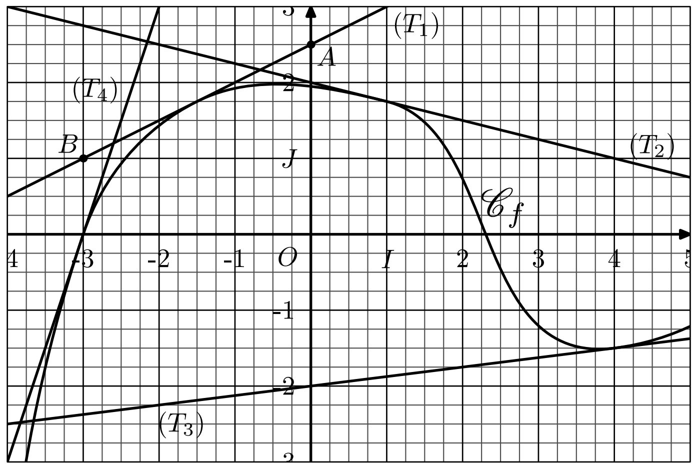
# Première ES/Dérivées

## 1. Introduction :

### Exercice 4654

Ci-dessous est représentée, dans le repère $(O\,;I\,;J)$, la courbe $\mathscr{C}_f$ et quatre de ses tangentes :




1. La droite $(T_1)$ s'appelle :

   "*La tangente à la courbe $\mathscr{C}_f$ au point d'abscisse $-1{,}5$*"

   Nommez de même les trois autres droites.

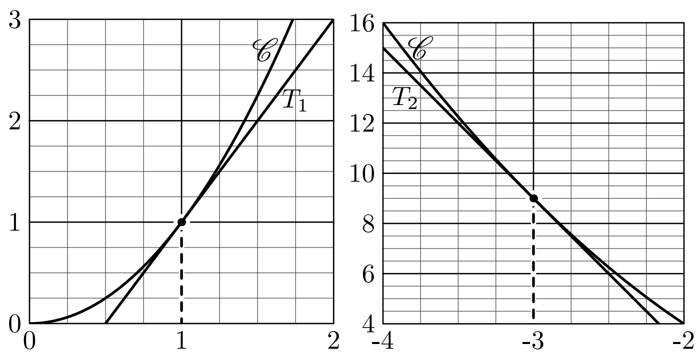
2. a. La tangente $(T_1)$ passe par les points $A(0\,;2{,}5)$ et $B(-3\,;1)$. Déterminer le coefficient directeur des droites $(T_1)$.

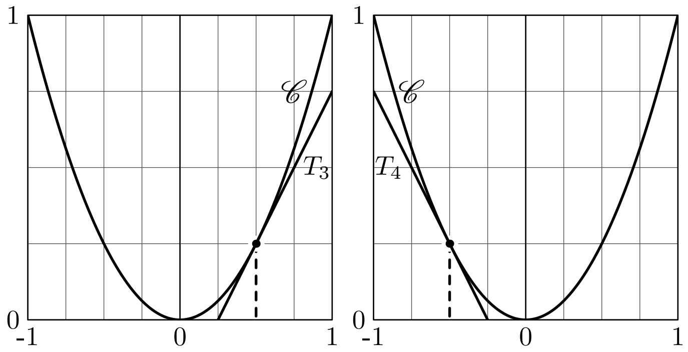
   b. Déterminer les coefficients directeurs des tangentes $(T_2)$, $(T_3)$ et $(T_4)$.

### Exercice 4655

Ci-dessous est représentée, dans des repères orthogonaux, la courbe $\mathscr{C}$ représentative de la fonction carrée.

