad ; \quad u_2 = 9 \quad ; \quad u_3 = 12$

   Justifier que la suite (u_n) n'est pas une suite arithmétique.

2. On considère la suite (v_n) dont les premiers termes sont :
   $v_0 = 8 \quad ; \quad v_1 = 4 \quad ; \quad v_2 = 2 \quad ; \quad v_3 = \dfrac{1}{2}$

   Justifier que la suite (v_n) n'est pas une suite géométrique.

Exercice 4573

1. On considère la suite (u_n) géométrique de premier terme 2 et de raison 3.
   Déterminer les cinq premiers termes de cette suite.

2. On considère la suite (v_n) géométrique définie par :
   $v_0 = -2 \quad ; \quad v_{n+1} = \dfrac{1}{2} \cdot v_n$

   Déterminer la valeur des 6 premiers termes de la suite (v_n).

Exercice 4578

On considère les deux suites (u_n) et (v_n) définies par récurrence par les relations :

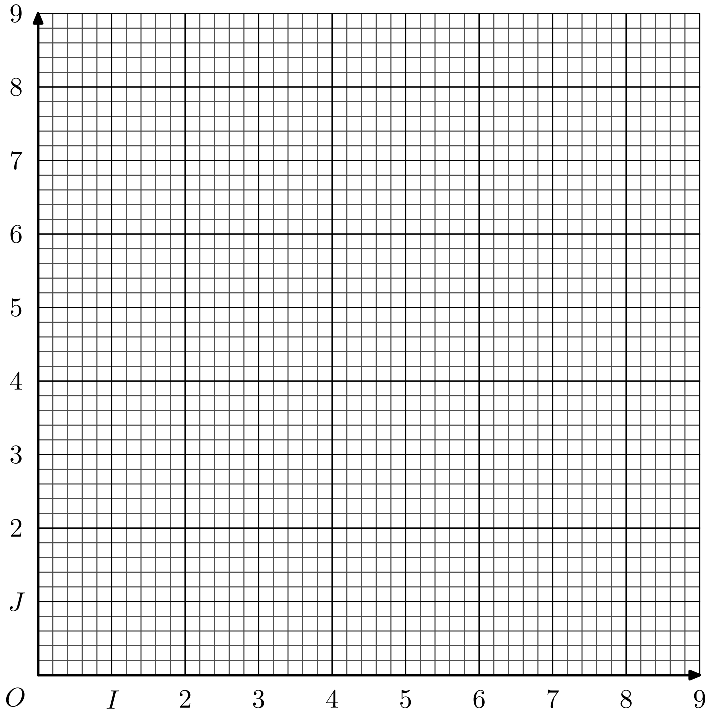
- $u_{n+1} = u_n + 0{,}75 \quad ; \quad u_0 = 2$
- $v_{n+1} = 2 \cdot v_n \quad ; \quad v_0 = 0{,}125$

1. Quelles sont les natures des suites (u_n) et (v_n) ?

2. Compléter le tableau suivant avec les valeurs de la suite arrondies au dixième près :

n	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
u_n										
v_n										

3. Placer les points $(n\,;u_n)$ et $(n\,;v_n)$ représentant ces deux suites dans le repère $\big(O\,;I\,;J\big)$ ci-dessous :



Exercice 4710

On considère les deux suites $\big(u_n\big)$ et $\big(v_n\big)$ dont les premiers termes sont données ci-dessous :

- $\big(u_n\big)$: $\quad (3\ ,\ 7\ ,\ 12\ ,\ 16\ ,\ \ldots)$
- $\big(v_n\big)$: $\quad \left(54\ ,\ 6\ ,\ \dfrac{2}{9}\ ,\ \dfrac{2}{81}\ ,\ \ldots\right)$

Justifier que chacune de ces suites ne peuvent être ni arithmétique, ni géométrique.

4. Suites arithmetique et geometrique : formule explicite :

Exercice 4575

1. On considère la suite $\big(u_n\big)$ définie explicitement par la relation en fonction du rang n :
   $u_n = 3{\cdot}n + 2$

   Justifier que la suite $\big(u_n\big)$ est une suite arithmétique. Donner la raison de cette suite.
2. On considère la suite $\big(v_n\big)$ définie explicitement par la relation en fonction du rang n :
   $v_n = 2{\times}3^n$

   Justifier que la suite $\big(v_n\big)$ est une suite géométrique. Donner la raison de cette suite.

