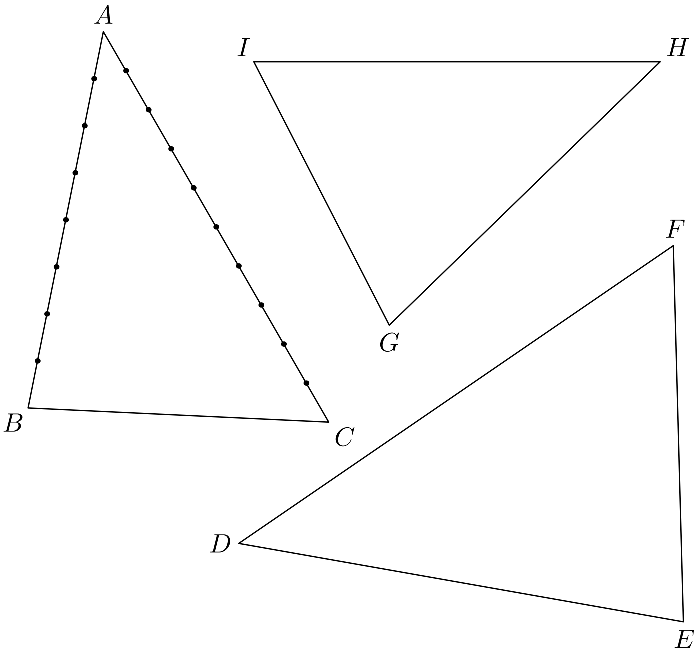
Compiler exercice Compiler correction Plus d'option

Hors programme collège/Théorème des milieux

1. Activité d'introduction :

Exercice 4550

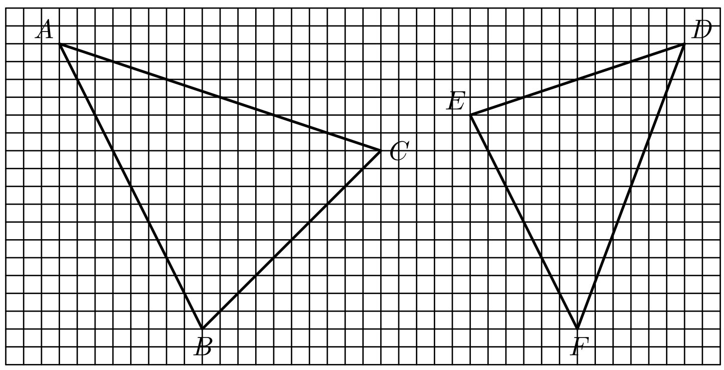
On considère les trois triangles ABC, DEF et GHI représentés ci-dessous :



1. Les côtés $[AB]$ et $[AC]$ du triangle ABC ont été partagés en part égales.
   a. Placer le point J milieu du segment $[AB]$ et K milieu du segment $[AC]$.
   b. Qu'observe-t-on à propos des droites (BC) et (JK)? A propos des longueurs JK et BC?
2. a. A l'aide de la règle gradué, placer les points L et M milieux respectifs des segments $[DE]$ et $[DF]$.
   b. Qu'observe-t-on à propos des droites (EF) et (LM)? A propos des longueurs EF et LM?
3. En traçant les médatrices des segments $[GH]$ et $[GI]$, quelles observations peut-on faire sur la droite reliant les milieux de deux des côtés du triangle GHI et du troisième côtés.

Exercice 4565

Dans le plan quadrillé, on considère les triangles ABC et EDF représentés ci-dessous :



On se servira du quadrillage pour placer les nouveaux points de la figure et pour construire les droites parallèles.

