

Troisième / Autres

1. Les triplets pythagoriciens :

Exercice 1959

Etude du triplet $(m^2 - n^2; 2mn; m^2 + n^2)$:

1. Montrer que, pour n et n entier positif, le triplet suivant est un triplet pythagoricien :
 $(m^2 - n^2; 2mn; m^2 + n^2)$

Etude d'un cas particulier :

2. a. Vérifier que ce triplet est pythagoricien.

Par indentification avec le triplet général, on doit avoir les deux entiers m et n qui vérifie simultanément les trois lignes (le système suivant) :

$$\begin{cases} m^2 - n^2 = 15 \\ 2mn = 8 \\ m^2 + n^2 = 17 \end{cases}$$

- b. Résoudre ce système : c'est à dire trouver les (uniques) valeurs de m et n vérifiant ces trois lignes.

Généralisation à l'ensemble les triplets pythagoriciens :

3. Pour tout triplet pythagoricien $(a; b; c)$, on admet que les fractions $\frac{c+a}{2}$ et $\frac{c-a}{2}$ sont des carrés parfaits. Posons :
 $m^2 = \frac{c+a}{2}$; $n^2 = \frac{c-a}{2}$

Montrer que m et n ainsi choisis satisfont à la question.

(pour la vérification de b on se contentera de montrer que $b^2 = 4m^2n^2$)

Exercice 1960

Etude du triplet $(2mn; m^2 - n^2; m^2 + n^2)$:

1. Nous allons établir que pour tout entier positif m et n , le nombre $(2mn; m^2 - n^2; m^2 + n^2)$ est un triplet pythagoricien :

- a. Développer et réduire : $(m^2 - n^2)(m^2 - n^2)$

- b. Etablir l'égalité suivante :

$$(2mn)^2 + (m^2 - n^2)^2 = (m^2 + n^2)^2$$

Etude d'un cas particulier :

2. Etude du triplet $(16; 30; 34)$

- a. Vérifier que ce triplet est de Pythagore.

Par indentification avec le triplet général, on doit avoir les deux entiers m et n qui vérifie simultanément les trois lignes (le système suivant) :

$$\begin{cases} m^2 - n^2 = 16 \\ 2mn = 30 \\ m^2 + n^2 = 34 \end{cases}$$

- b. Résoudre ce système.

Généralisation à l'ensemble les triplets pythagoriciens :

3. Pour tout triplet pythagoricien $(a; b; c)$, on admet que les fractions $\frac{c+a}{2}$ et $\frac{c-a}{2}$ sont des carrés parfaits. Posons :

$$m^2 = \frac{c+a}{2} ; n^2 = \frac{c-a}{2}$$

- a. Etablir les égalités suivantes :

$$a = m^2 - n^2 ; c = m^2 + n^2$$

- b. Développer et réduire le produit suivant :
 $(c+a)(c-a)$

- c. Montrer que : $b^2 = 4m^2n^2$

Vous venez de montrer que : $b = 2mn$

Exercice 1961

Etude du triplet $(2mn; m^2 - n^2; m^2 + n^2)$:

1. Nous allons établir que pour tout entier positif m et n , le nombre $(2mn; m^2 - n^2; m^2 + n^2)$ est un triplet pythagoricien :

- a. Développer et réduire pour obtenir l'égalité suivante :
 $(m^2 + n^2)(m^2 + n^2) = m^4 + 2m^2n^2 + n^4$

- b. Développer et réduire : $(m^2 - n^2)(m^2 - n^2)$

- c. Simplifier l'écriture de $(2mn)^2$

- d. Etablir l'égalité suivante :

$$(2mn)^2 + (m^2 - n^2)^2 = (m^2 + n^2)^2$$

Etude d'un cas particulier :

2. Etude du triplet $(16; 30; 34)$

- a. Vérifier que ce triplet est de Pythagore.

Par indentification avec le triplet général, on doit avoir les deux entiers m et n qui vérifie simultanément les trois lignes (le système suivant) :

$$\begin{cases} m^2 - n^2 = 16 \\ 2m \cdot n = 30 \\ m^2 + n^2 = 34 \end{cases}$$

- b. En se concentrant sur la ligne $2m \cdot n = 30$, déterminer la valeur des entiers m et n .