Exercice 4618

1. Soit $\big(u_n\big)$ une suite arithmétique dont on connait la valeur des deux termes suivants :
   $u_7 = 23 \quad ; \quad u_{13} = -1$
   a. Déterminer les éléments caractéristiques de la suite $\big(u_n\big)$. Justifier votre démarche.
   b. Donner la formule explicite donnant la valeur d'un terme de la suite $\big(u_n\big)$ en fonction de son rang.
2. Soit $\big(v_n\big)$ une suite géométrique dont on connait la valeur des deux termes suivants :
   $v_3 = 4 \quad ; \quad v_7 = \dfrac{81}{4}$
   a. Déterminer les éléments caractéristiques de la suite $\big(v_n\big)$. Justifier votre démarche.
   b. Donner la formule explicite donnant la valeur d'un terme de la suite $\big(v_n\big)$ en fonction de son rang.

Exercice 548

Les parties **A** et **B** sont indépendantes.

Partie A

On a pu lire dans le livre "*Voici venu le temps du monde fini*" d'Albert Jacquard l'affirmation suivante :

Un accroissement d'une population de 2 % par an peut sembler bien faible, il correspond pourtant à un doublement en 35 ams, donc à un quadru[lement en 70 ans, à une multiplication par 7 en moins d'un siècle.

Les affirmations de l'auteur sont-elles exactes ? Justifier la réponse.

Partie B

1. La feuille de calcul suivante, extraite d'un tableur, donne la population mondiale en millions d'habitants :

	A	B	C	D	E
1	Année	Population	Taux d'évolution arrondi à 0,1 %	n	u_n
2	1950	2500	×	0	
3	1960	3014	20,6 %	1	
4	1970	3683	22,2 %	2	
5	1980	4453	20,9 %	3	
6	1990	5201		4	
7	2000	6080		5	
8				6	
9				7	
10				8	
11				9	

   Quelle formule faut-il écrire en `C3` pour compléter la colonne C en recopiant cette formule vers le bas ?

2. a. Calculer le taux d'évolution global de la population mondiale entre les années 1950 et 2000. En déduire le

taux décennal moyen entre les années 1950 et 2000.

On considère la suite géométrique u de premier terme u_0=2500 et de raison q=1,195.

b. Quelle formule, à recopier vers le bas, peut-on écrire en `E3` pour calculer les termes de la suite u ?

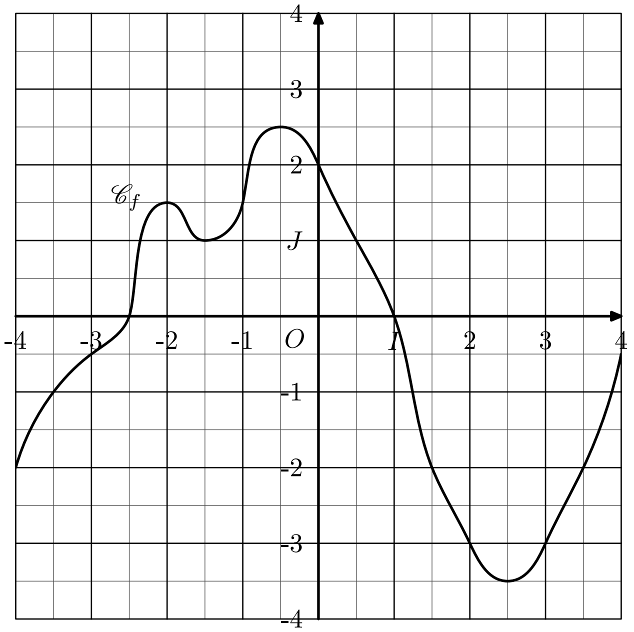
c. Si l'on fait l'hypotès que la population mondiale évoluera au même rythme au delà de l'an 2000, on peut estimer que la population mondiale de l'année (1950+10n) sera environ égale au terme u_n de cette suite.
Quelle population peut-on ainsi prévoir pour l'an 2010 ? Pour l'an 2050 ?

d. Par combien la population mondiale serait-elle ainsi multipliée en un siècle ?