1. a. Placer le point I milieu du segment $[AB]$.
   b. Tracer la droite (d) passant par le point I et parallèle à la droite (BC). Nommer J le point d'intersection des droites (d) et (AC).
   c. Vérifier que le point J est le milieu des segments $[AC]$.
   d. A l'aide du compas, vérifier que le segment $[IJ]$ mesure la moitié du segment $[BC]$.
2. a. Placer le point K milieu du segment $[DE]$.
   b. Tracer la droite (Δ) passant par le point K et parallèle à la droite (EF). Nommer L le point d'intersection des droites $[DF]$ et (Δ).
   c. Vérifier que le point L est le milieu des segments $[DF]$.
   d. A l'aide du compas, vérifier que l'égalité suivante : $EF = 2\times KL$

2. Théorème des milieux : parallélisme :

Exercice 1033

Soit ABC un triangle quelconque. Soient I le milieu de $[AB]$ et J le milieu de $[AC]$

1. Effectuer le tracé d'une figure représentant cette situation.
2. Placer le point M symétrique du point I par rapport au point J. Démontrer que le quadrilatère $AMCI$ est un parallélogramme
3. a. Démontrer que : $IB = MC$

   b. Démontrer que $IMCB$ est un parallélogramme en utilisant la propriété suivante :

> **Si** un quadrilatère a deux de ses côtés opposés parallèles et de même longueur **Alors** c'est un parallélogramme

4. a. En déduire que $(IM)/\!/(BC)$? Que peut-on dire des droites (IJ) et (BC) ?

   b. Recopier et compléter la phrase suivante :

> Dans un triangle quelconque, **Si** une droite passe par les .... de deux des côtés **Alors** elle est .... au ....

5. a. Prouver que $IM = BC$. Que peut-on dire des longueurs IJ et BC ?

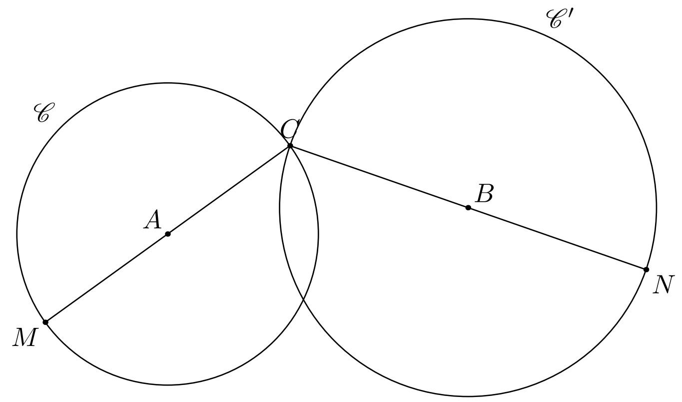
   b. Recopier et compléter la phrase suivante :

> Dans un triangle quelconque, **Si** un segment a pour extrémités les .... de deux des côtés du triangle **alors** sa longueur est .... celle du troisième côté.

Exercice 1865

On considère deux cercles $\mathscr{C}$ et $\mathscr{C}'$ de centre respectif A et B s'interseptant : C est l'un de ces points d'intersection.
M et N sont deux points tels que $[CM]$ et $[CN]$ forment deux diamètres respectivement de $\mathscr{C}$ et $\mathscr{C}'$.

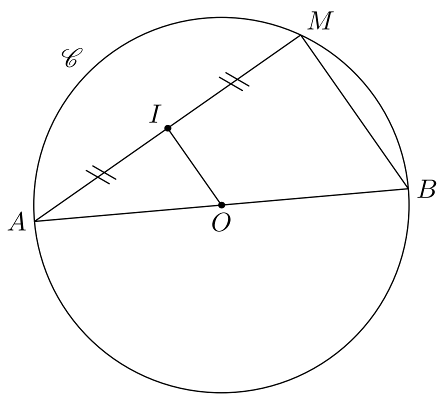
Montrer que les droites (AB) et (MN) sont parallèles.



Exercice 1866

On considère un cercle $\mathscr{C}$ de centre O et de diamètre $[AB]$.
Soit M un point du cercle distinct de A et de B.
On note I le milieu de $[AM]$.

Montrer que les droites (IO) et (BM) sont parallèles.