Généralisation à l'ensemble les triplets pythagoriciens

ciens :

3. Pour tout triplet pythagoricien $(a; b; c)$, on admet que les fractions $\frac{c+a}{2}$ et $\frac{c-a}{2}$ sont des carrés parfaits. Posons :
- $$m^2 = \frac{c+a}{2} ; n^2 = \frac{c-a}{2}$$
- a. Etablir les égalités suivantes :
- $$a = m^2 - n^2 ; c = m^2 + n^2$$

- b. Développer et réduire le produit suivant : $(c+a)(c-a)$
- c. En utilisant le fait que $(a; b; c)$ est un triplet pythagoricien, montrer que :
- $$b^2 = 4m^2n^2$$
- Vous venez de montrer que : $b = 2mn$

3. Décomposition en facteurs premiers :

Exercice 636

1. Ecrire les nombres suivants sous forme d'une fraction irréductible :

$$A = \left(1 - \frac{7}{12}\right) \times \frac{4}{5} ; B = \frac{42}{7} \div \frac{12}{35}$$

2. Simplifier la fraction suivante de manière à la rendre irréductible :

$$C = \frac{3^8 \times 5^8 \times 7^3}{15^8 \times 14^2}$$

Exercice 3527

Ecrire les nombres suivants sous la forme $2^n \times 3^m \times 5^k$ où les nombres n, m, k des entiers relatifs.

a. $18 \times 15^2 \times 12^4$

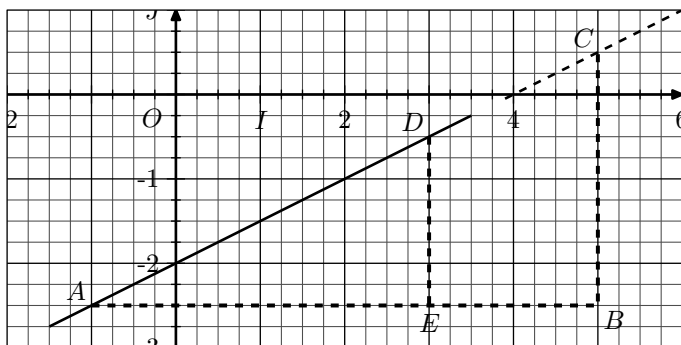
b. $\frac{6^{10} \times 5^3 \times 10^2}{15^7 \times 2^3}$

c. $\frac{(-3)^3 \times 15^2 \times (-4)^3}{16^2 \times (-9)^2}$

6. Droites et fonctions affines :

Exercice 2610

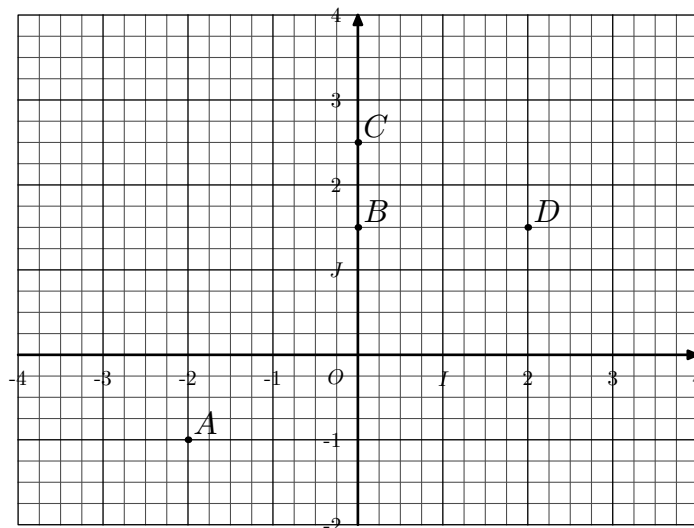
On considère le plan muni d'un repère orthonormé $(O; I; J)$ et d'une droite représentée ci-dessous :