Dans chacune de ces représentations, une tangente à la courbe $\mathscr{C}$ est tracée :




1. Par lecture graphique, compléter le tableau suivant :

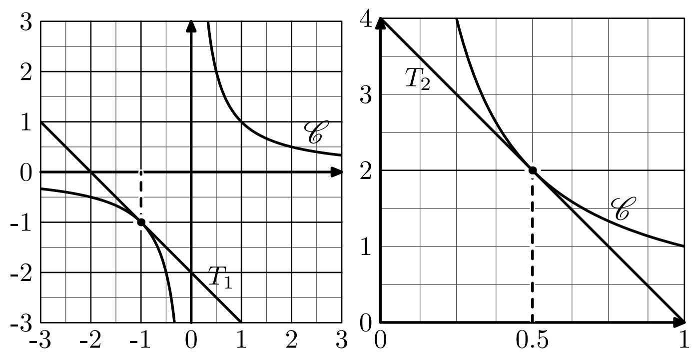
| $x$ | $-3$ | $-\dfrac{1}{2}$ | $0$ | $\dfrac{1}{2}$ | $1$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $f(x)$ | | | | | |
| Coeff. dir. tangente | | | | | |

2. Emettre une conjecture quant à l'expression d'une fonction associant au nombre $x$ réel le coefficient directeur de la tangente au point d'abscisse $x$.

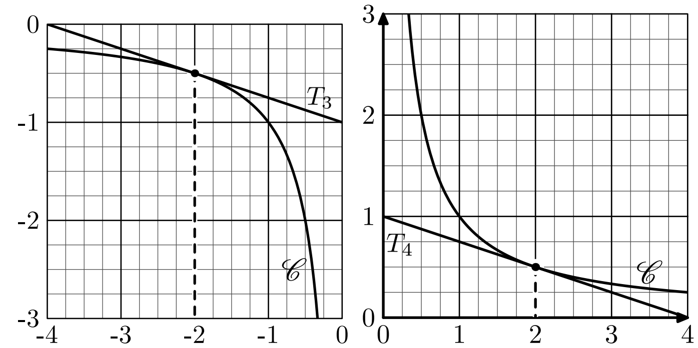
### Exercice 4656

Ci-dessous est représentée, dans des repères orthogonaux, la courbe $\mathscr{C}$ représentative de la fonction inverse.

Dans chacune de ces représentations, une tangente à la courbe $\mathscr{C}$ est tracée :






1. Par lecture graphique, compléter le tableau suivant :

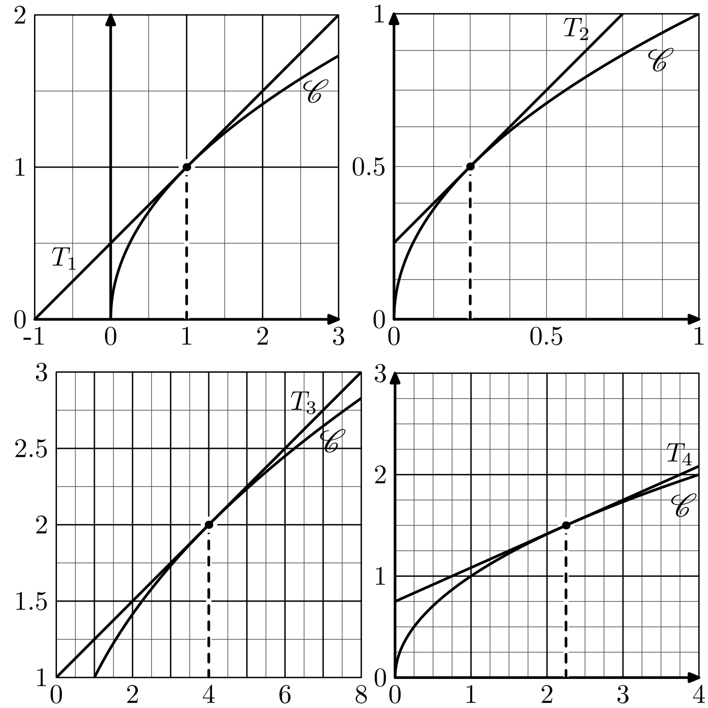
| $x$ | $-2$ | $-1$ | $\frac{1}{2}$ | $2$ |
|---|---|---|---|---|
| $f(x)$ | | | | |
| Coeff. dir. tangente | | | | |

2. Emettre une conjecture quant à l'expression d'une fonction associant au nombre $x$ réel le coefficient directeur de la tangente au point d'abscisse $x$.

