Compiler exercice | Compiler correction | Plus d'option

Hors programme lycée/Composée de fonctions

1. Introduction :

Exercice 2197

Soit f la fonction définie dont l'image de x est définie par :

$$f(x) = \frac{x-1}{x-2}$$

1. Etablir l'égalité suivante : $\frac{x-1}{x-2} = 1 + \frac{1}{x-2}$

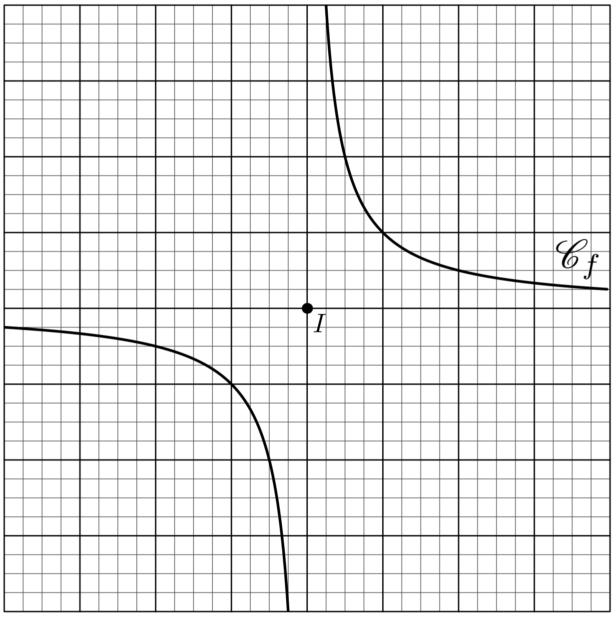
On note g la fonction inverse. A la question précédente, nous venons d'établir que :

$$f(x) = g(x-2) + 1$$

2. Par quelle transformation du plan, obtient-on la courbe $\mathscr{C}_f$ représentative de la fonction f à partir de l'hyperbole $\mathscr{C}_g$ représentative de la fonction inverse?

La figure ci-dessous représente l'hyperbole obtenu par la fonction inverse et I sont centre de symétrie.

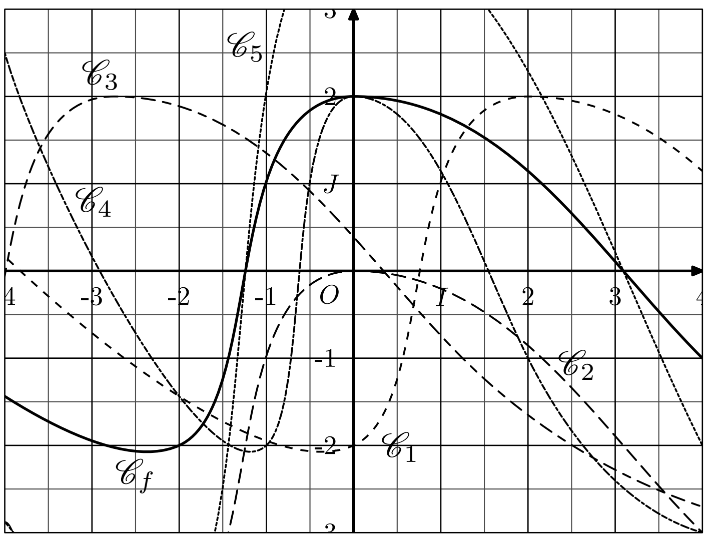
3. Placer correctement le repère pour que cette courbe soir la représentation de la fonction f.