1. Déterminer les coordonnées des points : $A ; B ; C ; D ; E$
2. a. Sans justification, donner la nature des triangles ADE et ABC .
- b. Dans ces deux triangles, déterminer les valeurs trigonométriques suivantes :
- $$\tan \widehat{DAE} ; \tan \widehat{CAB}$$
- c. Que peut-on dire des points A, B, C ?
3. A l'aide des coordonnées des points, déterminer la valeur des deux quotients suivantes :
- $$\frac{y_A - y_C}{x_A - x_C} ; \frac{y_A - y_D}{x_A - x_D}$$
4. Vérifier que les coordonnées des points A, D, C vérifient l'égalité suivante :
- $$y = 0,5x - 2$$

Exercice 965

Dans le repère $(O; I; J)$ orthonormal, on considère les points A, B, C, D représentés ci-dessous :



1. Donner les coordonnées des points A, B, C et D .
2. a. Tracer la droite (AB) . Déterminer la valeur de l'ordonnée à l'origine de la droite (AB) .
- b. Placer le point $M(0; -1)$. Déterminer la valeur du rapport trigonométrique :
- $$\tan \widehat{MAB}$$
- c. En déduire l'expression de la fonction affine f qui admet pour représentation la droite (AB) .
3. a. Tracer la droite (CD) . Déterminer la valeur de l'ordonnée à l'origine de la droite (CD) .
- b. Placer le point $N(2; 2,5)$. Déterminer la valeur du rapport trigonométrique :
- $$\tan \widehat{NCD}$$
- c. Soit g la fonction affine qui admet pour représentation la droite (CD) . Laquelle des deux expressions suivantes est celle de la fonction g ?
- $$g(x) = 0,5x + 2,5 ; g(x) = -0,5x + 2,5$$

7. rotation ⚠ :

Exercice 868

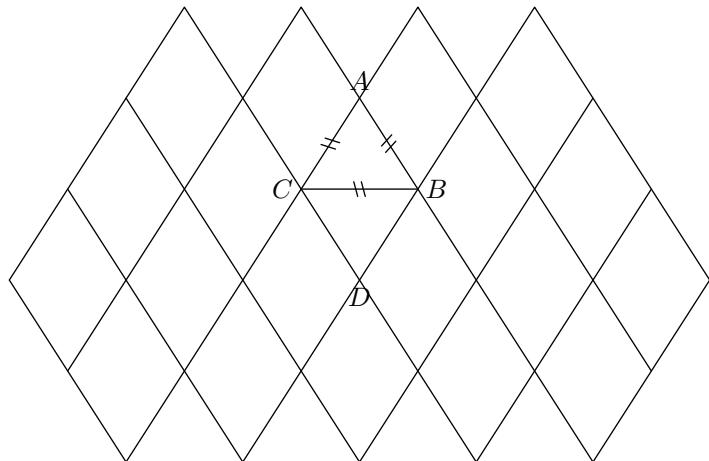


Un pavage est constitué de losanges tous identiques au losange $ABCD$ comme la figure codée ci-après.

On appelle R la rotation de centre D qui transforme B en A .

On appelle t la translation de vecteur $2\overrightarrow{BC}$.

On appelle S_B la symétrie de centre B .



1. Quel est l'angle de la rotation R ? Justifier la réponse.
2. Sur la figure, tracer, en couleur, L'image L_1 du losange $ABCD$ par R
3. Sur la figure, tracer, en couleur, L'image L_2 du losange $ABCD$ par t
4. Sur la figure, tracer, en couleur, L'image L_3 du losange $ABCD$ par S_B

Exercice 861



1. Tracer un cercle \mathcal{C} de centre O et de rayon 6 cm. Tracer, à la règle non-graduée et au compas, un hexagone régulier $ABCDEF$ inscrit dans ce cercle.
2. Noter I le milieu du segment $[AB]$. Calculer la longueur AI . Justifier. (arrondir au millimètre)

8. Exercices non-classés :

Exercice 1954



1. Montrons que le triplet $(2mn; m^2 - n^2; m^2 + n^2)$ est un triplet pythagoricien :
 - a. Développer et réduire : $(m^2 - n^2)(m^2 - n^2)$
 - b. Développer et réduire : $(m^2 + n^2)(m^2 + n^2)$
 - c. Simplifier l'écriture de $(2mn)^2$
 - d. Etablir l'égalité suivante : $(2mn)^2 + (m^2 - n^2)^2 = (m^2 + n^2)^2$

Maintenant nous allons montrer que tout triplet pythagoricien peut s'écrire sous la forme $(2mn; m^2 - n^2; m^2 + n^2)$.

