Compiler exercice — Compiler correction — Plus d'option

Hors programme lycée/Vecteurs coplanaires

1. Vecteurs coplanaires :

Exercice 2780

Au fil de cet exercice, nous considérons les deux systèmes suivants de trois équations à trois inconnues :

$$(S) : \begin{cases} 5a - 2b \; 3 \; 11c = 0 \\ -a + 3b + 2c = 0 \\ -a + b - c = 0 \end{cases}$$

$$(T) : \begin{cases} -2a + b - 5c = 0 \\ a - 3b - 5c = 0 \\ 5a - 2b + 14c = 0 \end{cases}$$

On se place dans un repère $(O\,;I\,;J\,;K)$ pour étudier la coplanarité de vecteurs dans l'espace :

1. a. Montrer que le système $\big(S\big)$ n'admet que le triplet $\big(0\,;\,0\,;\,0\big)$ pour solution.

   b. En déduire que les vecteurs :
   $\overrightarrow{p}\big(5\,;\,-1\,;\,-1\big)$; $\overrightarrow{q}\big(-2\,;\,3\,;\,1\big)$; $\overrightarrow{s}\big(11\,;\,2\,;\,-1\big)$
   sont non-coplanaires.

2. On considère les trois vecteurs suivants :
   $\overrightarrow{u}\big(-2\,;\,1\,;\,5\big)$; $\overrightarrow{v}\big(1\,;\,-3\,;\,-2\big)$; $\overrightarrow{w}\big(-5\,;-5\,;14\big)$

   a. Justifier que la coplanarité de ces trois vecteurs est équivalent à la condition :
   $$\mathcal{S}_{(T)} \neq \Big\{\big(0\,;\,0\,;\,0\big)\Big\}$$

   b. En déduire que les trois vecteurs $\overrightarrow{u}$, $\overrightarrow{v}$, $\overrightarrow{w}$ sont coplanaires.

Exercice 2791

On munit l'espace d'un repère $\big(O\,;I\,;J\,;K\big)$:

1. On considère les quatre points suivants :

   $A\big(-5\,;-2\,;3\big)$; $B\big(0\,;0\,;6\big)$

   $C\big(-7\,;-1\,;7\big)$; $D\big(-21\,;-3\,;9\big)$

   Montrer que les points A, B, C, D sont coplanaires.

2. On considère les 5 points suivants :

   $E\big(-2\,;1\,;-1\big)$; $F\big(-4\,;3\,;-2\big)$

   $G\big(-3\,;4\,;-4\big)$; $H\big(-5\,;6\,;2\big)$; $L\big(-11\,;8\,;5\big)$

   Monter que la droite (HL) n'est pas parallèle au plan (EFG).

Exercice 2800

Dans l'espace muni d'un repère $\big(O\,;I\,;J\;K\big)$, on considère les quatre points suivants :

$A\big(5\,;-4\,;3\big)$; $B\big(7\,;-5\,;6\big)$

$C\big(10\,;-2\,;1\big)$; $D\big(-11\,;-14\,;17\big)$

Montrer que les points A, B, C, D sont coplanaires.

Exercice 2815

On considère dans l'espace muni d'un repère les deux vecteurs suivants définis par leurs coordonnées :

$\overrightarrow{u} = \big(3\,;\,2\,;1\big)$; $\overrightarrow{v} = \big(-1\,;\,3\,;\,1\big)$

On considère le vecteur $\overrightarrow{w}$ définit en fonction de x un nombre réel par ses coordonnées :
$\overrightarrow{w}\,(2\,;\,16\,;\,x)$

Déterminer le*(s)* valeur*(s)* de x tel*(les)* que les vecteurs $\overrightarrow{u}$, $\overrightarrow{v}$, $\overrightarrow{w}$ sont colinéaires.

Exercice 5437

Dans l'espace muni d'un repère $\big(O\,;I\,;J\,;K\big)$ orthonormé, on considère quatre points repérés par leurs coordonnées :

$A\big(3\,;-1\,;5\big)$; $B\big(-2\,;2\,;3\big)$; $C\big(-1\,;-2\,;4\big)$; $D\big(5\,;8\,;4\big)$

Les points A, B, C, D sont-ils coplanaires?

Exercice 6316

Dans l'espace muni d'un repère $\big(O\,;I\,;J\,;K\big)$ orthonormé, on considère quatre points repérés par leurs coordonnées :

$A\big(3\,;-1\,;5\big)$; $B\big(-2\,;2\,;3\big)$; $C\big(-1\,;-2\,;4\big)$; $D\big(5\,;8\,;4\big)$

Les points A, B, C, D sont-ils coplanaires?

255. Exercices non-classés :

Exercice 3123

Dans l'espace muni du repère $\left(O\,;\,\overrightarrow{i}\,;\,\overrightarrow{j}\,;\,\overrightarrow{k}\right)$ orthonormé direct, nous considérons les points A de coordonnées $(0\,;0\,;8)$, B de coordonnées $(0\,;0\,;8)$, C de coordonnées $(4\,;0\,;8)$.

1. a. Réaliser la figure comportant les points définis dans l'exercice *(unité graphique : 1 cm)*.

   b. Démontrer que :
   - Les droites (BC) et (BA) sont orthogonales ;
   - Les droites (CO) et (OA) sont orthogonales ;
   - La droite (BC) est orthogonale au plan (OAB).

   c. Déterminer le volume, en cm^3, du tétraèdre $OABC$.

   d. Démontrer que les quatre points O, A, B, C se trouvent sur une sphère dont on déterminera le centre et le rayon.

2. A tout réel k de l'intervalle ouvert $]0\,;8[$, est associé le point $M\,(0\,;0\,;k)$.
   Le plan (π) qui contient M et est orthogonal la droite (OB) rencotnre les droites (OC), (AC), (AB) respectivement en N, P, Q.

   a. Déterminer la nature du quadrilatère $(MNPQ)$.

   b. La droite (PM) est-elle orthogonale à la droite (OB)? Pour quelle valeur de k, la droite (MP) est-elle orthogonale à la droite (AC)?

   c. Déterminer MP^2 en fonction de k. Pour quelle valeur de k, la distance PM est-elle minimale?

