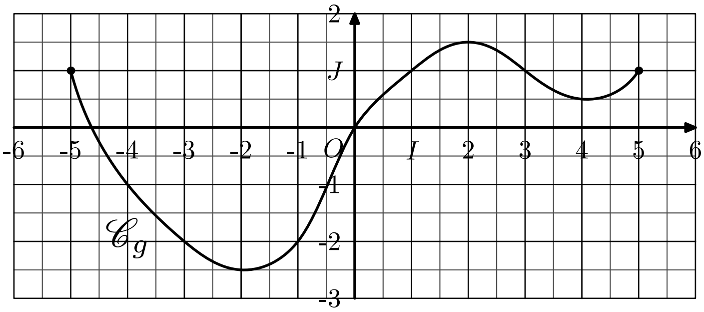
Première ES/Fonctions de référence

1. Rappels :

Exercice 4493

On considère la fonction g dont la représentation est donnée dans le repère $(O\,;I\,;J)$ orthonormé ci-dessous : donnée par la représentation ci-dessous :



1. Donner l'ensemble de définition de la fonction g.

2. a. Remplir le tableau de valeurs ci-dessous :

x	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5
$g(x)$											

   b. Observez les variations de $g(x)$ lorsque x parcourt chacun de ces intervalles :
   $\big[-5\,;-2\big]$; $\big[-2\,;2\big]$; $\big[2\,;4\big]$

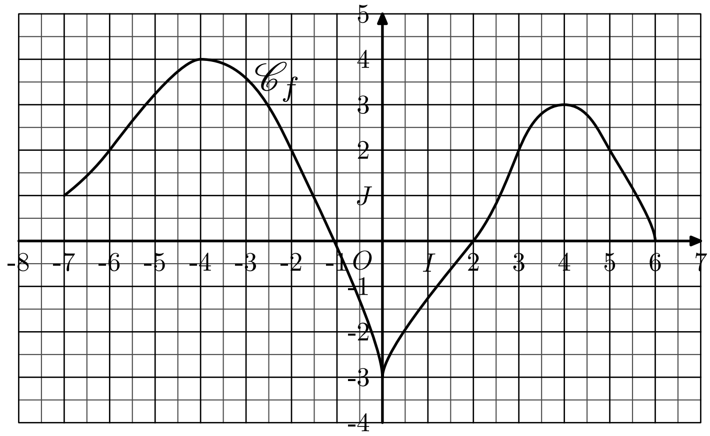
3. Le tableau ci-dessous représente "*schématiquement*" les variations de la fonction g ; recopier et compléter ce tableau :

x	-5		-2		5
Variation de g	1	$\searrow$	$-2,5$	$\nearrow$	

4. Mettez en évidence une relation entre le tableau de valeurs et le tableau de variations sur l'intervalle $\big[-5\,;-2\big]$, puis sur l'intervalle $\big[-2\,;2\big]$.

Exercice 4494

La représentation graphique de la fonction f est donnée dans le repère $\big(O\,;I\,;J\big)$ ci-dessous :



1. Justifier chacune de vos observations :

   a. Quelle est l'image du nombre 2 par f.

   b. Quels sont les antécédents par f du nombre 2.

2. Dresser le tableau de variation de la fonction f.

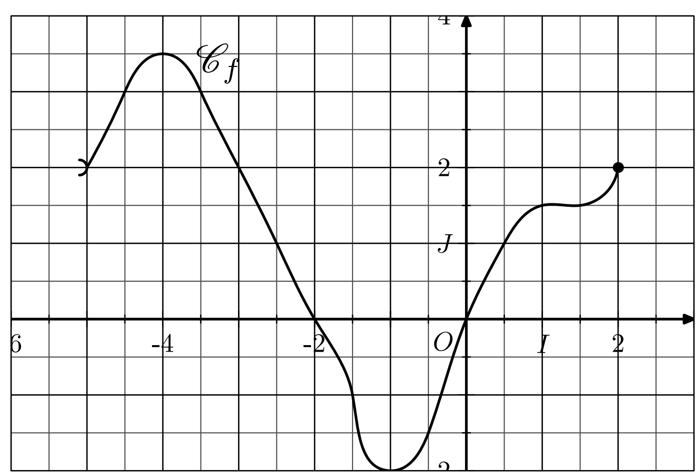
3. a. Quels sont les coordonnées du point le plus haut de la courbe $\mathscr{C}_f$.

   b. En déduire la valeur maximale prise par la fonction f sur son intervalle de définition.