Exercice 1036

Soit ABC un triangle. On note I le milieu du segment $[AB]$, J milieu de $[BC]$ et K milieu de $[AC]$.

1. Déterminer la nature du quadrilatère $AIJK$.
2. Supposons dans cette question que le triangle ABC est rectangle en A. Déterminer la nature de $AIJK$.

3. Théorème des milieux : longueurs :

Exercice 6223

Soit A, B, C trois points du plan tels que :
$AB = 6\,cm \quad ; \quad BC = 3\,cm$

1. Compléter correctement les phrases suivantes :

   a. La longueur AB est .... de la longueur BC.

   b. La longueur BC est .... de la longueur AB.

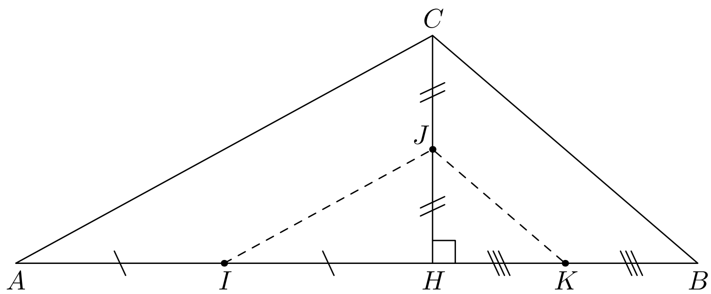
2. Compléter en choisissant correctement le facteur manquant :

   a. $AB = ... \times BC$

   b. $BC = ... \times AB$

Exercice 4587

On considère un triangle ABC quelconque. On note H le pied de sa hauteur issue du point C. On note I, J, K respectivement les milieux des segments $[AH]$, $[CH]$ et $[BH]$.



Démontrer que le triangle IJK est une réduction de facteur de $\frac{1}{2}$ du triangle ABC.

Exercice 1035

Soit un parallélogramme $ABCD$. Soit O le milieu de $[BD]$, I le milieu de $[AD]$, J le milieu de $[BC]$.

1. Démontrer que (OI) est parallèle à (AB).
2. Démontrer que (OJ) est parallèle à (AB).
3. Démontrer que O, I, J sont alignés.

Question facultative :

4. Que représente O pour le segment $[IJ]$?

4. Réciproque du théorème des milieux :

Exercice 1032

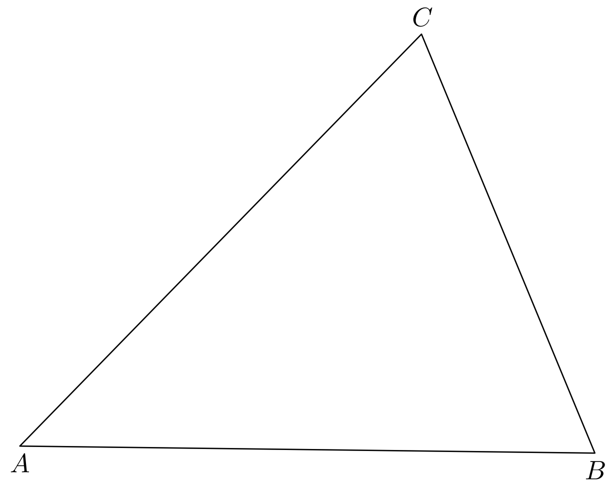
On considère :
- ABC un triangle quelconque ;
- I le milieu $[AB]$;
- la droite (d) telle que $\quad I\in(d) \quad$ et $\quad (d)/\!/(BC)$;
- J le point d'intersection des droites (d) et (AC).

