Compiler exercice | Compiler correction | Plus d'option

Hors programme lycée/Fonction paire et impaire

2. Etude de la parité :

Exercice 3315

Etudier la parité des fonctions ci-dessous :

a. $f(x) = (x-1)\cdot(x+1)$

b. $g(x) = 3x^3 - 2x$

c. $h(x) = \dfrac{x^2+1}{x}$

d. $j(x) = \cos(3\cdot x^3)$

Exercice 3609

1. Justifier que la fonction suivante est paire :
   $f : x \longmapsto e^x + e^{-x}$
2. Justifier que la fonction suivante est impaire :
   $g : x \longmapsto e^x - e^{-x}$

3. Axe de symétrie des courbes :

Exercice 3316

1. On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ dont l'image de x est définie par :
   $f(x) = 2x^2 + 4x - 1$
   On note $\mathscr{C}_f$ la courbe représentative de la fonction f.
   a. Soit h un nombre réel. Déterminer les expressions simplifiées en fonction de h de :
      $f(-1-h) \quad ; \quad f(-1+h)$
   b. En déduire une propriété géométrique de la courbe $\mathscr{C}_f$.
2. On considère la fonction g définie sur $\mathbb{R}\backslash\{1\}$ définie par :
   $$g(x) = \frac{x^2 - x + 1}{x - 1}$$
   Justifier que la courbe $\mathscr{C}_g$, représentative de la fonction g, admet le point de coordonnée $(1;1)$ pour centre de symétrie.

4. Centre de symétrie des courbes :

Exercice 2302

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}\backslash\{2\}$ par la relation :
$$f(x) = \frac{x^2 - 4x + 7}{2x - 4}$$
Montrer que le point $I(2;0)$ est le centre de symétrie de la courbe $\mathscr{C}_f$

Exercice 2807

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R} - \{-3\}$ dont l'image de x est donnée par la relation :
$$f(x) = \frac{x^2 + 10x + 20}{2x + 6}$$
Montrer que la courbe $\mathscr{C}_f$ représentative de la fonction f admet pour centre de symétrie le point $K(-3;2)$

Exercice 3985

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par :
$$f(x) = x + 2 - \frac{4\cdot e^x}{e^x + 3}$$
On désigne par $\mathscr{C}$ sa courbe représentative dans le plan rapporté à un repère orthonormal $(O; \vec{i}; \vec{j})$.

On note I le point de $\mathscr{C}$ d'abscisse $\ln 3$. Montrer que le point I est le centre de symétrie de la courbe $\mathscr{C}$.

Exercice 4300

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par :
$$f(x) = \frac{4\cdot e^x}{e^x + 7}$$
On désigne par $\mathscr{C}$ la courbe représentative de la fonction f

dans un repère orthonormal $\left(O\,;\,\vec{i}\,;\,\vec{j}\,\right)$.

1. Vérifier que pour tout réel x, on a : $f(x)=\dfrac{4}{1+7\cdot e^{-x}}$

2. Démontrer que le point I_1 de coordonnées $(\ln 7\,;2)$ est un centre de symétrie de la courbe $\mathscr{C}$.

3. Déterminer une équation de la tangente (T) à la courbe $\mathscr{C}$ au point I.

5. Axe et centre de symétries de courbes ⚠ :

Exercice 2171

1. Montrer que la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par :
$$f(x) = \frac{6}{\frac{1}{2}x^2+x+2}$$
admet la droite d'équation $x=-1$ comme axe de symétrie.

2. Montrer que la fonction g définie sur $\mathbb{R}\backslash\{-1\}$ par :
$$g(x) = \frac{x^2+4x+2}{x+1}$$
admet le point $I(-1\,;2)$ comme centre de symétrie.