2. Etude du triplet $(16; 30; 34)$

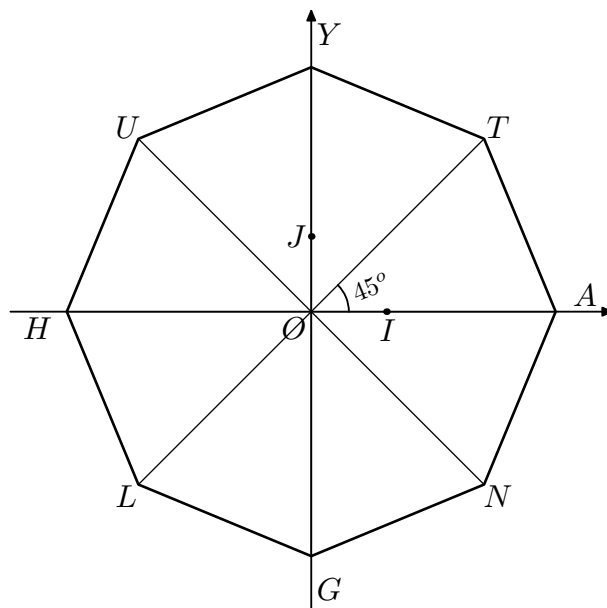
Donner la longueur des côtés de ce polygone.

3. Que pouvez-vous dire de l'image de $ABCDEF$ par une rotation de centre O et d'angle 60° , 180° , 780° dans le sens des aiguilles d'une montre ou dans le sens contraire ? Pour quelles angles, le polygone $ABCDEF$ est-il invariant ?
4. Expliquer pourquoi le triangle ACE est un triangle équilatéral.

Exercice 3953



Dans le repère $(O; I; J)$ ci-dessous, on sait que $HUYTANGL$ est un octogone régulier.



1. Quel est le symétrique de T par la symétrie centrale de centre O ?
2. Quel est le symétrique de T par rapport à l'axe des ordonnées ?
3. Quelle est l'image de T par la rotation de centre O et d'angle 135° dans le sens des aiguilles d'une montre.

- a. Vérifier que ce triplet est de Pythagore.

Par identification avec le triplet général, on doit avoir m et n qui vérifie simultanément les trois lignes (le système suivant) :

$$\begin{cases} m^2 - n^2 = 16 \\ 2mn = 30 \\ m^2 + n^2 = 34 \end{cases}$$

- a. Résoudre le système précédent.
2. Pour un triplet pythagoricien $(a; b; c)$, posons :

$$m^2 = \frac{c+a}{2} ; n^2 = \frac{c-a}{2}$$

- a. Etablir les égalités suivantes :

$$a = m^2 - n^2 ; b = 2mn ; c = m^2 + n^2$$

Exercice 2483



Un club de sport propose à ses clients trois types de tarif :

- Tarif 1 : le paiement de 1 000 F pour chaque séance.
- Tarif 2 : le paiement d'une carte mensuelle de 4 000 F auquel s'ajoute 500 F par séance suivie.
- Tarif 3 : un abonnement mensuel de 11 500 F

1. Monsieur Bob Iscotto prévoit de participer à 10 séances par mois.
Calculer sa dépense avec chacun des tarifs.

2. Monsieur Ray Gimesseq ne sait pas combien de séances il suivra dans le mois. On appelle x le nombre de séances suivies dans le mois.

- Exprimer en fonction de x , les prix p_1, p_2, p_3 à payer dans chacun des cas.
- Tracer sur papier millimétré, dans un repère orthogonal, les représentations graphiques des fonctions t_1 et t_2 telles que :

$$t_1(x) = 1000x \quad ; \quad t_2(x) = 500x + 4000.$$

On prendra 1 cm pour 2 séances en abscisses et 1 cm pour 1 000 F en ordonnée.