### Exercice 4657

Ci-dessous est représentée, dans des repères orthogonaux, la courbe $\mathscr{C}$ représentative de la fonction racine carrée.

Dans chacune de ces représentations, une tangente à la courbe $\mathscr{C}$ est tracée :




1. Par lecture graphique, compléter le tableau suivant :

| $x$ | $\frac{1}{4}$ | $1$ | $\frac{9}{4}$ | $4$ |
|---|---|---|---|---|
| $f(x)$ | | | | |
| Coeff. dir. tangente | | | | |

2. Emettre une conjecture quant à l'expression d'une fonction associant au nombre $x$ réel le coefficient directeur de la tangente au point d'abscisse $x$.

## 2. Dérivées de polynômes :

### Exercice 4667

Donner les dérivées des fonctions polynomiales suivantes :

1. $f : x \longmapsto -3x+2$
2. $g : x \longmapsto 4x^2-4$
3. $h : x \longmapsto 2x^2+3x$
4. $j : x \longmapsto 5x^3-2x^2$
5. $k : x \longmapsto -2x^2+2x$
6. $\ell : x \longmapsto (3x+11)(4-x)$

### Exercice 4668

Donner les dérivées des fonctions polynomiales suivantes :

1. $f : x \longmapsto 3x+2$
2. $g : x \longmapsto x^2+4$
3. $h : x \longmapsto x^2+x$
4. $j : x \longmapsto x^3+2x^2$
5. $k : x \longmapsto 3x^2-2x$
6. $\ell : x \longmapsto (x+1)(2x-4)$

### Exercice 4683

On considère la fonction $f$ définie sur $\mathbb{R}$ par la relation :

$$f(x) = -\frac{2}{3}\cdot x^3 - 3\cdot x^2 + x + 10$$

Dans un repère $(O\,;I\,;J)$, on note $\mathscr{C}_f$ la courbe représentative de la fonction $f$.

1. a. Déterminer l'expression de la fonction dérivée $f'$ de la fonction $f$.

   b. Donner la valeur de $f'(-3)$.

2. a. Donner les coordonnées du point $A$ de $\mathscr{C}_f$ ayant pour abscisse $-3$.

   b. Déterminer l'expression de la fonction affine $g$ passant par le point de coordonnées $(-3\,;-2)$ et ayant 1 pour coefficient directeur.

3. A l'aide de la calculatrice, effectuer le tracé des courbes de ces deux fonctions. Que remarque-t-on ?

### Exercice 4682

On considère la fonction $f$ définie sur $\mathbb{R}$ par la relation :

$$f(x) = \frac{1}{2}\cdot x^3 - \frac{3}{2}\cdot x^2 + x + 1$$

Dans un repère $(O\,;I\,;J)$, on note $\mathscr{C}_f$ la courbe représentative de la fonction $f$.

1. a. Déterminer l'expression de la fonction dérivée $f'$ de la fonction $f$.

   b. Donner la valeur de $f'(2)$.

2. a. Donner les coordonnées du point $A$ de $\mathscr{C}_f$ ayant pour abscisse 2.

b. Déterminer l'expression de la fonction affine $g$ passant par le point $A$ et ayant 1 pour coefficient directeur.

3. A l'aide de la calculatrice, effectuer le tracé des courbes de ces deux fonctions. Que remarque-t-on ?

## 3. Dérivées des fonctions de références :

### Exercice 4685

Déterminer l'expression des fonctions dérivées de chacune des fonctions ci-dessous :

1. $f : x \longmapsto x + \dfrac{1}{x}$
2. $g : x \longmapsto \dfrac{2}{3}{\cdot}x^3 - \sqrt{x}$
3. $h : x \longmapsto 3\sqrt{x} - 2x^4$
4. $j : x \longmapsto \dfrac{3}{x} - \dfrac{1}{x}$

