Compiler exercice | Compiler correction | Plus d'option

Hors programme lycée/Fonction paire et impaire

2. Etude de la parité :

Exercice 3315

Etudier la parité des fonctions ci-dessous :

a. $f(x) = (x-1)\cdot(x+1)$

b. $g(x) = 3x^3 - 2x$

c. $h(x) = \dfrac{x^2+1}{x}$

d. $j(x) = \cos(3\cdot x^3)$

Exercice 3609

1. Justifier que la fonction suivante est paire :
$f : x \longmapsto e^x + e^{-x}$

2. Justifier que la fonction suivante est impaire :
$g : x \longmapsto e^x - e^{-x}$

3. Axe de symétrie des courbes :

Exercice 3316

1. On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ dont l'image de x est définie par :
$f(x) = 2x^2 + 4x - 1$
On note $\mathscr{C}_f$ la courbe représentative de la fonction f.

   a. Soit h un nombre réel. Déterminer les expressions simplifiées en fonction de h de :
   $f(-1-h) \quad ; \quad f(-1+h)$

   b. En déduire une propriété géométrique de la courbe $\mathscr{C}_f$.

2. On considère la fonction g définie sur $\mathbb{R}\backslash\{1\}$ définie par :
$$g(x) = \frac{x^2-x+1}{x-1}$$
Justifier que la courbe $\mathscr{C}_g$, représentative de la fonction g, admet le point de coordonnée $(1;1)$ pour centre de symétrie.

4. Centre de symétrie des courbes :

Exercice 2302

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}\backslash\{2\}$ par la relation :
$$f(x) = \frac{x^2-4x+7}{2x-4}$$
Montrer que le point $I(2;0)$ est le centre de symétrie de la courbe $\mathscr{C}_f$

Exercice 2807

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}-\{-3\}$ dont l'image de x est donnée par la relation :
$$f(x) = \frac{x^2+10x+20}{2x+6}$$
Montrer que la courbe $\mathscr{C}_f$ représentative de la fonction f admet pour centre de symétrie le point $K(-3;2)$

Exercice 3985

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par :
$$f(x) = x+2-\frac{4\cdot e^x}{e^x+3}$$
On désigne par $\mathscr{C}$ sa courbe représentative dans le plan rapporté à un repère orthonormal $(O;\vec{i};\vec{j})$.

On note I le point de $\mathscr{C}$ d'abscisse $\ln 3$. Montrer que le point I est le centre de symétrie de la courbe $\mathscr{C}$.

Exercice 4300

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par :
$$f(x) = \frac{4\cdot e^x}{e^x+7}$$
On désigne par $\mathscr{C}$ la courbe représentative de la fonction f dans un repère orthonormal $(O;\vec{i};\vec{j})$.

1. Vérifier que pour tout réel x, on a : $f(x) = \dfrac{4}{1+7\cdot e^{-x}}$

2. Démontrer que le point I_1 de coordonnées $(\ln 7;2)$ est un centre de symétrie de la courbe $\mathscr{C}$.

3. Déterminer une équation de la tangente (T) à la courbe $\mathscr{C}$ au point I.

5. Axe et centre de symétries de courbes ⚠ :

Exercice 2171

1. Montrer que la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = \frac{6}{\frac{1}{2}x^2 + x + 2}$$

admet la droite d'équation $x = -1$ comme axe de symétrie.

2. Montrer que la fonction g définie sur $\mathbb{R}\backslash\{-1\}$ par :

$$g(x) = \frac{x^2 + 4x + 2}{x + 1}$$

admet le point $I(-1\,;2)$ comme centre de symétrie.

6. Symétrie et asymptotes obliques :

Exercice 3366

On considère la fonction f dont l'image de x est définie par la relation :

$$f(x) = \frac{3x^3 + 4x^2 - 5x + 4}{4(x^2 + 1)}$$

Dans le plan muni d'un repère $\big(O\,;I\,;J\big)$, on note $\mathscr{C}_f$ la courbe représentative de la fonction f.

1. a. Déterminer la valeur des réels a, b, c vérifiant la relation :

$$f(x) = a{\cdot}x + b + \frac{c{\cdot}x}{x^2 + 1}$$

   b. Montrer que la courbe $\mathscr{C}_f$ admet une asymptote oblique (Δ) dont on précisera l'équation.

   c. Etudier la position relative de la courbe $\mathscr{C}_f$ et de la droite (Δ).

2. Etablir que la courbe $\mathscr{C}_f$ admet le point de coordonnée $(\,0\,;1\,)$ comme centre de symétrie.

3. a. Etablir que la dérivée f' de la fonction f admet pour dérivée :

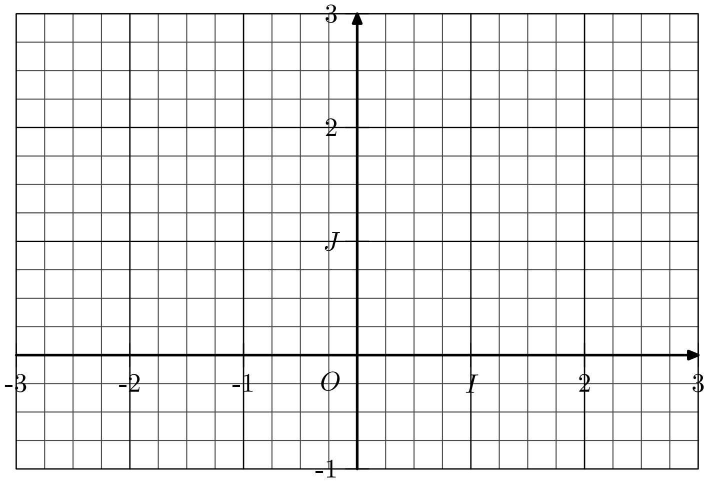
$$f'(x) = \frac{\big(x^2 + 5\big)\big(3x^2 - 1\big)}{4\big(x^2 + 1\big)^2}$$

   b. Dresser le tableau de variation de la fonction f.

   On admettra les deux résultats suivants :

   - $f\Big(\dfrac{\sqrt{3}}{3}\Big) = 1 - \dfrac{\sqrt{3}}{4} \simeq 0{,}57$
   - $f\Big(-\dfrac{\sqrt{3}}{3}\Big) = 1 + \dfrac{\sqrt{3}}{4} \simeq 1{,}43$

4. Effectuer le tracé de la courbe $\mathscr{C}_f$.



7. Symetries et dérivées :

Exercice 3505

Soit f une fonction f définie sur $\mathbb{R}$ vérifiant la limite suivante :

$$\lim_{h \mapsto 0} \frac{f(2{+}h) - f(2)}{h} = -\frac{1}{2}$$

1. Que peut-on dire de la dérivabilité de la fonction f en 2.

2. Supposons que la fonction f est paire :

   a. Déterminer le nombre dérivée de la fonction f en -2.

   b. A main levée, représenter une courbe $\mathscr{C}_f$ et ses deux tangentes en -2 et 2 vérifiant une telle situation.

3. Supposons que la fonction f est impaire :

   a. Déterminer le nombre dérivée de la fonction f en -2.

   b. A main levée, représenter une courbe $\mathscr{C}_f$ et ses deux tangentes en -2 et 2 vérifiant une telle situation.

8. Symétries et intégrales :

Exercice 4221

On considère la fonction f définie sur $\big[-1\,;1\big]$ par :

$$f(x) = \frac{3}{2}{\cdot}\Big(|x| - 1\Big)^2$$

1. Etudier la parité de la fonction f.

2. Montrer que cette fonction est la densité d'une loi de probabilité sur $\big[-1\,;1\big]$.