4. Donnez la valeur minimale prise par la fonction f et la valeur de x pour laquelle elle est atteint.

Exercice 4495

On considère la fonction f dont la représentation est donnée ci-dessous dans le repère $(O\,;I\,;J)$:



1. Donner l'ensemble de définition de la fonction f.

2. Donner les images, par la fonction f, de 0 et 1.

3. Donner les antécédents des nombres 0 et 1 par la fonction f.

4. Résoudre graphiquement l'inéquation suivante :
$f(x) \geqslant 2$

5. Dresser le tableau de variation de la fonction f.

Exercice 4504

On considère une fonction f définie sur $\mathbb{R}$ dont le tableau de variation a été donné ci-dessous :

x	$-\infty$		-2		0		1		$+\infty$
Variation de f	5	↘	3	↗	7	↘	-1	↗	3

Dire si les affirmations ci-dessous sont vraies ou fausses en n'oubliant pas de justifier sa pensée :

a. 3 est un antécédent du nombre -2

b. $f(1) > f(-1)$

c. $f(1)$ est un nombre positif

d. Pour $x \in]0\,;1[$, on a : $f(x) \geqslant 0$

e. Le minimum de la fonction f est -1.

Exercice 4505

On considère la fonction f admettant le tableau de signe ci-dessous :

x	$-\infty$		-3		5		$+\infty$
$f(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

Répondre aux affirmations suivantes par "*vrai*", "*faux*" ou "*on ne peut pas savoir*" :

1. $f(2) = 6$.

2. L'équation $f(x) = 0$ admet exactement deux solutions.

3. La fonction f est une fonction affine.

4. L'inéquation $f(x) < 0$ a pour ensemble de solutions $]-3\,;5[$.

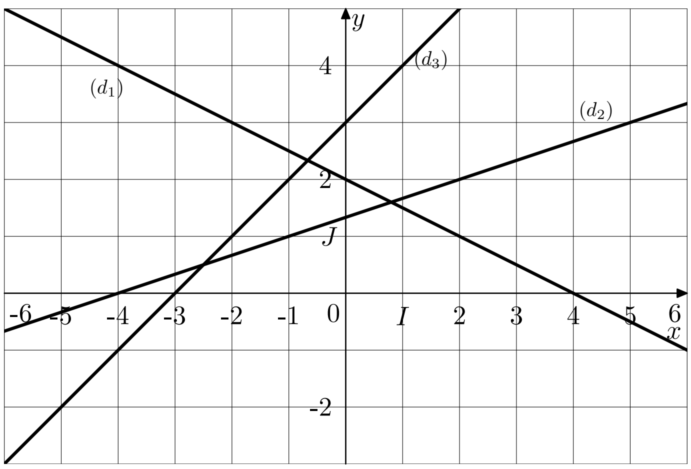
5. Le point $A(0\,;5)$ appartient à la courbe représentative de la fonction f.

6. Si $f(1) = -4$, alors le minimum de la fonction f sur $\mathbb{R}$ est -4.

2. Fonctions de références de seconde :

Exercice 4496

Le graphique suivant présente trois droites représentées dans un repère orthonormé $(O\,;I\,;J)$:



En utilisant les points du quadrillage par lesquels chacune de ces droites passent, associer à chacune de ces droites une des fonctions suivantes :

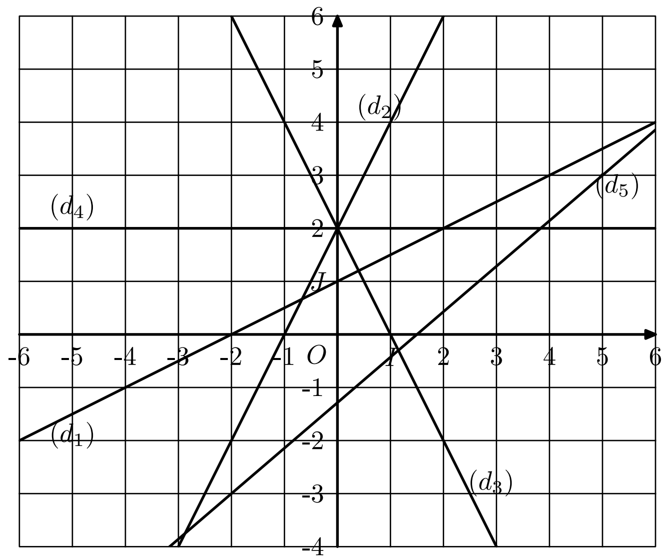
$f : x \longmapsto -0{,}5x + 2$; $g : x \longmapsto \dfrac{1}{3}x + \dfrac{3}{2}$

