

# Hors programme lycée/Composée de fonctions

## 1. Introduction :

### Exercice 2197

Soit  $f$  la fonction définie dont l'image de  $x$  est définie par :

$$f(x) = \frac{x-1}{x-2}$$

1. Etablir l'égalité suivante:  $\frac{x-1}{x-2} = 1 + \frac{1}{x-2}$

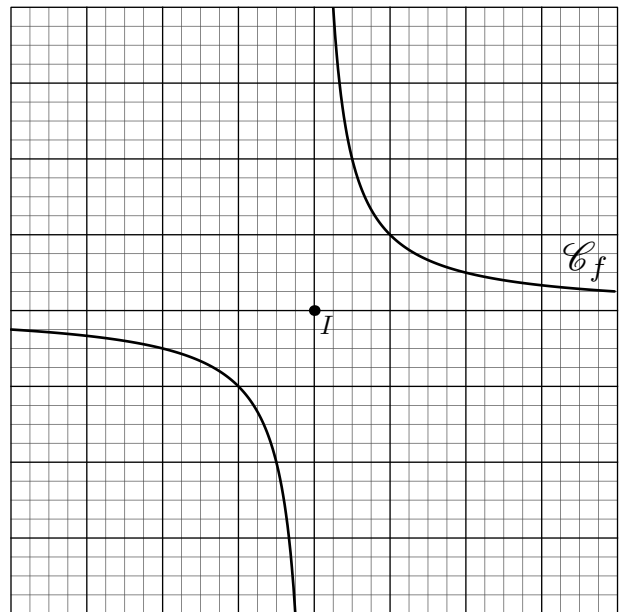
On note  $g$  la fonction inverse. A la question précédente, nous venons d'établir que :

$$f(x) = g(x-2) + 1$$

2. Par quelle transformation du plan, obtient-on la courbe  $\mathcal{C}_f$  représentative de la fonction  $f$  à partir de l'hyperbole  $\mathcal{C}_g$  représentative de la fonction inverse?

La figure ci-dessous représente l'hyperbole obtenu par la fonction inverse et  $I$  sont centre de symétrie.

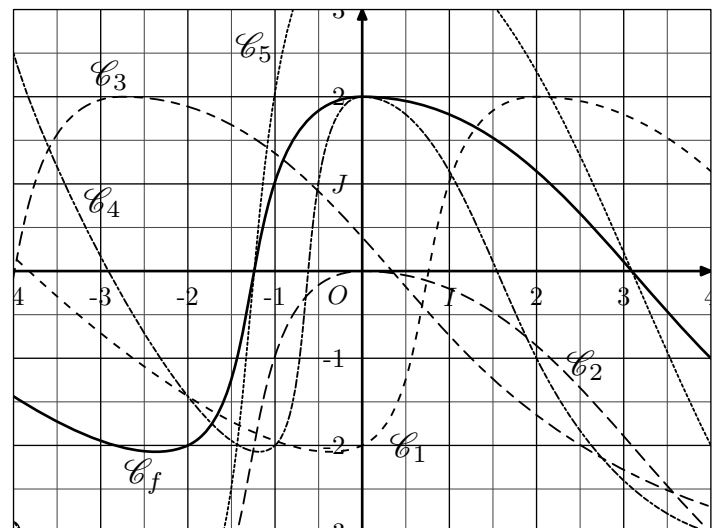
3. Placer correctement le repère pour que cette courbe soit la représentation de la fonction  $f$ .



## 2. Composée de fonctions :

### Exercice 1159

On considère la fonction  $f$  dont la courbe représentative est donnée dans le repère  $(O; I; J)$  ci-dessous :



Dans ce repère est également donnée les courbes représentatives associées à la fonction  $f$  dont voici les expressions

algébriques :

$$g : x \mapsto f(x+2) \quad ; \quad h : x \mapsto f(2 \cdot x) \quad ; \quad j : x \mapsto f(x-2)$$

