

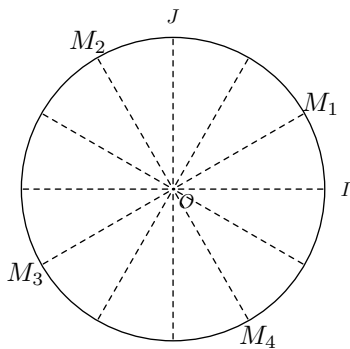
Hors programme lycée / Angles orientés

1. Intervalle d'angles orientés :

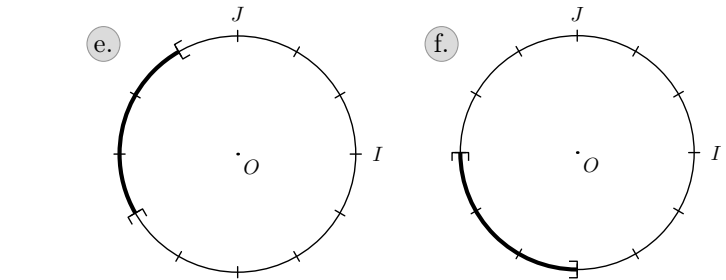
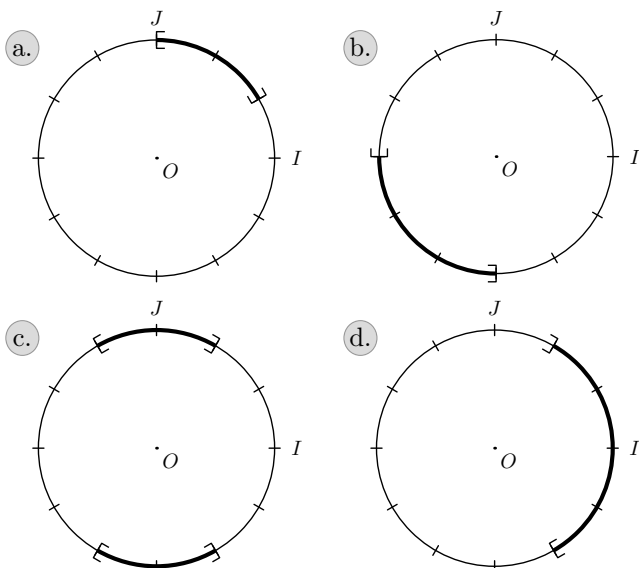
Exercice 2199

Dans l'ensemble de cet exercice, le cercle trigonométrique a été partagé en 12 parties égales.

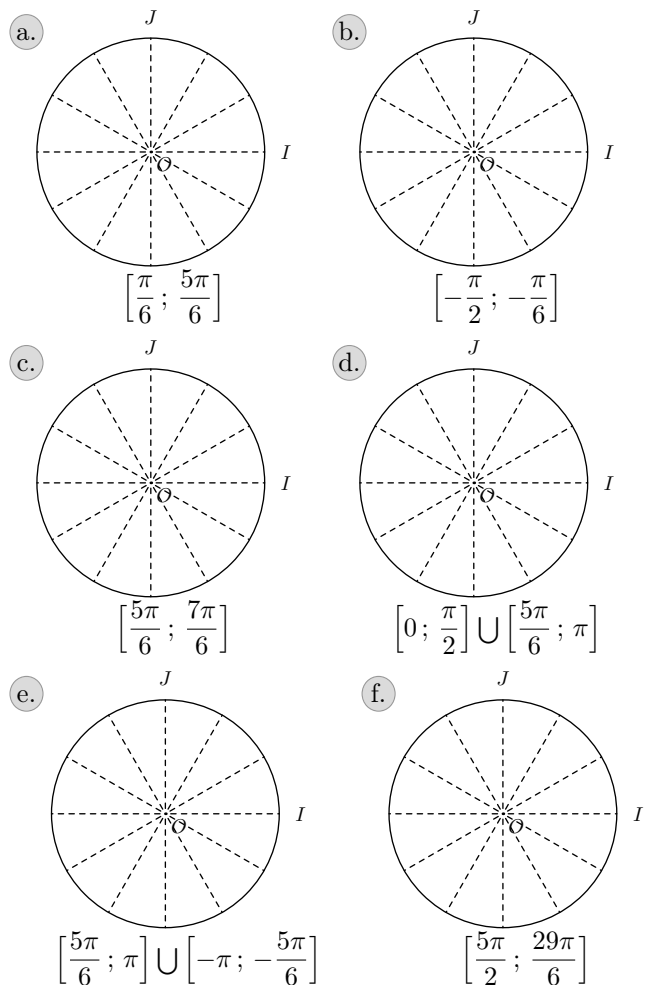
- Déterminer la mesure, en radian, des angles $(\vec{OI}; \vec{OM}_i)$ pour $i = 1, \dots, 4$.