$h : x \longmapsto 2x + 2$; $j : x \longmapsto x + 3$

$k : x \longmapsto \dfrac{1}{3}x + \dfrac{4}{3}$; $\ell : x \longmapsto 2x + 3$

Exercice 4497

Dans un repère $(O\,;I\,;J)$ orthogonal, on représente les cinq droites ci-dessous.



1. Déterminer graphiquement les équations des droites (d_1), (d_2), (d_3), (d_4).

2. a. Déterminer graphiquement le coefficient directeur de la droite (d_5).

   b. Déterminer, en expliquant votre démarche, l'équation complète de la droite (d_5).

3. Usage de la calculatrice :

Exercice 4516

On considère la fonction f dont l'image d'un nombre réel x est définie par la relation :

$$f(x) = \frac{x^2+x+1}{x^2+1}$$

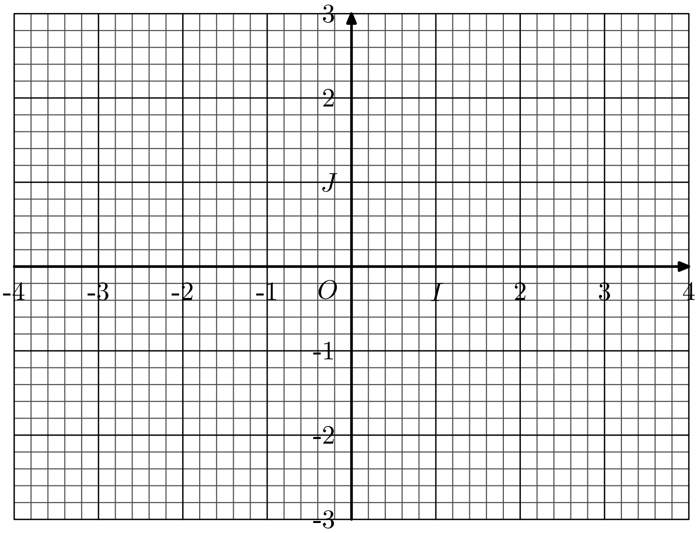
1. Répondre aux questions suivantes à l'aide de la calculatrice :
   a. Déterminer les minimums et les maximums de la fonction f.
   b. Dresser le tableau de variation f sur $\mathbb{R}$.
2. a. Résoudre l'équation : $f(x) = -3x+1$.
   b. Vérifier votre résultat à la calculatrice.

Exercice 4517

On considère la fonction homographique f définie par :

$$f(x) = \frac{x-2}{4x+2}$$

On considère le plan muni du repère $(O\,;I\,;J)$ orthonormé représenté ci-dessous :



1. Justifier que la fonction f est définie sur $\mathbb{R}\backslash\left\{-\frac{1}{2}\right\}$:
2. A l'aide de la calculatrice :
   a. Dresser le tableau de variation de la fonction f.
   b. Compléter le tableau de valeurs, au dixième près :

x	-4	-3	-2	$-1{,}5$	-1	$-0{,}8$
$f(x)$						

x	$-0{,}3$	0	$0{,}5$	1	2	3	4
$f(x)$							

3. Effectuer le tracé de la courbe $\mathscr{C}_f$ représentative de la fonction f dans le repère ci-dessus.

Exercice 4518

Répondre aux questions suivantes à l'aide de la calculatrice :

1. Soit f la fonction définie par :
   $f(x) = x^3 - 4x^2 + x + 2$

   Dresser le tableau de variation de la fonction f sur l'intervalle $\left[-1\,;4\right]$.
2. On considère la fonction affine g définie par :
   $g(x) = -3x + 2$

   Déterminer les coordonnées des points d'intersection des courbes $\mathscr{C}_f$ et $\mathscr{C}_g$.