5. Representation graphique :

Exercice 4583

On considère la fonction f définie sur $[-4\,;4]$ dont la courbe représentative $\mathscr{C}_f$ est donnée ci-dessous :



On considère la suite $\big(u_n\big)_{n\in\mathbb{N}}$ définie par la relation

$u_0 = 2$ et $u_{n+1} = f\big(u_n\big)$

1. Montrer que le terme u_1 est égal à -3.

2. Justifier les égalités suivantes :

   a. $u_2 = -0{,}5$ b. $u_3 = 2{,}5$

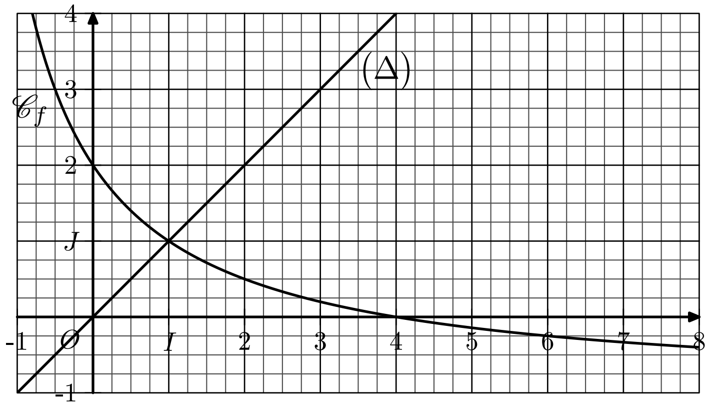
3. Compléter le tableau suivant :

n	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
u_n										

Exercice 4609

Dans le plan muni d'un repère $\big(O\,;I\,;J\big)$ orthonormal, on considère la courbe $\mathscr{C}_f$ de la fonction f dont l'image d'un nombre x est défini par :

$$f(x) = \frac{-x+4}{x+2}$$



La droite (Δ) est la première bissectrice du plan.

On considère la suite $\big(u_n\big)_{n\in\mathbb{N}}$ définie par la relation :

$u_{n+1} = f\big(u_n\big)$; $u_0 = 8$

1. Sur l'axe des abscisses, présenter les valeurs des six premiers termes de la suite.

2. Déterminer, par le calcul, les trois premiers termes de la suite $\big(u_n\big)$.

6. Sens de variation :

Exercice 4585

1. On considère la suite $\big(u_n\big)_{n\in\mathbb{N}}$ dont le terme de rang n est donné par la formule :
   $u_n = n^2 - 7n + 1$

   a. A l'aide de la calculatrice, compléter le tableau ci-dessous :

n	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
u_n											

   b. Après avoir donner le tableau de variation de la fonction f dont l'image de x est défini par :
   $f(x) = x^2 - 7x + 1$
   Etablir que la suite $\big(u_n\big)$ est croissante à partir du rang 4.

2. Soit $\big(v_n\big)_{n\in\mathbb{N}}$ la suite définie par la relation de récurrence suivante :
   $v_{n+1} = v_n - {v_n}^2 - 1$ pour tout $n\in\mathbb{N}$
   et la condition initiale v_0=2.

   a. A l'aide de la calculatrice, compléter le tableau ci-dessous :

n	0	1	2	3	4
u_n					

   b. En étudiant la différence de deux termes consécutifs, montrer que la suite $\big(v_n\big)$ est décroissante.

Exercice 4586

Dans cet exercice, on utilisera la méthode de la différence pour prouver la monotonie des suites :

1. Soit $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ la suite dont le terme de rang n est définie par :
   $u_n = -32n + 102$
   Montrer que cette suite est décroissante.
2. Soit $(v_n)_{n\in\mathbb{N}^*}$ la suite dont le terme de rang n est définie par :
   $v_n = \sqrt{2n-1}$
   Montrer que cette suite est croissante.
3. Soit $(w_n)_{n\in\mathbb{N}^*}$ la suite dont le terme de rang n est définie par :
   $w_n = 2n - \dfrac{25}{n}$
   Montrer que la suite (w_n) est croissante.

Exercice 4605

Pour chacune des questions suivantes, déterminer le sens de variation de la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$:

a. $u_n = \dfrac{1}{2}n - \dfrac{1}{4}$ b. $u_n = 3 - 2n$

c. $u_n = -2n^2 - 3n + 2$ d. $u_n = 3n^2 - 7n + 4$

Exercice 4606

Pour chaque question, utiliser la calculatrice pour effectuer une conjecture sur le sens de variation de la suite (u_n) sur $\mathbb{N}$ définie par :

a. $u_n = n^3 - 2n^2 - 3n$ b. $u_n = \dfrac{5^n}{n+2}$

c. $u_n = 3\big[1 + (-1)^n\big] + 4$ d. $u_n = \dfrac{2n^2+1}{2n+5}$

Exercice 4607

Pour chaque question, déterminer, en étudiant la différence $u_{n+1} - u_n$, le sens de variation de la suite (u_n) définie par :