6. Symétrie et asymptotes obliques :

Exercice 3366

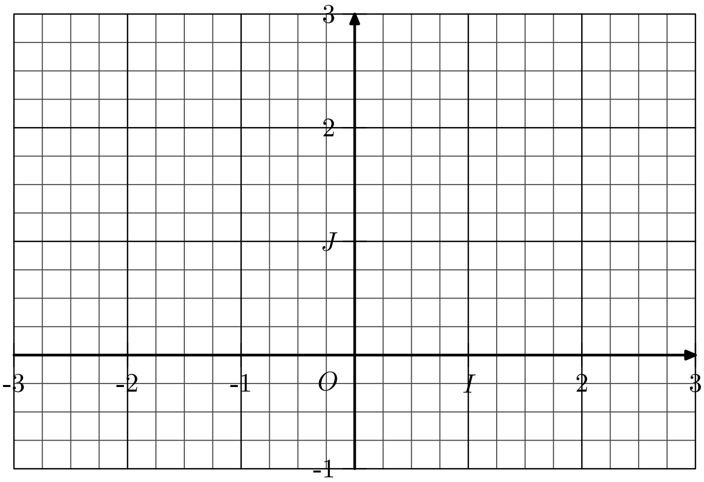
On considère la fonction f dont l'image de x est définie par la relation :
$$f(x) = \frac{3x^3+4x^2-5x+4}{4(x^2+1)}$$
Dans le plan muni d'un repère $\left(O\,;I\,;J\right)$, on note $\mathscr{C}_f$ la courbe représentative de la fonction f.

1. a. Déterminer la valeur des réels a, b, c vérifiant la relation :
$$f(x) = a\cdot x+b+\frac{c\cdot x}{x^2+1}$$
   b. Montrer que la courbe $\mathscr{C}_f$ admet une asymptote oblique (Δ) dont on précisera l'équation.
   c. Etudier la position relative de la courbe $\mathscr{C}_f$ et de la droite (Δ).

2. Etablir que la courbe $\mathscr{C}_f$ admet le point de coordonnée $(\,0\,;1\,)$ comme centre de symétrie.

3. a. Etablir que la dérivée f' de la fonction f admet pour dérivée :
$$f'(x) = \frac{\left(x^2+5\right)\left(3x^2-1\right)}{4\left(x^2+1\right)^2}$$
   b. Dresser le tableau de variations de la fonction f.
   On admettra les deux résultats suivants :
   - $f\left(\dfrac{\sqrt{3}}{3}\right) = 1-\dfrac{\sqrt{3}}{4} \approx 0{,}57$
   - $f\left(-\dfrac{\sqrt{3}}{3}\right) = 1+\dfrac{\sqrt{3}}{4} \approx 1{,}43$

4. Effectuer le tracé de la courbe $\mathscr{C}_f$.



7. Symetries et dérivées :

Exercice 3505

Soit f une fonction f définie sur $\mathbb{R}$ vérifiant la limite suivante :
$$\lim_{h\mapsto 0}\frac{f(2+h)-f(2)}{h} = -\frac{1}{2}$$

1. Que peut-on dire de la dérivabilité de la fonction f en 2.

2. Supposons que la fonction f est paire :
   a. Déterminer le nombre dérivée de la fonction f en -2.
   b. A main levée, représenter une courbe $\mathscr{C}_f$ et ses deux tangentes en -2 et 2 vérifiant une telle situation.

3. Supposons que la fonction f est impaire :
   a. Déterminer le nombre dérivée de la fonction f en -2.
   b. A main levée, représenter une courbe $\mathscr{C}_f$ et ses deux tangentes en -2 et 2 vérifiant une telle situation.

8. *Symétries et intégrales :*

Exercice 4221

On considère la fonction f définie sur $\big[-1\,;1\big]$ par :

$$f(x) = \frac{3}{2}\cdot\Big(|x|-1\Big)^2$$

1. Etudier la parité de la fonction f.
2. Montrer que cette fonction est la densité d'une loi de probabilité sur $\big[-1\,;1\big]$.