4. Fonctions du second degré :

Exercice 4502

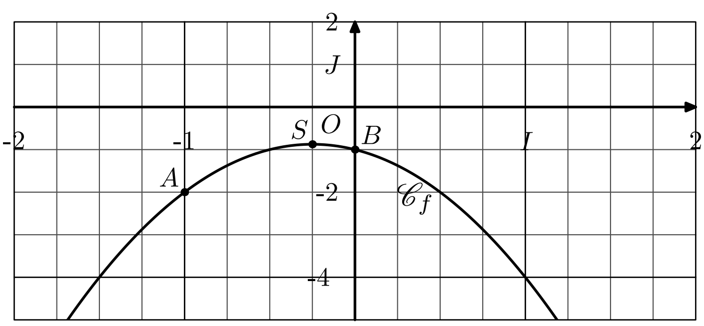
1. On considère la fonction f définie par :
   $f(x) = a{\cdot}x^2 + 3x + 2$ où $a \in \mathbb{R}$

   Sachant que sa courbe représentative passe par le point de coordonnées $A(-2\,;-12)$, déterminer l'expression complète de la fonction f.
2. Soit g la fonction dont l'image d'un nombre réel x est définie par :
   $g(x) = 3x^2 + b{\cdot}x + 1$ où $b \in \mathbb{R}$

   Sachant que le sommet de la parabole représentative de la fonction g a pour abscisse 1, déterminer l'expression complète de la fonction g.

Exercice 4499

La courbe $\mathscr{C}_f$ est une parabole représentant une fonction f du second degré.



La courbe $\mathscr{C}_f$ passe par les points $A(-1\,;-2)$, $B(0\,;-1)$ et admet pour sommet le point S dont l'abscisse est $-\frac{1}{4}$.

La fonction f étant définie par un polynôme du second degré, on en déduit l'existence de trois réels a, b et c tels que :

$$f(x) = a{\cdot}x^2 + b{\cdot}x + c$$

1. A l'aide des coordonnées du point B, déterminer la valeur

du nombre c.

2. En utilisant les caractéristiques du sommet S de la parabole, justifier que la fonction f admet l'écriture :
$f(x) = 2b{\cdot}x^2 + bx - 1$

3. A l'aide des coordonnées du point A, déterminer l'expression complète de la fonction f.

Exercice 4501

1. Dresser le tableau de variations des fonctions suivantes :

   a. $f(x) = x^2 + x - 2$ b. $g(x) = -2x^2 + 4x - 3$

   c. $h(x) = -4x^2 + x + 2$ d. $j(x) = 2x^2 + 2x + 2$

2. Pour chaque fonction de la question précédente, donner, sans préciser leurs valeurs, le nombre d'antécédent de 0.

Exercice 4498

On considère les fonctions f et g définies sur $\mathbb{R}$ définies par les relations :

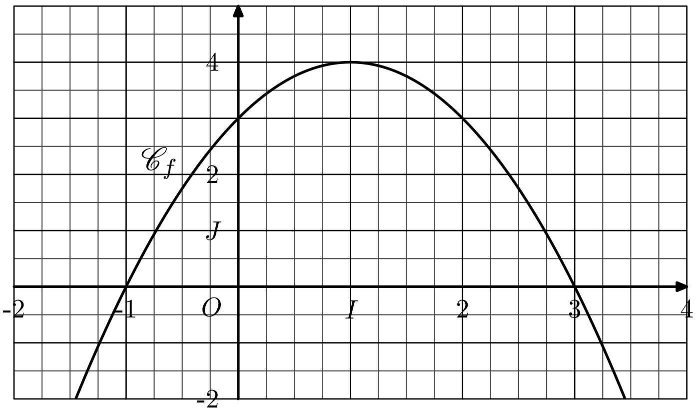
$$f(x) = x^2 + x + 1 \quad ; \quad g(x) = -2x^2 - 3x + 5$$

1. Etablir le tableau de variation de chacune de ces fonctions.

2. Etablir le tableau de signe de chacune de ces fonctions.

Exercice 4503

On considère la fonction f dont la représentation est donnée ci-dessous dans le repère orthonormal $(O\,;I\,;J)$:



On s'intéresse à la fonction affine g définie par la relation :
$g : x \longmapsto x + 1$

1. Tracer la courbe représentative de la fonction g dans le repère ci-dessus.

2. Graphiquement, résoudre l'équation : $f(x) = g(x)$.

3. Résoudre graphiquement l'inéquation : $f(x) \geqslant g(x)$

5. Fonction racine carré :

Exercice 4515

Le tableau ci-dessous représente les quotients, arrondis au centième près, de carrés d'entiers :