- Résoudre le système :
$$\begin{cases} y = 1000x \\ y = 500x + 4000 \end{cases}$$
 - Recopier et compléter la phrase suivante :
Graphiquement, la solution de ce système correspond à l'endroit où...
 - A partir de combien de séances, le tarif 3 est-il plus avantageux que le tarif 2 ?

- Recopier et compléter les phrases suivantes :
 - De zéro à ... séances, M. Ray Gimesseq devrait choisir le tarif ...
 - De ... à ... séances, M. Ray Gimesseq devrait choisir le tarif ...
 - A partir de ... séances, M. Ray Gimesseq devrait choisir le tarif ...

M. Ray Gimesseq vous remercie pour vos conseils !

Note : En Nouvelle-Calédonie, on utilise le franc pacifique. Pour information 100 francs pacifique valent environ 0,838 euro.

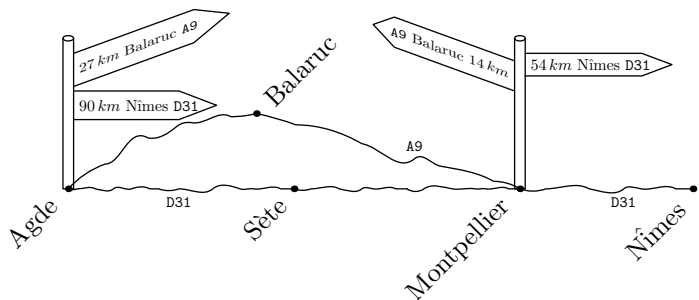
Exercice 6337



Mariam souhaite se déplacer d'Agde à Nîmes.

Sur internet, elle arrive 'a récupérer les informations suivantes :

Information 1



Information 2

Voici un tableau récapitulatif des vitesses limites en France :

	Conditions normales de circulation	Par temps de pluie ou autres précipitations	Visibilité inférieure à 50 m
Autoroute	130 km/h	110 km/h	50 km/h
Voie rapide	110 km/h	100 km/h	50 km/h
Autres routes	90 km/h	80 km/h	50 km/h
Agglomération	50 km/h	50 km/h	50 km/h

Information 3

Voici quelques caractéristiques sur la consommation d'essence de la voiture de Mariam

Vitesse (en km/h)	30	40	50	60	70	80	90	100	110	120	130
Consommation (en l)	7	7,5	8	6	6,5	7	7,5	7,8	8	8,5	9,2

Pour des raisons de sécurité, Mariam roule toujours 10 km/h en dessous de la vitesse maximale autorisée et pour des raisons budgétaire, Mariam choisit toujours le trajet le plus économiques.

Quel trajet Mariam va-t-elle choisir ?

Exercice 2678



- 2 est-il solution de l'inéquation : $3x+12 < 4-2x$? Justifier.
- 2 est-il solution de l'équation : $(x-2)(2x+1)=0$? Justifier.
- 2 est-il solution de l'équation : $x^3+8=0$? Justifier.
- Le couple $(-2; 1)$ est-il solution du système :
$$\begin{cases} 2x + 3y = -1 \\ x + 5y = 3 \end{cases}$$

Exercice 3894



On pourra utiliser les résultats donnés à certaines questions pour continuer le problème.

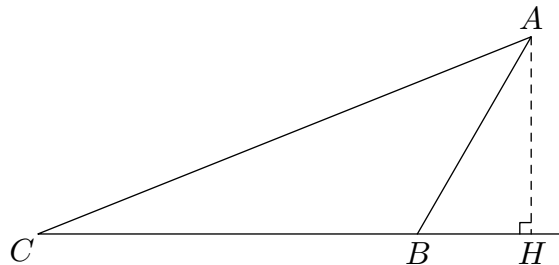
Dans tout l'exercice, l'unité de longueur est le centimètre.

ABC est un triangle tel que :

$$AB = 6 \text{ cm} \quad ; \quad BC = 10 \text{ cm} \quad ; \quad \widehat{ABC} = 120^\circ$$

La hauteur issue de A coupe la droite (BC) au point H.

