

Hors programme lycée / Vecteurs coplanaires

1. Vecteurs coplanaires :

Exercice 2780

Au fil de cet exercice, nous considérons les deux systèmes suivants de trois équations à trois inconnues :

$$(S) : \begin{cases} 5a - 2b + 3c = 0 \\ -a + 3b + 2c = 0 \\ -a + b - c = 0 \end{cases}$$

$$(T) : \begin{cases} -2a + b - 5c = 0 \\ a - 3b - 5c = 0 \\ 5a - 2b + 14c = 0 \end{cases}$$

On se place dans un repère $(O; I; J; K)$ pour étudier la coplanarité de vecteurs dans l'espace :

- Montrer que le système (S) n'admet que le triplet $(0; 0; 0)$ pour solution.
 - En déduire que les vecteurs :
 $\vec{p}(5; -1; -1)$; $\vec{q}(-2; 3; 1)$; $\vec{s}(11; 2; -1)$
 sont non-coplanaires.

- On considère les trois vecteurs suivants :

$$\vec{u}(-2; 1; 5) ; \vec{v}(1; -3; -2) ; \vec{w}(-5; -5; 14)$$

- Justifier que la coplanarité de ces trois vecteurs est équivalente à la condition :

$$\mathcal{S}(x) \neq \{(0; 0; 0)\}$$

- En déduire que les trois vecteurs \vec{u} , \vec{v} , \vec{w} sont coplanaires.

Exercice 2791

On munit l'espace d'un repère $(O; I; J; K)$:

- On considère les quatre points suivants :

$$A(-5; -2; 3) ; B(0; 0; 6)$$

$$C(-7; -1; 7) ; D(-21; -3; 9)$$

Montrer que les points A, B, C, D sont coplanaires.

- On considère les 5 points suivants :

$$E(-2; 1; -1) ; F(-4; 3; -2)$$

$$G(-3; 4; -4) ; H(-5; 6; 2) ; L(-11; 8; 5)$$

Montrer que la droite (HL) n'est pas parallèle au plan (EFG) .

Exercice 2800

Dans l'espace muni d'un repère $(O; I; J; K)$, on considère les quatre points suivants :

$$A(5; -4; 3) ; B(7; -5; 6)$$

$$C(10; -2; 1) ; D(-11; -14; 17)$$

Montrer que les points A, B, C, D sont coplanaires.

Exercice 2815

On considère dans l'espace muni d'un repère les deux vecteurs suivants définis par leurs coordonnées :

$$\vec{u} = (3; 2; 1) ; \vec{v} = (-1; 3; 1)$$

On considère le vecteur \vec{w} défini en fonction de x un nombre réel par ses coordonnées :

$$\vec{w}(2; 16; x)$$

Déterminer le(s) valeur(s) de x tel(les) que les vecteurs \vec{u} , \vec{v} , \vec{w} sont colinéaires.

Exercice 5437

Dans l'espace muni d'un repère $(O; I; J; K)$ orthonormé, on considère quatre points repérés par leurs coordonnées :

$$A(3; -1; 5) ; B(-2; 2; 3) ; C(-1; -2; 4) ; D(5; 8; 4)$$

Les points A, B, C, D sont-ils coplanaires?

Exercice 6316

Dans l'espace muni d'un repère $(O; I; J; K)$ orthonormé, on considère quatre points repérés par leurs coordonnées :

$$A(3; -1; 5) ; B(-2; 2; 3) ; C(-1; -2; 4) ; D(5; 8; 4)$$

Les points A, B, C, D sont-ils coplanaires?

255. Exercices non-classés :

Exercice 3123

Dans l'espace muni du repère $(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$ orthonormal direct, nous considérons les points A de coordonnées $(0; 0; 8)$, B de coordonnées $(0; 0; 8)$, C de coordonnées $(4; 0; 8)$.

1.
 - a. Réaliser la figure comportant les points définis dans l'exercice (*unité graphique*: 1 cm).
 - b. Démontrer que :
 - Les droites (BC) et (BA) sont orthogonales;
 - Les droites (CO) et (OA) sont orthogonales;
 - La droite (BC) est orthogonale au plan (OAB) .
 - c. Déterminer le volume, en cm^3 , du tétraèdre $OABC$.

d. Démontrer que les quatre points O, A, B, C se trouvent sur une sphère dont on déterminera le centre et le rayon.

2. A tout réel k de l'intervalle ouvert $]0; 8[$, est associé le point $M(0; 0; k)$.

Le plan (π) qui contient M et est orthogonal la droite (OB) rencontre les droites (OC) , (AC) , (AB) respectivement en N, P, Q .

- a. Déterminer la nature du quadrilatère $(MNPQ)$.
- b. La droite (PM) est-elle orthogonale à la droite (OB) ? Pour quelle valeur de k , la droite (MP) est-elle orthogonale à la droite (AC) ?
- c. Déterminer MP^2 en fonction de k . Pour quelle valeur de k , la distance PM est-elle minimale?