÷	1	4	9	16	25	36	49	64	81	100	121	144	169	196	225
1	1	4	9	16	25	36	49	64	81	100	121	144	169	196	225
4	0,25	1	2,25	4	6,25	9	12,25	16	20,25	25	30,25	36	42,25	49	56,25
9	0,11	0,44	1	1,78	2,78	4	5,44	7,11	9	11,11	13,44	16	18,78	21,78	25
16	0,06	0,25	0,56	1	1,56	2,25	3,06	4	5,06	6,25	7,56	9	10,56	12,25	14,06
25	0,04	0,16	0,36	0,64	1	1,44	1,96	2,56	3,24	4	4,84	5,76	6,76	7,84	9
36	0,03	0,11	0,25	0,44	0,69	1	1,36	1,78	2,25	2,78	3,36	4	4,69	5,44	6,25
49	0,02	0,08	0,18	0,33	0,51	0,73	1	1,31	1,65	2,04	2,47	2,94	3,45	4	4,59
64	0,02	0,06	0,14	0,25	0,39	0,56	0,77	1	1,27	1,56	1,89	2,25	2,64	3,06	3,52
81	0,01	0,05	0,11	0,20	0,31	0,44	0,60	0,79	1	1,23	1,49	1,78	2,09	2,42	2,78
100	0,01	0,04	0,09	0,16	0,25	0,36	0,49	0,64	0,81	1	1,21	1,44	1,69	1,96	2,25
121	0,01	0,03	0,07	0,13	0,21	0,30	0,40	0,53	0,67	0,83	1	1,19	1,40	1,62	1,86
144	0,01	0,03	0,06	0,11	0,17	0,25	0,34	0,44	0,56	0,69	0,84	1	1,17	1,36	1,56
169	0,01	0,02	0,05	0,09	0,15	0,21	0,29	0,38	0,48	0,59	0,72	0,85	1	1,16	1,33
196	0,01	0,02	0,05	0,08	0,13	0,18	0,25	0,33	0,41	0,51	0,62	0,73	0,86	1	1,15
225	0	0,02	0,04	0,07	0,11	0,16	0,22	0,28	0,36	0,44	0,54	0,64	0,75	0,87	1

1. a. A l'aide du tableau, vérifier l'encadrement ci-

dessous :
$$\frac{100}{81} < 1{,}25 < \frac{81}{64}$$

b. A l'aide du tableau, justifier l'encadrement :
$$\frac{9}{10} < \sqrt{1{,}25} < \frac{9}{8}$$

2. Etablir l'encadrement :
$$\frac{15}{14} < \sqrt{1{,}16} < \frac{13}{12}$$

3. A l'aide du tableau, donner l'encadrement le plus précis du nombre $\sqrt{2{,}5}$.

Exercice 4535

Sans justification, répondre aux questions suivantes :

1. Résoudre l'inéquation : $\sqrt{x}>4$

2. Résoudre l'inéquation : $\sqrt{x}<9$

Exercice 4537

Soit f la fonction dont l'image d'un nombre x est définie par la relation :
$$f(x)=-2\sqrt{x+1}+3$$

1. Justifier que l'ensemble de définition de la fonction f est : $\mathcal{D}_f=\big[-1\,;+\infty\big[$

2. Etablir que la fonction f est décroissante sur son ensemble définition.

6. Fonction cube :

Exercice 4536

Sans justification, répondre aux questions suivantes :

1. Résoudre l'inéquation : $x^3>8$

2. Résoudre l'inéquation : $x^3\leqslant 27$

Exercice 4545

On considère la fonction f définie par la relation :
$$f(x) = 2(5-x)^3+1$$

Etablir que la fonction f est décroissante sur $\mathbb{R}$.