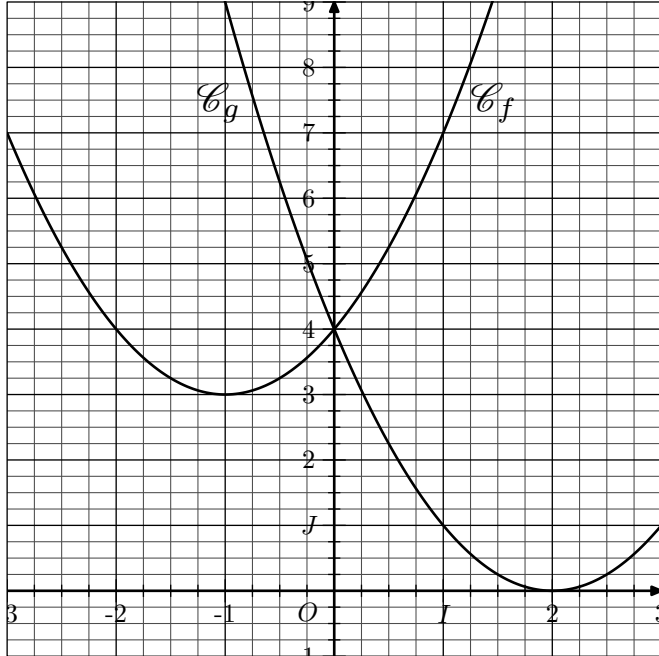
$$k : x \mapsto 2 \cdot f(x) \quad ; \quad l : x \mapsto f(x) - 2$$

Associer à chacune de ces fonctions sa courbe représentative.

**Exercice 2702**



On considère les deux repères  $(O; I; J)$  dans lesquels ont été tracées des courbes représentatives de polynômes de second degré :



1. La courbe  $\mathcal{C}_f$  est la courbe représentative de la fonction  $f$  définie par :

**3. Composé et expressions :**

**Exercice 2154**



Dans chacune des questions suivantes, donner l'expression algébrique de  $(f \circ g)(x)$  en fonction de  $x$  :

- a.  $f(x) = 3x + 1$  et  $g(x) = 2 - x$
- b.  $f(x) = x^2$  et  $g(x) = x - 4$
- c.  $f(x) = x - 4$  et  $g(x) = x^2$
- d.  $f(x) = \sqrt{x}$  et  $g(x) = 3x + 2$
- e.  $f(x) = 3x + 2$  et  $g(x) = \frac{1}{x}$
- f.  $f(x) = -2x + 1$  et  $g(x) = 2x + 1$

**4. Composé et tableau de variation :**

**Exercice 3308**



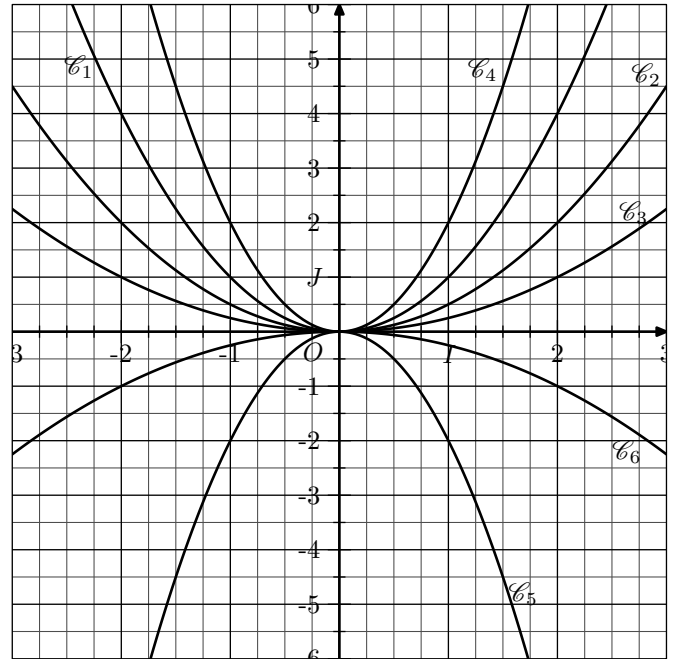
On considère la fonction  $f$  définie sur  $\mathbb{R}$  par la relation suiv-

$$f : x \mapsto x^2 + 2x + 4$$

La fonction  $g$  est définie, explicitement par la fonction  $f$ , par la relation suivante :

$$g(x) = f(x+\alpha) + \beta \quad \text{où } \alpha \in \mathbb{R} \text{ et } \beta \in \mathbb{R}.$$

- a. Déterminer, à l'aide des représentations de ces deux fonctions, les valeurs des nombres réels  $\alpha$  et  $\beta$ .
- b. Dédurre la forme développée réduite de l'expression de  $f(x)$ .