## 4. Dérivées d'un produit :

### Exercice 4686

1. Compléter le tableau suivant :

| $u$ | $v$ | $u'$ | $v'$ |
|---|---|---|---|
| $3x^2-2$ | $8-x$ | | |
| $3+\sqrt{x}$ | $x^2-1$ | | |
| $5x+\dfrac{2}{x}$ | $3-2x^3$ | | |
| $\sqrt{x}$ | $\dfrac{1}{x}$ | | |

2. Pour chacune des fonctions ci-dessous, déterminer l'expression de sa fonction dérivée :

   a. $f : x \longmapsto (3x^2-2)(8-x)$

   b. $g : x \longmapsto (3+\sqrt{x})(x^2-1)$

   c. $h : x \longmapsto \left(5x+\dfrac{2}{x}\right)(3-2x^3)$

   d. $j : x \longmapsto \dfrac{\sqrt{x}}{x}$

### Exercice 4689

Déterminer, pour chaque fonction, l'expression de sa fonction dérivée :

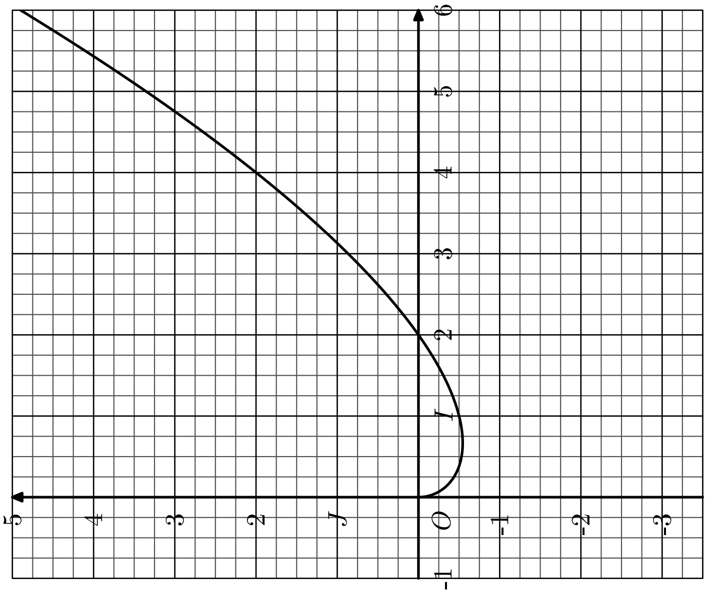
1. $f : x \longmapsto (x^2-3x+1)(1-2x)$
2. $g : x \longmapsto (-x^3+2x+3){\cdot}(x^2+1)$
3. $h : x \longmapsto (x-2){\cdot}\sqrt{x}$
4. $j : x \longmapsto x{\cdot}(x+\sqrt{x})$

### Exercice 4692

On considère la fonction $f$ définie sur $\mathbb{R}_+$ par la relation :

$$f(x) = \sqrt{x}{\cdot}\left(\frac{1}{2}x - 1\right)$$

Dans le repère $(O\,;I\,;J)$ orthonormé ci-dessous est donnée la courbe $\mathscr{C}_f$ représentative de la fonction $f$ :



1. On note $f'$ la fonction dérivée de la fonction $f$. Etablir l'égalité suivante :

$$f'(x) = \frac{3x-2}{4{\cdot}\sqrt{x}}$$

2. a. Donner les coordonnées du point de $\mathscr{C}_f$ ayant 4 pour abscisse.

   b. Donner la valeur du nombre dérivée de la fonction $f$ en 4.

   c. Déterminer l'équation de la tangente $(T)$ à la courbe $\mathscr{C}_f$ au point d'abscisse 4.

   d. Tracer la tangente $(T)$.