a. $u_n = 3n^2 + n + 1$

b. $u_n = 2^n + 3n - 1$

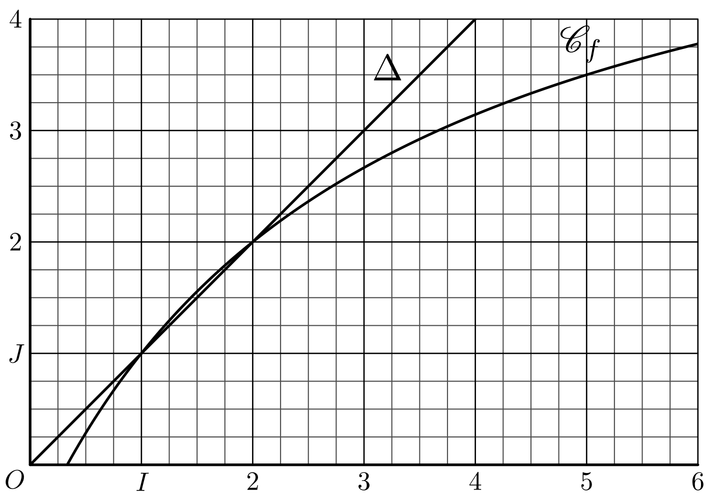
c. $u_{n+1} = u_n + 2n + 1$; $u_0 = -2$

d. $u_{n+1} = u_n - n + 5$; $u_0 = 2$

7. Un peu plus :

Exercice 4619

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}_+$ par la relation :
$$f(x) = \frac{6x-2}{2x+1}$$
Dans le repère $(O\,;I\,;J)$ orthonormé, on considère la courbe $\mathscr{C}_f$ représentative de la fonction f :



La droite Δ est la première bissectrice du plan ; son équation cartésienne est $y=x$.

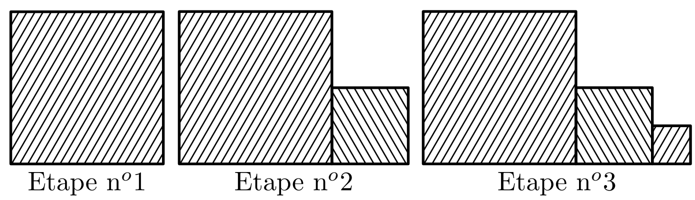
1. a. Etablir l'égalité :
   $$f(x) - x = \frac{-2x^2+5x-2}{2x+1}$$
   b. Déterminer le tableau de signe de l'expression $f(x)-x$ sur l'intervalle $[0\,;+\infty[$.
   c. En déduire les positions relatives des courbes $\mathscr{C}_f$ et Δ sur $[0\,;+\infty[$.
2. On considère la suite (u_n) définie par :
   $u_0 = 6$; $u_{n+1} = f(u_n)$
   a. Représenter, sur l'axe des abscisses du repère, les six premiers termes de la suite (u_n) *(on laissera apparent les traits de construction)*.
   b. Déterminer la valeur des trois premiers termes de la suite (u_n)
   c. On admet que tous les termes de la suite sont supérieurs ou égaux à 2. En déduire que la suite (u_n) est décroissante.

Exercice 4627

On construit successivement une figure de la manière suivante :

- On part d'un carré dont le côté mesure 4 cm ;
- A l'étape suivante, on rajoute un nouveaux carré dont le côté mesure la moitié du carré précédemment ajouté.

Voici les trois premières étapes de cette construction représentées :



On note u_n l'aire totale de la figure construite à l'étape n : on vient de construite la suite (u_n) de nombres réels.

1. On note (v_n) la suite des aires des carrés rajoutés à chaque étape de cette construction.
   a. Donner les cinq premiers termes de la suite (v_n).
   b. Quel est la nature de la suite (v_n) ?

c. Donner la formule explicite associant chaque terme de la suite $\left(v_n\right)$ en fonction de son rang.

2. a. Déterminer la valeur des cinq premiers termes de cette suite.

b. Montrer que la suite $\left(u_n\right)$ vérifie la relation de récurrence :

$$u_{n+1} = u_n + 4\cdot\left(\frac{1}{4}\right)^n \quad \text{pour tout } n\in\mathbb{N}$$

3. La formule explicite définissant la suite $\left(u_n\right)$ est de la forme :

$u_n = \alpha\cdot\left(1-\beta^{n+1}\right) \quad \alpha\in\mathbb{R}$ et $\beta\in\mathbb{R}$

Déterminer la valeur de α et β.