2. Les courbes  $\mathcal{C}_1$  à  $\mathcal{C}_6$  sont les représentations de fonctions définie par la relation :  $x \mapsto \alpha \cdot x^2$  où  $\alpha$  est un nombre réel.

Déterminer pour chaque fonction la valeur de  $\alpha$ .

**Exercice 4652**



On considère la fonction  $f$  définie sur  $\mathbb{R}_+$  par la relation :

$$f(x) = (1 - \sqrt{x})^2$$

1. Pour  $x \in [0; 1]$ , établir l'égalité suivante :  $(f \circ f)(x) = x$
2. Pour  $x \in [1; +\infty[$ , déterminer une expression simplifiée de la fonction  $f \circ f$ .

ante :

$$f(x) = -2x^2 - 4x + 6$$

1. a. Déterminer la forme factorisée de l'expression  $f(x)$ .

- b. Dresser le tableau de variations de la fonction  $f$ .  
(On indiquera également les deux racines de la fonction  $f$ )

2. On considère la fonction  $g$  définie sur  $\mathbb{R}$  admettant le tableau de variations suivant :

$x$	$-\infty$	0	8	$+\infty$
Variation de $g$		1	-3	$+\infty$

- a. Faire une conjecture sur la valeur des limites suivantes :

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} (g \circ f)(x) \quad ; \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} (f \circ g)(x)$$

- b. Justifier que la fonction  $f \circ g$  est décroissante sur l'intervalle  $]-\infty; 0[$ .

- c. Justifier et préciser la monotonie de la composée  $g \circ f$  sur chacun des deux intervalles suivants :

$$]-\infty; -3] \quad ; \quad [-3; 1]$$

### Exercice 2300

On considère une fonction  $f$  définie sur  $[-5; 4]$  dont le tableau de variations est donnée ci-dessous :

$x$	-5	-2	1	4
Variation de $f$		1	-3	3

Déterminer le tableau de variations des fonctions associées à  $f$  présentées ci-dessous :

a.  $g : x \mapsto f(x+2)$

b.  $h : x \mapsto -2 \cdot f(x)$

c.  $j : x \mapsto f(x-2) + 1$

### Exercice 2162

On considère la fonction  $f$ , définie sur  $\mathbb{R}$ , dont l'image d'un nombre  $x$  est définie par :

$$f(x) = -3(2x - 1)^2 + 1$$

On note  $g$ , la fonction affine définie par :

$$g : x \mapsto 2x - 1.$$

- Déterminer l'intervalle  $I$  tel que :  $g(I) = \mathbb{R}_+$
- Justifier que la fonction  $f$  est monotone sur  $I$ .
- Préciser le sens de variation de la fonction  $f$  sur chacun des intervalles  $I$  et  $\mathbb{R} \setminus I$ .

### Exercice 2164

Donner le sens de variation des fonctions ci-dessous sur l'intervalle précisé. Aucune justification n'est demandée :

a.  $f : x \longmapsto \sqrt{2-3x}$  sur  $]-\infty; \frac{2}{3}]$

b.  $g : x \longmapsto 2(3-x)^2 + 1$  sur  $[3; +\infty[$

c.  $h : x \longmapsto \frac{2}{(x+1)^2} + 1$  sur  $]-\infty; -1[$

d.  $j : x \longmapsto x^2 - 3x + 2$  sur  $\mathbb{R}_-$

e.  $k : x \longmapsto -3\sqrt{x} - 1$  sur  $\mathbb{R}_+$

f.  $\ell : x \longmapsto -2\sqrt{3-x} + 1$  sur  $]-\infty; 3]$