- Pour chaque question, une partie du cercle trigonométrique a été surlignée. Ecrire, sous forme d'intervalle ou de réunion d'intervalles, l'ensemble des mesures de l'angle $(\vec{OI}; \vec{OM})$ lorsque M décrit chacune de ces parties :



- Pour chaque question, surligner l'ensemble des points M du cercle dont l'angle $(\vec{OI}; \vec{OM})$ appartient à l'intervalle indiqué :



2. Lieu géométrique et angles orientés :

Exercice 2202

Soit A et B deux points fixés du plan. Déterminer le lieu géométrique des points M vérifiant les relations suivantes : faire une représentation d'une telle situation en précisant les emplacements possibles du point M .

- a. $(\overrightarrow{MA}; \overrightarrow{MB}) = \pi + 2k\pi$ b. $(\overrightarrow{MA}; \overrightarrow{MB}) = 0 + 2k\pi$
 c. $(\overrightarrow{MA}; \overrightarrow{MB}) = -\frac{\pi}{2} + 2k\pi$ d. $(\overrightarrow{MA}; \overrightarrow{MB}) = -\frac{\pi}{2} + k\pi$
 e. $(\overrightarrow{MA}; \overrightarrow{MB}) = \pi + k\pi$

Exercice 2212

1. a. Compléter le tableau ci-dessous :

k	-2	-1	0	1	2
$\frac{\pi}{3} + k\pi$					

b. Sur un des cercles trigonométrique ci-dessous,

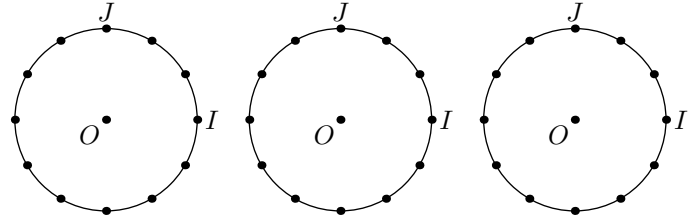
représenter l'ensemble des points M vérifiant la relation :

$$(\overrightarrow{OI}; \overrightarrow{OM}) = \frac{\pi}{3} + k\pi \quad \text{où } k \in \mathbb{Z}.$$

2. Dans chaque cas, représenter l'ensemble des points M vérifiant la relation précisée :

- a. $(\overrightarrow{OI}; \overrightarrow{OM}) = \frac{\pi}{2} + \frac{k\pi}{3}$
 b. $2(\overrightarrow{OI}; \overrightarrow{OM}) = \frac{-2\pi}{3} + k\pi$

Les cercles suivants ont été partagés en douze parties égales.

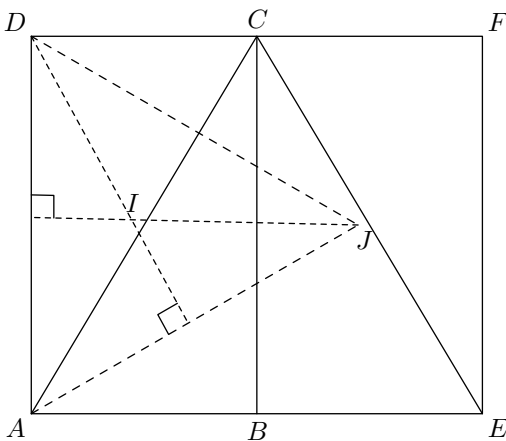


3. Géométrie plane et Relation de Chasles :

Exercice 2797

On considère un triangle AEC équilatéral inscrit dans le rectangle $AEFD$. A l'intérieur du rectangle, on trace le triangle équilatéral DAJ ; on note I son centre.

Attention, la figure ci-dessous n'a pas été tracée correctement ; le but de l'exercice est de montrer que les points I et J appartiennent respectivement aux segments $[AC]$ et $[BC]$.



On utilisera la propriété suivante :

$$(\vec{u}; \vec{v}) = (\vec{u}; \vec{w}) \implies \vec{v} \text{ et } \vec{w} \text{ sont colinéaires et de même sens.}$$

1. a. Justifier que : $(\overrightarrow{AC}; \overrightarrow{AD}) = \frac{\pi}{6}$.
 b. Justifier que l'angle au centre $(\overrightarrow{IA}; \overrightarrow{ID})$ mesure $\frac{2\pi}{3}$.
 c. En déduire que les vecteurs \overrightarrow{AI} et \overrightarrow{AC} sont colinéaires.
2. a. Justifier que le triangle DCJ est isocèle en C .
 b. En déduire la mesure de l'angle $(\overrightarrow{CA}; \overrightarrow{CJ})$.
 c. En déduire que les points J, E, C sont alignés.