2. Composée de fonctions :

Exercice 1159

On considère la fonction f dont la courbe représentative est donnée dans le repère $(O; I; J)$ ci-dessous :



Dans ce repère est également donnée les courbes représentatives associées à la fonction f dont voici les expressions algébtiques :

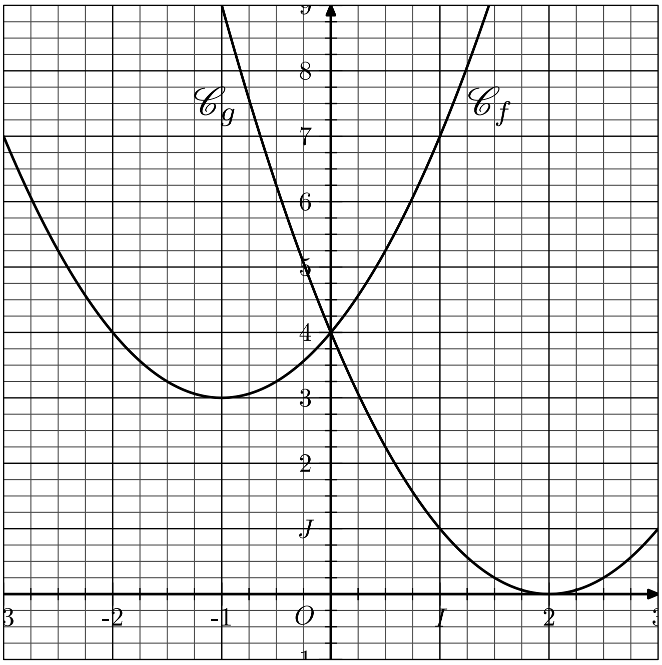
$g : x \mapsto f(x{+}2)$; $h : x \mapsto f(2{\cdot}x)$; $j : x \mapsto f(x{-}2)$

$k : x \mapsto 2{\cdot}f(x)$; $\ell : x \mapsto f(x) - 2$

Associer à chacune de ces fonctions sa courbe représentative.

Exercice 2702

On considère les deux repères $(O\,;I\,;J)$ dans lesquels ont été tracées des courbes représentatives de polynômes de second degré :



1. La courbe $\mathscr{C}_f$ est la courbe représentative de la fonction f définie par :

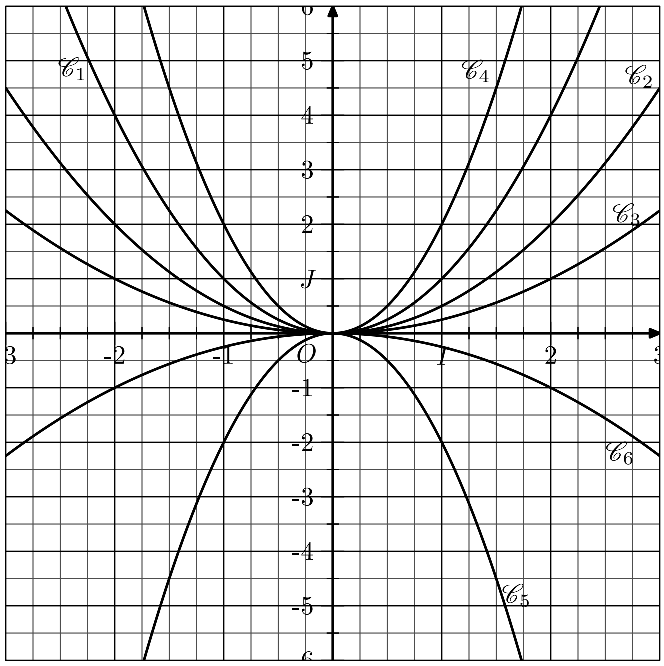
$f : x \longmapsto x^2 + 2x + 4$

La fonction g est définie, explicitement par la fonction f, par la relation suivante :

$g(x) = f(x{+}\alpha) + \beta$ où $\alpha \in \mathbb{R}$ et $\beta \in \mathbb{R}$.

a. Déterminer, à l'aide des représentations de ces deux fonctions, les valeurs des nombres réels α et β.

b. Déduire la forme développée réduite de l'expression de $f(x)$.



2. Les courbes $\mathscr{C}_1$ à $\mathscr{C}_6$ sont les représentations de fonctions définie par la relation :

$x \longmapsto \alpha \cdot x^2$ où α est un nombre réel.

Déterminer pour chaque fonction la valeur de α.

