

# Hors programme lycée/Exponentielles et logarithmes de base a

## 1. Puissances rationnelles :

### Exercice 3913



Résoudre les équations suivantes dans  $\mathbb{R}_+^*$  :

a.  $x^3 = 5$       b.  $x^6 = 100$       c.  $(x+2)^4 = 5$   
 d.  $x^{\frac{1}{3}} = 2$       e.  $x^{\frac{5}{2}} = 6$       f.  $(x+1)^{\frac{2}{3}} = 2$

### Exercice 3914



Résoudre les inéquations suivantes :

a.  $x^{\frac{1}{2}} > 5$       b.  $x^{\frac{3}{4}} \leq 3$       c.  $(x+2)^{\frac{2}{3}} \geq 1$

### Exercice 3915



Ecrire chaque des expressions ci-dessous sous la forme d'une puissance rationnelle :

a.  $x^2 \cdot x^{\frac{1}{3}}$       b.  $x^{\frac{1}{2}} \cdot x$       c.  $\frac{x^4}{x^{\frac{1}{5}}}$   
 e.  $\frac{x^2 \cdot x^{\frac{3}{4}}}{x^5} \cdot x^{\frac{1}{4}}$       f.  $\sqrt[3]{x^5 \cdot x^{\frac{1}{3}}}$

### Exercice 3917



Déterminer les expressions des fonctions dérivées de chacune des fonctions suivantes :

a.  $f(x) = 3 \cdot x^{\frac{2}{3}} - 1$       b.  $g(x) = \frac{2}{\sqrt[4]{x}}$   
 c.  $h(x) = e^x \cdot x^{\frac{1}{4}}$       d.  $j(x) = \sqrt[3]{x+1} \cdot (x+1)^3$

### Exercice 3916



- A l'aide d'un raisonnement par récurrence, établir l'égalité suivante pour tout entier naturel  $n$  non-nul :  

$$x^n - 1 = (x-1) \cdot (x^{n-1} + x^{n-2} + \dots + x + 1)$$
- On considère le nombre  $A$  définie par :  $A = \frac{1}{\sqrt[3]{5}-1}$

Déterminer une expression du nombre  $A$  définie par un quotient dont le dénominateur est un nombre entier.

## 2. Exponentielles et logarithmes de base a :

### Exercice 3918



- Etablir l'égalité suivante :  $2^{\ln 15} = e^{\ln 2 \cdot \ln 15}$
  - Comparer sans l'aide de la calculatrice, les deux nombres suivants :  $2^{\ln 15}$  ;  $4^{\ln 5}$

- Etablir l'égalité suivante :  

$$9^{\frac{3}{4}} = e^{\frac{3}{2} \cdot \ln 3}$$
  - En déduire la comparaison des deux entiers suivants :  

$$9^{\frac{3}{4}} ; 3^{\frac{4}{3}}$$