Exercice 4538

Soit f la fonction définie par la relation : $f(x)=-x^3+2$

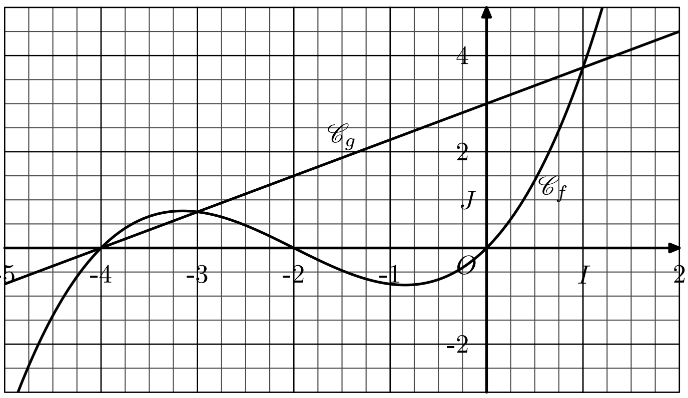
1. Résoudre l'équation : $f(x)=10$

2. Etablir que la fonction f est décroissante sur $\mathbb{R}$

7. Résolution graphique :

Exercice 4539

On considère les deux fonctions f et g définies sur $\mathbb{R}$ dont leurs présentations, $\mathscr{C}_f$ et $\mathscr{C}_g$, sont données dans le repère orthogonal $\big(O\,;I\,;J\big)$ ci-dessous :



1. Grahiquement, déterminer l'ensemble des solutions de l'équation :
$$f(x) = g(x)$$

2. Graphiquement, déterminer la position relative des courbes $\mathscr{C}_f$ et $\mathscr{C}_g$.

8. Résolution algébrique :

Exercice 4542

Soit f et g deux fonctions définies sur $\big]-\infty\,;3\big]$ par les relations :
$$f(x) = \sqrt{-x+3} \quad ; \quad g(x) = x-1$$

1. a. Résoudre l'équation : $-x+3=(x-1)^2$

   b. Vérifier si les deux solutions trouvées à la question a. sont solutions de l'équation :
$$f(x) = g(x)$$

2. a. Sur $\big]-\infty\,;3\big]$, établir que la fonction f est décroissante .

   b. Justifier que la fonction g est croissante.

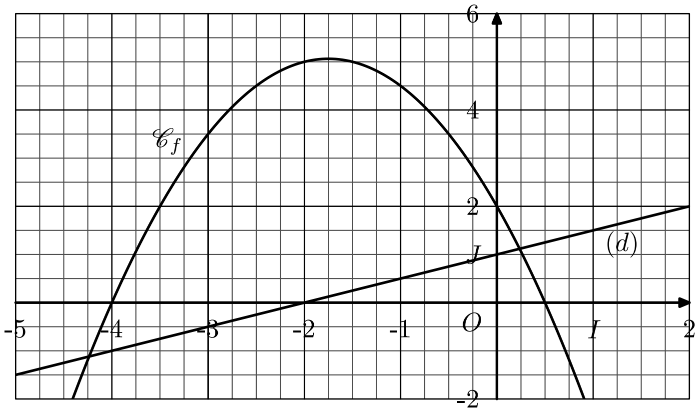
3. En déduire la position relative des courbes $\mathscr{C}_f$ et $\mathscr{C}_g$.

Exercice 4614

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par la relation :

$$f(x) = -x^2 - \frac{7}{2}x + 2$$

Dans le plan munit d'un repère $(O\,;I\,;J)$ orthonormé, est donnée la courbe $\mathscr{C}_f$ représentative de la fonction f.



La droite (d) admet l'équation : $y=\frac{1}{2}\cdot x+1$

1. a. Déterminer les solutions de l'équation : $f(x) = 0$

   b. En déduire les coordonnées des points d'intersection de la courbe $\mathscr{C}_f$ avec l'axe des abscisses.

2. a. Déterminer l'ensemble des solutions : $f(x) = g(x)$

   b. En déduire les positions relatives des courbes $\mathscr{C}_f$ et $\mathscr{C}_g$

Exercice 4541

On considère les deux fonctions f et g définies sur $\mathbb{R}$ par les relations :

$$f(x) = 2x^3 - 10x^2 + 6x + 12 \quad ; \quad g(x) = 2x - 4$$

On considère $\mathscr{C}_f$ et $\mathscr{C}_g$ les courbes représentatives des fonctions f et g.

1. Montrer que 2 est solution de l'équation : $f(x)=g(x)$.

2. a. Déterminer la valeur des réels a, b, c vérifiant : $f(x) - g(x) = (x-2)(a\cdot x^2 + b\cdot x + c)$

   b. En déduire la forme factorisée de l'expression : $f(x) - g(x)$.

3. a. Dresser le tableau de signe de la différence : $f(x) - g(x)$

   b. En déduire la position relative des courbes $\mathscr{C}_f$ et $\mathscr{C}_g$ sur $\mathbb{R}$.

