

Hors programme lycée/Exponentielles et logarithmes de base a

1. Puissances rationnelles :

Exercice 3913

Résoudre les équations suivantes dans \mathbb{R}_+^* :

a. $x^3 = 5$ b. $x^6 = 100$ c. $(x+2)^4 = 5$
 d. $x^{\frac{1}{3}} = 2$ e. $x^{\frac{5}{2}} = 6$ f. $(x+1)^{\frac{2}{3}} = 2$

Exercice 3914

Résoudre les inéquations suivantes :

a. $x^{\frac{1}{2}} > 5$ b. $x^{\frac{3}{4}} \leq 3$ c. $(x+2)^{\frac{2}{3}} \geq 1$

Exercice 3915

Ecrire chaque des expressions ci-dessous sous la forme d'une puissance rationnelle :

a. $x^2 \cdot x^{\frac{1}{3}}$ b. $x^{\frac{1}{2}} \cdot x$ c. $\frac{x^{\frac{1}{4}}}{x^{\frac{1}{5}}}$
 e. $\frac{x^2 \cdot x^{\frac{3}{4}}}{x^5} \cdot x^{\frac{1}{4}}$ f. $\sqrt[3]{x^5 \cdot x^{\frac{1}{3}}}$

Exercice 3917

Déterminer les expressions des fonctions dérivées de chacune des fonctions suivantes :

a. $f(x) = 3 \cdot x^{\frac{2}{3}} - 1$ b. $g(x) = \frac{2}{\sqrt[4]{x}}$
 c. $h(x) = e^x \cdot x^{\frac{1}{4}}$ d. $j(x) = \sqrt[3]{x+1} \cdot (x+1)^3$

Exercice 3916

- A l'aide d'un raisonnement par récurrence, établir l'égalité suivante pour tout entier naturel n non-nul :

$$x^n - 1 = (x-1) \cdot (x^{n-1} + x^{n-2} + \dots + x + 1)$$
- On considère le nombre A définie par : $A = \frac{1}{\sqrt[3]{5}-1}$

Déterminer une expression du nombre A définie par un quotient dont le dénominateur est un nombre entier.

2. Exponentielles et logarithmes de base a :

Exercice 3918

- Etablir l'égalité suivante : $2^{\ln 15} = e^{\ln 2 \cdot \ln 15}$
 - Comparer sans l'aide de la calculatrice, les deux nombres suivants : $2^{\ln 15}$; $4^{\ln 5}$

- Etablir l'égalité suivante :

$$9^{\frac{3}{4}} = e^{\frac{3}{2} \cdot \ln 3}$$
 - En déduire la comparaison des deux entiers suivants :

$$9^{\frac{3}{4}} ; 3^{\frac{4}{3}}$$