4. Equations et congruences :

Exercice 2226

1. Résoudre dans l'intervalle $]-\pi; \pi]$ des mesures principales les équations suivantes :

- a. $2 \sin 2x = 1$ b. $\cos 3x = 1$

2. Résoudre dans l'intervalle $]-\pi; \pi]$ des mesures principales les équations suivantes :

- a. $\sin 2x = \sin x$ b. $\cos 2x = \cos x$

Exercice 2625

Lorsque k décrit l'ensemble \mathbb{Z} , alors l'expression $\frac{\pi}{4} + k \cdot \frac{\pi}{2}$ décrit un ensemble de nombre qu'on note E et qui peut s'écrire sous la forme :

$$E = \left\{ \frac{\pi}{4} + k \cdot \frac{\pi}{2} \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$$

1. Donner les mesures principales des angles représentés par cet ensemble.

2. Vérifier que chaque nombre de l'ensemble E vérifie l'équation: $\cos 2x = 0$

Exercice 2967 


1. a. Résoudre l'équation: $2x^2 + 7x + 3 = 0$.

- b. Résoudre l'équation ci-dessous dans $]-\pi; \pi]$:

$$\sin 2x = -\frac{1}{2}$$


2. En déduire l'ensemble des solutions de l'équation:
 $2 \cdot (\sin 2x)^2 + 7 \cdot \sin 2x + 3 = 0$

5. Inéquations :

Exercice 2227 

En s'aidant d'une représentation graphique du cercle trigonométrique, déterminer l'ensemble des solutions dans l'intervalle $]-\pi; \pi]$ des mesures principales les inéquations suivantes:

- a. $\cos x \geq \frac{\sqrt{2}}{2}$ b. $2 \sin x \leq 1$ c. $\cos x < -\frac{1}{2}$

Exercice 2232 

En s'aidant d'une représentation graphique du cercle trigonométrique, déterminer l'ensemble des solutions dans l'intervalle $]-\pi; \pi]$ des mesures principales les inéquations suivantes:

- a. $\cos x > 0$ b. $\sin x > 0$ c. $\sin x < -\frac{1}{2}$


8. Repérage polaire et cartésien :

Exercice 2265 

On considère le plan muni d'un repère $(O; I; J)$ orthonormé. Chaque point ci-dessous est présenté avec ses coordonnées cartésiennes $(x; y)$.

Déterminer les coordonnées polaires $[\rho; \theta]$ associées (*donner une valeur approchée au dixième le cas échéant*):

- a. $M(-3; -\sqrt{3})$ b. $N(2; -2)$
 c. $P(\sqrt{6}; -\sqrt{2})$ d. $Q(5; 2)$

Exercice 2266 

On considère le plan muni d'un repère $(O; I; J)$ orthonormé.

1. Chaque point ci-dessous est présenté avec ses coordonnées polaires $[\rho; \theta]$.

Déterminer les coordonnées cartésiennes de chacun de ses points: (*donner une valeur approchée au dixième le cas échéant*):

- a. $M\left[3; \frac{\pi}{4}\right]$ b. $N\left[2; -\frac{\pi}{6}\right]$
 c. $P\left[3\sqrt{2}; \frac{5\pi}{6}\right]$ d. $Q\left[10; -\frac{\pi}{12}\right]$

2. On considère le point R de coordonnée polaire $[4; \theta]$ tel que $\tan \theta = \sqrt{3}$. Peut-on déterminer de manière unique les coordonnées cartésiennes du point R .

Exercice 2908 

Dans le plan muni d'un repère $(O; I; J)$:

1. On considère les deux points A et B définis par leurs coordonnées cartésiennes:

- a. $A(-3\sqrt{3}; 3)$ b. $B\left(-\frac{1}{10}; -\frac{\sqrt{3}}{10}\right)$

Déterminer les coordonnées polaires de ces deux points.

2. On considère les deux points C et D définis par leurs coordonnées polaires:

- a. $C\left(\frac{1}{4}; -\frac{3\pi}{4}\right)$ b. $D\left(\sqrt{15}; \frac{\pi}{6}\right)$

Déterminer les coordonnées cartésiennes de ces deux points.