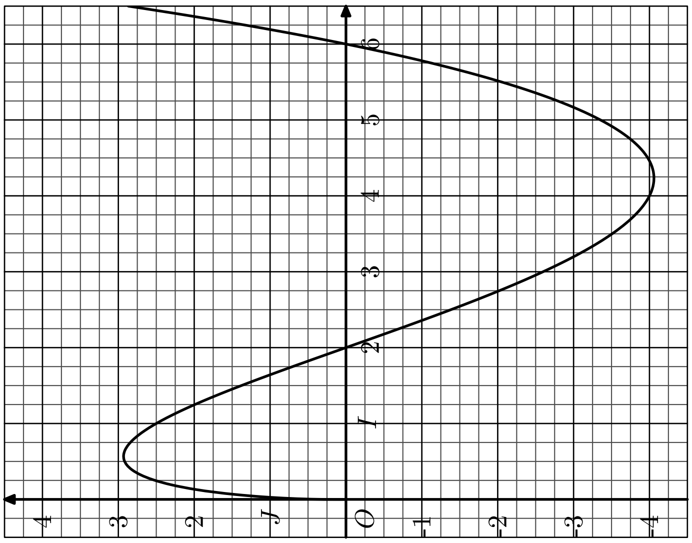
### Exercice 4715

On considère la fonction $f$ définie par la relation est :

$$f(x) = \sqrt{x}{\cdot}\left(\frac{1}{2}{\cdot}x^2 - 4x + 6\right)$$

Dans le plan muni d'un repère orthonormal $(O\,;I\,;J)$, on note $\mathscr{C}_f$ la courbe représentative de la fonction $f$ :




1. a. Effectuer le tracé de la droite $(d)$ dont l'équation est :
$$y = -\frac{1}{2}\cdot x - 2$$

b. Effectuer le tracé de la droite $(\Delta)$ dont l'équation est :
$$y = -\frac{7}{4}\cdot x + \frac{17}{4}$$

2. a. Déterminer l'expression de la fonction dérivée de la fonction $f$.

b. Donner les valeurs des nombres dérivées de la fonction $f$ en 1 et 4.

## 5. Dérivées d'un quotient :

### Exercice 4688

1. Compléter le tableau suivant :

| $u$ | $v$ | $u'$ | $v'$ |
|---|---|---|---|
| $5x+2$ | $3x-2$ | | |
| $x^2-3$ | $x+1$ | | |
| $x^2+x+1$ | $2x^2-1$ | | |
| $4$ | $x^2-2x+3$ | | |

2. Pour chacune des fonctions ci-dessous, déterminer l'expression de sa fonction dérivée :

a. $f : x \longmapsto \dfrac{5x+2}{3x-2}$

b. $g : x \longmapsto \dfrac{x^2-3}{x+1}$

c. $h : x \longmapsto \dfrac{x^2+x+1}{2x^2-1}$

d. $j : x \longmapsto \dfrac{4}{x^2-2x+3}$

### Exercice 4687

Le tableau ci-dessous vous présente, pour chaque ligne, l'expression de l'image de $x$ par une fonction et l'expression du nombre dérivé en $x$ de cette fonction. Vérifier l'exactitude de l'expression du nombre dérivée en $x$ :

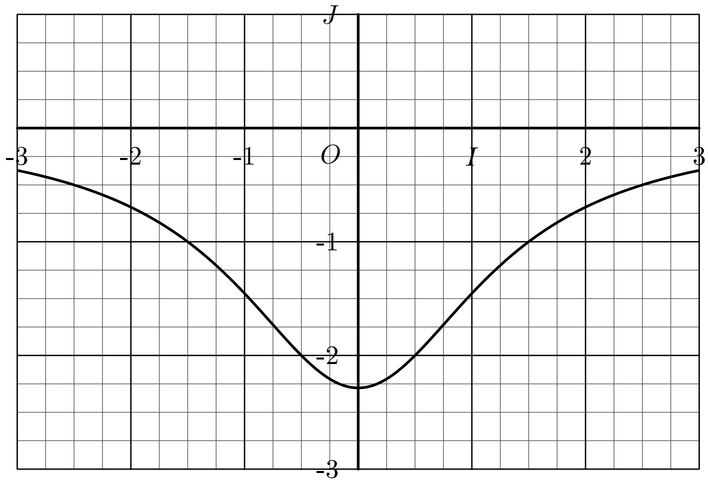
| Fonction | Image de $x$ | Nombre dérivé en $x$ |
|---|---|---|
| $f$ | $x^3-5x^2+x-3$ | $3x^2-10x+1$ |
| $g$ | $\dfrac{2x-1}{x^2+x}$ | $-\dfrac{2x^2-2x-1}{x^2(x+1)^2}$ |
| $h$ | $(x^2-3)\sqrt{x}$ | $\dfrac{5x^2-3}{2\sqrt{x}}$ |
| $j$ | $\dfrac{3x-2}{2-x}$ | $\dfrac{4}{(x-2)^2}$ |

