

Hors programme lycée / Fonction paire et impaire

2. Etude de la parité :

Exercice 3315

Etudier la parité des fonctions ci-dessous :

- a. $f(x) = (x - 1) \cdot (x + 1)$ b. $g(x) = 3x^3 - 2x$
 c. $h(x) = \frac{x^2 + 1}{x}$ d. $j(x) = \cos(3 \cdot x^3)$

Exercice 3609

- Justifier que la fonction suivante est paire :
 $f : x \mapsto e^x + e^{-x}$
- Justifier que la fonction suivante est impaire :
 $g : x \mapsto e^x - e^{-x}$

3. Axe de symétrie des courbes :

Exercice 3316

- On considère la fonction f définie sur \mathbb{R} dont l'image de x est définie par :
 $f(x) = 2x^2 + 4x - 1$
 On note \mathcal{C}_f la courbe représentative de la fonction f .
 a. Soit h un nombre réel. Déterminer les expressions simplifiées en fonction de h de :
 $f(-1 - h)$; $f(-1 + h)$

- En déduire une propriété géométrique de la courbe \mathcal{C}_f .
- On considère la fonction g définie sur $\mathbb{R} \setminus \{1\}$ définie par :
 $g(x) = \frac{x^2 - x + 1}{x - 1}$
 Justifier que la courbe \mathcal{C}_g , représentative de la fonction g , admet le point de coordonnée $(1; 1)$ pour centre de symétrie.

4. Centre de symétrie des courbes :

Exercice 2302

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R} \setminus \{2\}$ par la relation :

$$f(x) = \frac{x^2 - 4x + 7}{2x - 4}$$

Montrer que le point $I(2; 0)$ est le centre de symétrie de la courbe \mathcal{C}_f

Exercice 2807

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R} - \{-3\}$ dont l'image de x est donnée par la relation :

$$f(x) = \frac{x^2 + 10x + 20}{2x + 6}$$

Montrer que la courbe \mathcal{C}_f représentative de la fonction f admet pour centre de symétrie le point $K(-3; 2)$

Exercice 3985

Soit f la fonction définie sur \mathbb{R} par :

$$f(x) = x + 2 - \frac{4 \cdot e^x}{e^x + 3}$$

On désigne par \mathcal{C} sa courbe représentative dans le plan rapporté à un repère orthonormé $(O; \vec{i}; \vec{j})$.

On note I le point de \mathcal{C} d'abscisse $\ln 3$. Montrer que le point I est le centre de symétrie de la courbe \mathcal{C} .

Exercice 4300

On considère la fonction f définie sur \mathbb{R} par :

$$f(x) = \frac{4 \cdot e^x}{e^x + 7}$$

On désigne par \mathcal{C} la courbe représentative de la fonction f

dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}; \vec{j})$.

1. Vérifier que pour tout réel x , on a : $f(x) = \frac{4}{1+7 \cdot e^{-x}}$

2. Démontrer que le point I_1 de coordonnées $(\ln 7; 2)$ est un centre de symétrie de la courbe \mathcal{C} .

3. Déterminer une équation de la tangente (T) à la courbe \mathcal{C} au point I .

5. Axe et centre de symétries de courbes ⚠ :

Exercice 2171

1. Montrer que la fonction f définie sur \mathbb{R} par :

$$f(x) = \frac{6}{\frac{1}{2}x^2 + x + 2}$$

admet la droite d'équation $x = -1$ comme axe de symétrie.

2. Montrer que la fonction g définie sur $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$ par :

$$g(x) = \frac{x^2 + 4x + 2}{x + 1}$$

admet le point $I(-1; 2)$ comme centre de symétrie.

6. Symétrie et asymptotes obliques :

Exercice 3366

On considère la fonction f dont l'image de x est définie par la relation :

$$f(x) = \frac{3x^3 + 4x^2 - 5x + 4}{4(x^2 + 1)}$$

Dans le plan muni d'un repère $(O; I; J)$, on note \mathcal{C}_f la courbe représentative de la fonction f .

1. a. Déterminer la valeur des réels a, b, c vérifiant la relation :

$$f(x) = a \cdot x + b + \frac{c \cdot x}{x^2 + 1}$$

b. Montrer que la courbe \mathcal{C}_f admet une asymptote oblique (Δ) dont on précisera l'équation.

c. Etudier la position relative de la courbe \mathcal{C}_f et de la droite (Δ) .

2. Etablir que la courbe \mathcal{C}_f admet le point de coordonnées $(0; 1)$ comme centre de symétrie.

3. a. Etablir que la dérivée f' de la fonction f admet pour dérivée :

$$f'(x) = \frac{(x^2 + 5)(3x^2 - 1)}{4(x^2 + 1)^2}$$

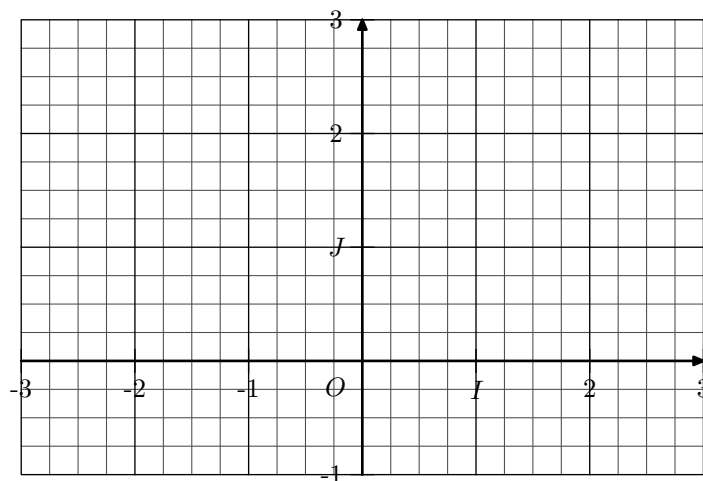
b. Dresser le tableau de variations de la fonction f .

On admettra les deux résultats suivants :

• $f\left(\frac{\sqrt{3}}{3}\right) = 1 - \frac{\sqrt{3}}{4} \approx 0,57$

• $f\left(-\frac{\sqrt{3}}{3}\right) = 1 + \frac{\sqrt{3}}{4} \approx 1,43$

4. Effectuer le tracé de la courbe \mathcal{C}_f .



7. Symétries et dérivées :

Exercice 3505

Soit f une fonction f définie sur \mathbb{R} vérifiant la limite suivante :

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(2+h) - f(2)}{h} = -\frac{1}{2}$$

1. Que peut-on dire de la dérivabilité de la fonction f en 2.

2. Supposons que la fonction f est paire :

a. Déterminer le nombre dérivée de la fonction f en -2 .

b. A main levée, représenter une courbe \mathcal{C}_f et ses deux tangentes en -2 et 2 vérifiant une telle situation.

3. Supposons que la fonction f est impaire :

a. Déterminer le nombre dérivée de la fonction f en -2 .

b. A main levée, représenter une courbe \mathcal{C}_f et ses deux tangentes en -2 et 2 vérifiant une telle situation.

8. Symétries et intégrales :

Exercice 4221



On considère la fonction f définie sur $[-1; 1]$ par :

$$f(x) = \frac{3}{2} \cdot (|x| - 1)^2$$

1. Etudier la parité de la fonction f .
2. Montrer que cette fonction est la densité d'une loi de probabilité sur $[-1; 1]$.