3. Composé et expressions :

Exercice 2154

Dans chacune des questions suivantes, donner l'expression algébrique de $\big(f \circ g\big)(x)$ en fonction de x :

a. $f(x) = 3x + 1$ et $g(x) = 2 - x$

b. $f(x) = x^2$ et $g(x) = x - 4$

c. $f(x) = x - 4$ et $g(x) = x^2$

d. $f(x) = \sqrt{x}$ et $g(x) = 3x + 2$

e. $f(x) = 3x + 2$ et $g(x) = \dfrac{1}{x}$

f. $f(x) = -2x + 1$ et $g(x) = 2x + 1$

Exercice 4652

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}_+$ par la relation :

$f(x) = \big(1 - \sqrt{x}\big)^2$

1. Pour $x \in \big[0\,;1\big]$, établir l'égalié suivante :

$\big(f \circ f\big)(x) = x$

2. Pour $x \in \big[1\,;+\infty\big[$, déterminer une expression simplifiée de la fonction $f \circ f$.

4. Composé et tableau de variation :

Exercice 3308

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par la relation suivante :

$f(x) = -2x^2 - 4x + 6$

1. a. Déterminer la forme factorisée de l'expression $f(x)$.

b. Dresser le tableau de variations de la fonction f.
(On indiquera également les deux racines de la fonction f)

2. On considère la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ admettant le tableau de variations suivant :

x	$-\infty$		0		8		$+\infty$
Variation de g	-1	↗	1	↘	-3	↗	$+\infty$

a. Faire une conjecture sur la valeur des limites suivantes :
$$\lim_{x\mapsto+\infty}\big(g\circ f\big)(x) \quad ; \quad \lim_{x\mapsto-\infty}\big(f\circ g\big)(x)$$

b. Justifier que la fonction $f\circ g$ est décroissante sur l'intervalle $\left]-\infty\,;0\right[$.

c. Justifier et préciser la monotonie de la composée $g\circ f$ sur chacun des deux intervalles suivants :
$\left]-\infty\,;-3\right] \quad ; \quad \left[-3\,;1\right]$

Exercice 2300

On considère une fonction f définie sur $\left[-5\,;4\right]$ dont le tableau de variations est donnée ci-dessous :

x	-5		-2		1		4
Variation de f	-2	↗	1	↘	-3	↗	3

Déterminer le tableau de variations des fonctions associées à f présentées ci-dessous :

a. $g : x \longmapsto f(x+2)$ b. $h : x \longmapsto -2{\cdot}f(x)$

c. $j : x \longmapsto f(x-2)+1$

Exercice 2162

On considère la fonction f, définie sur $\mathbb{R}$, dont l'image d'un nombre x est définie par :
$$f(x) = -3\big(2x-1\big)^2+1$$
On note g, la fonction affine définie par :
$$g : x \longmapsto 2x-1.$$

1. Déterminer l'intervalle I tel que : $g\big(I\big)=\mathbb{R}_+$
2. Justifier que la fonction f est monotone sur I.
3. Préciser le sens de variation de la fonction f sur chacun des intervalles I et $\mathbb{R}\backslash I$.

Exercice 2164

Donner le sens de variation des fonctions ci-dessous sur l'intervalle précisé. Aucune justification n'est demandée :

a. $f:\ x \longmapsto \sqrt{2-3x}$ sur $\left]-\infty\,;\frac{2}{3}\right]$

b. $g:\ x \longmapsto 2(3-x)^2+1$ sur $[3\,;+\infty[$

c. $h:\ x \longmapsto \dfrac{2}{(x+1)^2}+1$ sur $]-\infty\,;-1[$

d. $j:\ x \longmapsto x^2-3x+2$ sur $\mathbb{R}_-$

e. $k:\ x \longmapsto -3\sqrt{x}-1$ sur $\mathbb{R}_+$

f. $\ell:\ x \longmapsto -2\sqrt{3-x}+1$ sur $]-\infty\,;3]$