### Exercice 4699

On considère la fonction $f$ définie sur $\mathbb{R}$ dont l'image de $x$ est définie par la relation :
$$f(x) = -\frac{4}{x^2+\frac{7}{4}}$$

1. Déterminer l'équation de la tangente à $\mathscr{C}_f$ au point d'abscisse $-\dfrac{1}{2}$.

2. Le repère orthonormé $(O\,;I\,;J)$ ci-dessous représente la courbe représentative $\mathscr{C}_f$ de la fonction $f$. Tracer la représentation graphique de $(T)$.

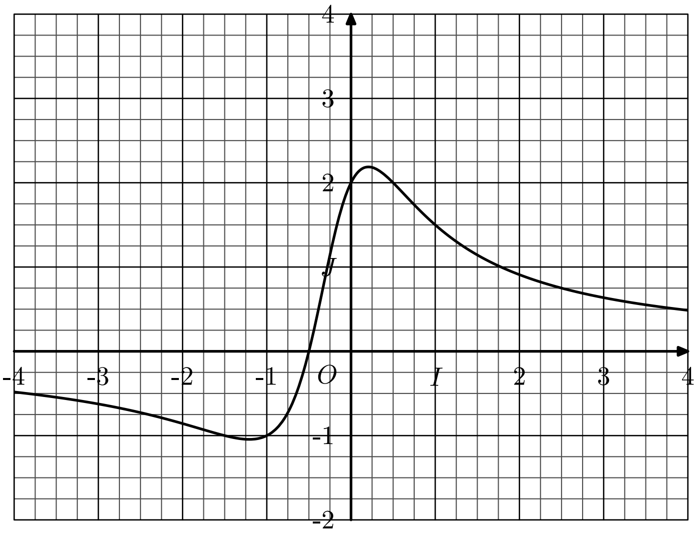



### Exercice 4717

On considère la fonction $f$ définie par la relation est :

$$f(x) = \frac{4x+2}{2x^2+x+1}$$

Dans le plan muni d'un repère orthonormal $\big(O\,;I\,;J\big)$, on note $\mathscr{C}_f$ la courbe représentative de la fonction $f$ :




1. a. Effectuer le tracé de la droite $(d_1)$ dont l'équation est :
$y = \frac{1}{2}{\cdot}x - \frac{1}{2}$

   b. Effectuer le tracé de la droite $(d_2)$ dont l'équation est :
$y = 2x + 2$

   c. Effectuer le tracé de la droite $(d_3)$ dont l'équation est :
$y = -x + \frac{5}{2}$

2. a. Déterminer l'expression de la fonction dérivée de la fonction $f$.

   b. Donner les valeurs des nombres dérivées de la fonction $f$ en $-1$, $0$ et $\frac{1}{2}$.

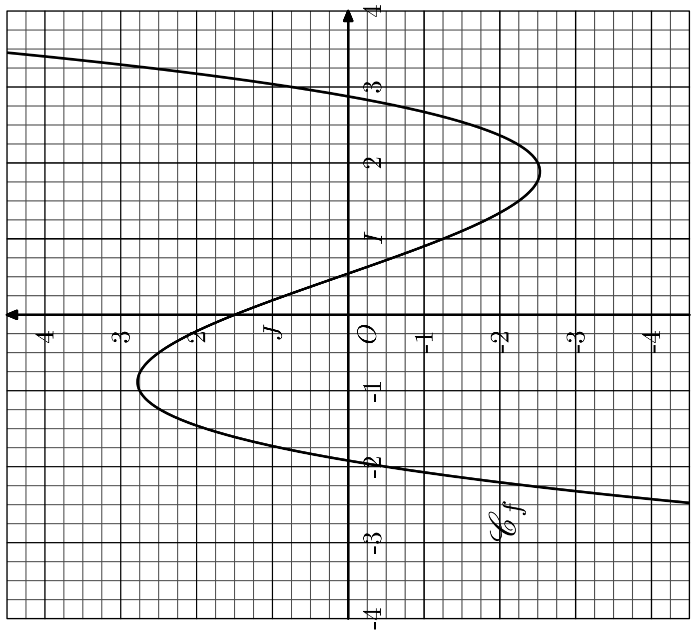
## 6. Autour des tangents :