La figure ci-dessous n'est pas en vraie grandeur



- Tracer la figure en vraie grandeur.
- Calculer la mesure de l'angle \widehat{ABH} . En déduire que : $BH = 3 \text{ cm}$.
 - Prouver que $AH = 3\sqrt{3}$, puis calculer l'aire du triangle ACH (On donnera la valeur exacte)
 - Prouver que : $AC = 14$.
- M est un point du segment [BC] tel que : $CM = 6,5$. La parallèle à (AH) passant par M coupe le segment

[AC] en N.

a. Compléter la figure.

b. Prouver que : $NM = \frac{3\sqrt{3}}{2}$.

c. Pour que cette question, toute trace de recherche, même incomplète, sera prise en compte dans l'évaluation.

Déterminer l'aire du trapèze AHMN. Donner une valeur approchée à l'unité près de cette aire.

Exercice 5186



Les trois parties de ce problème sont indépendantes entre elles

Dans un collège de Caen (Normandie) est organisé un échange avec le Mexique pour les élèves de 3^e qui étudient l'espagnol en seconde langue.

Partie A - l'inscription des élèves

Le tableau ci-dessous permet de déterminer la répartition de la seconde langue étudiée par les 320 élèves de 4^e et de 3^e de ce collège.

Seconde langue étudiée	4 ^e	3 ^e	Total
Espagnol	84		
Allemand		24	
Italien	62	50	
Total	168		320

1. Combien d'élèves peuvent être concernés par cet échange ?

2. 24 élèves vont participer à ce voyage. Est-il vrai que cela représente plus du cinquième des élèves de 3^e ?

Partie B - le financement

Afin de financer cet échange, deux actions sont mises en oeuvre : un repas mexicain et une tombola.

1. Le repas mexicain, où chaque participant paye 15 €. Au menu, on trouve un plat typique du Mexique, le *Chili con carne*.

Recette pour 4 personnes	
50 g de beurre	500 g de boeuf haché
2 gros oignons	65 g de concentré de tomate
2 gousses d'ail	400 g de haricots rouges
30 cl de bouillon de boeuf	

50 personnes participent à ce repas :

a. Donner la quantité de boeuf haché, de haricots rouges,

d'oignons et de concentré de tomates.

b. Les dépenses pour ce repas sont de 261 €, quel est ce bénéfice ?

2. Pour la tombola, 720 tickets ont été vendus au prix de 2 € chacun. L'ensemble des lots à gagner ont coûté 120 € aux organisateurs.

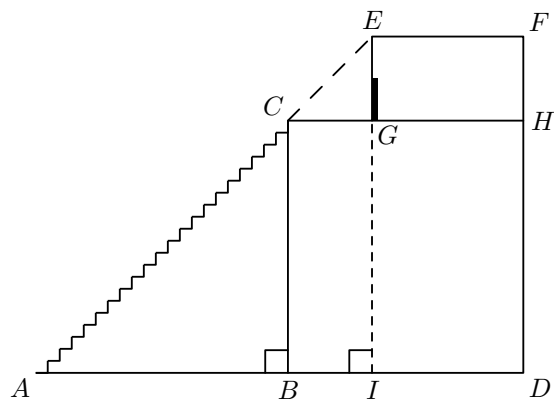
Montrer que le bénéfice réalisé par ces deux actions s'élève à 1809 €.

Partie C - la sortie touristique

Lors de leur voyage au Mexique, les 24 élèves ont visité la pyramide Maya de Chitchen-Iza.

L'accès au temple situé en haut de la pyramide s'effectue par un escalier très abrupt de 90 marches. Les marches sont toutes identiques entre elles et mesurent 27 cm de largeur et 30 cm de hauteur.

Schématiquement, on a représenté ci-dessous la pyramide de Chitchen-Itza :



1. a. Justifier les mesures suivantes : $AB = 24,3 m$; $BC = 27 m$

b. Déterminer, au degré près, la mesure de l'angle formé par l'escalier par rapport au sol.

2. Le sommet du temple (symbolisé par le point E) a été construit dans l'alignement de la rampe d'escalier. sachant qu'il faut marcher 8,1 m pour aller du haut des escaliers (point C) à l'entrée du temple (point G), donner la hauteur totale de cette pyramide.

Exercice 6396



Cette figure est composée d'un carré dans lequel est inscrit quatre cercles tangents entre eux et tangents aux côtés du carré.

Déterminer la mesure de chacun des rayons de cette figure.