### Exercice 4706

On considère la fonction $f$ définie sur $\mathbb{R}$ par la relation :

$$f(x) = \frac{1}{2}{\cdot}x^3 - \frac{3}{4}{\cdot}x^2 - \frac{5}{2}{\cdot}x + \frac{3}{2}$$

Dans le plan muni d'un repère $\big(O\,;I\,;J\big)$, on donne la courbe $\mathscr{C}_f$ représentative de la fonction $f$ :




1. Déterminer l'expression de la fonction $f'$ dérivée de la fonction $f$.

2. On considère la fonction affine $g$ définie par :
$g(x) = \frac{1}{2}{\cdot}x + \frac{13}{4}$

   a. Tracer la droite $(d)$ représentative de la fonction $g$.

   b. Déterminer le nombre dérivée de la fonction $f$ en $-1$

   c. Démontrer que la droite $(d)$ est la tangente à la courbe $\mathscr{C}_f$ au point d'abscisse $-1$.

3. a. Résoudre l'équation : $f'(x) = \frac{1}{2}$

   b. En déduire l'équation d'une droite $(\Delta)$ parallèle à $(d)$ et tangente à la courbe $\mathscr{C}_f$ en un autre point.

### Exercice 4707

On considère la fonction définie par la relation :

$$f(x) = x^2 - 6x + 5$$

Dans le plan muni d'un repère orthonormal, on note $\mathscr{C}_f$ la courbe représentative de la fonction $f$.

On note $(d)$ et $(\Delta)$ les deux tangentes à la courbe $\mathscr{C}_f$ respectivement aux points d'abscisses 2 et 5.

1. Déterminer l'expression de la fonction $f'$ dérivée de la fonction $f$.

2. Déterminer l'équation de la tangente $(d)$.

3. Déterminer l'équation de la tangente $(\Delta)$.

4. Déterminer les coordonnées du point d'intersection des droites $(d)$ et $(\Delta)$.

### Exercice 4719

On munit le plan d'un repère $\big(O\,;I\,;J\big)$.

1. On considère la fonction $f$ définie par :
$f(x) = 2x^2 - 5x + 4$
On note $\mathscr{C}_f$ sa courbe représentative dans le plan.

   a. Déterminer l'équation de la tangente à la courbe $\mathscr{C}_f$ au point d'abscisse $\frac{1}{2}$.

   b. Vérifier vos résultats à l'aide de la calculatrice

2. On considère la fonction $g$ définie par :
$g(x) = \sqrt{x}{\cdot}(x-1)$

On note $\mathscr{C}_g$ sa courbe représentative dans le plan.

a. Déterminer l'équation de la tangente à la courbe $\mathscr{C}_g$ au point d'abscisse $\dfrac{1}{4}$.

b. Vérifier vos résultats à l'aide de la calculatrice

3. On considère la fonction $h$ définie par :

$$h(x) = \frac{3x^2 - x + 2}{x + 1}$$

On note $\mathscr{C}_h$ sa courbe représentative dans le plan.

a. Déterminer l'équation de la tangente à la courbe $\mathscr{C}_h$ au point d'abscisse 2.

b. Vérifier vos résultats à l'aide de la calculatrice

### Exercice 4729

On considère la fonction $f$ dont l'image d'un nombre réel $x$ est donnée par :

$$f(x) = -x^4 + 2x^3 + 3x^2 - 5x - 3$$

Dans un repère $(O ; I ; J)$, on note $\mathscr{C}_f$ la courbe représentative de la fonction $f$ et $(d)$ la droite d'équation :

$$y = -x + 1$$

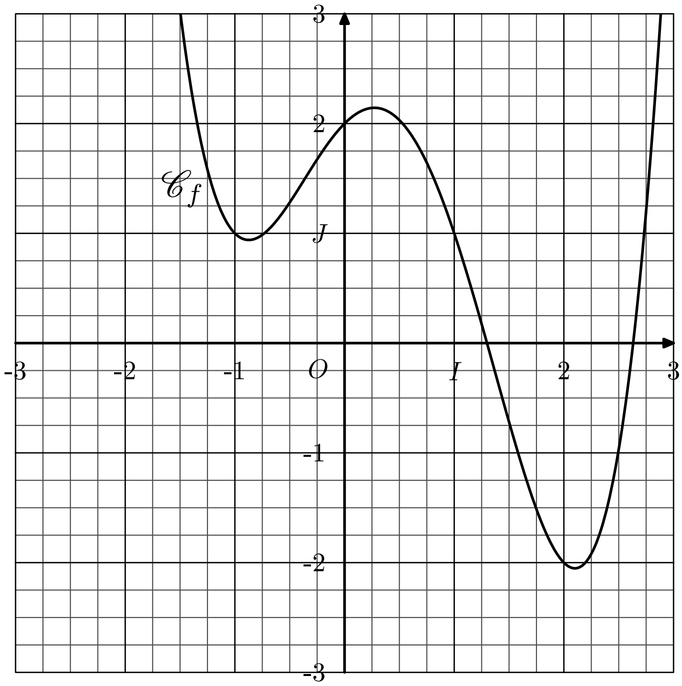
Démontrer que la droite $(d)$ est tangente à la courbe $\mathscr{C}$ dont on précisera en deux points dont on précisera les coordonnées *(on pourra conjecturer l'abscisse de ces points à l'aide de la calculatrice)*.

### Exercice 4731

On considère la fonction $f$ définie par la relation :

$$f(x) = \frac{1}{2}\cdot x^4 - x^3 - \frac{3}{2}\cdot x^2 + x + 2$$

On munit le plan d'un repère $(O ; I ; J)$ orthonormal dans lequel est représenté la courbe $\mathscr{C}_f$ représentative de la fonction $f$ :




1. a. Tracer la droite $(d)$ d'équation $y = -x$.

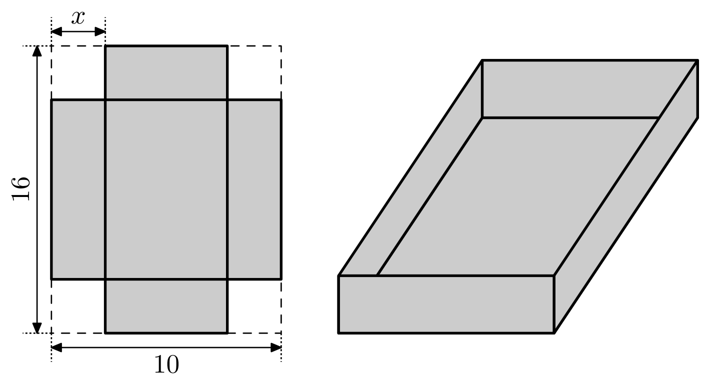
   b. Emettre une conjecture quant à la position relative de $(d)$ par rapport à $\mathscr{C}_f$.

2. Etablir vos conjectures de la question 1. b..

## 7. Problèmes :

### Exercice 4632

On souhaite construire une boîte de forme parallélépipèdique à partir d'une feuille cartonnée de dimmension $20\,cm$ sur $16\,cm$.




Pour cela, on coupe quatre carrés dans les coins de cette feuille dont les côtés mesurent $x\,cm$.

Déterminer la valeur de $x$ pour laquelle le volume de la boîte est maximale.