1. Effectuer le tracé d'une figure représentant cette situation.
2. On note K le milieu du segment $[BC]$.
   Démontrer que : $\quad (AC)/\!/(IK)$.
3. Démontrer que $IJCK$ est un parallélogramme.
4. Démontrer que : $\quad IK=JC$
5. Démontrer que : $\quad IK=\frac{1}{2}\times AC$.
6. En déduire que le point J est le milieu de $[AC]$.
7. Recopier et compléter la phrase suivante :

> **Si** une droite passe par le .... d'un côté d'un triangle et est .... à un deuxième côté **alors** cette droite passe par le .... du troisième côté

Exercice 4590

On considère le triangle ABC représenté ci-dessous :



1. Réaliser le programme de tracé suivant :
   a. Placer le point I milieu du segment $[BC]$.
   b. Tracer le segment $[AI]$ et y placer le point J milieu du segment $[AI]$.
   c. La droite (BJ) intercepte la droite (AC) au point K.
   d. La droite parallèle à la droite (BK) passant par le point I intercepte la droite (AC) au point L
2. Démontrer que le point L est le milieu du segment $[KC]$.
3. Démontrer que le point K est le milieu du segment $[AL]$.
4. Justifier que le segment $[AC]$ est partagé en trois parts égales.

Exercice 1864

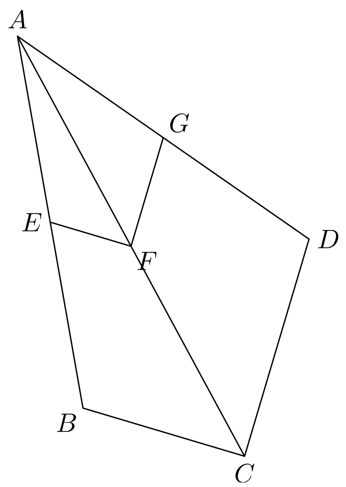
On considère les deux triangles ABC et ACD.

E est le milieu de $[AB]$.

On trace la parallèle à (BC) passant par E, elle coupe $[AC]$ en F.

On trace la parallèle à (CD) passant par F, elle coupe $[AD]$ en G.

Montrer que les droites (EG) et (BD) sont parallèles.



Exercice 1034

Soit un triangle ABC rectangle en A. La médiatrice de $[AB]$ coupe $[AB]$ en M et $[BC]$ en O.

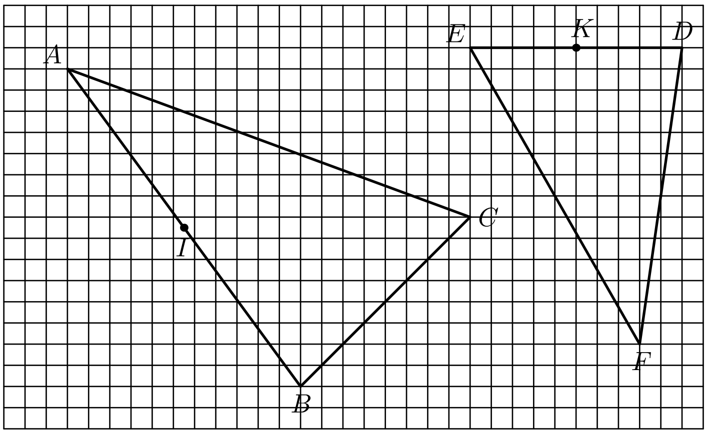
1. Démontrer que (OM) est parallèle à (AC).
2. Démontrer que O est le milieu de $[BC]$.
3. Démontrer que $OA=OB=OC$. En déduire que le cerlce passant par A, B, C a pour centre O.
4. Compléter la phrase suivante :

> Si un triangle est rectangle alors le centre de son cercle circonscrit est ....

5. Théorème et réciproque :

Exercice 4589

Dans le quadrillage ci-dessous, on considère les deux triangles ABC et DEF :



Pour les questions suivantes, seule la règle non-graduée est autorisée ; les tracés doivent être suivis de justification.

1. Placer le milieu J du segment $[AC]$.
2. Tracer la droite parallèle à la droite (EF) et passant par le point K.

Exercice 4676

Dans le plan, on considère un triangle ABC dont les dimensions sont :

$AB = 6\,cm$; $AC = 9\,cm$; $\widehat{BAC} = 60^o$

On note I et J les deux points de la demi-droite $[AB)$ vérifiant les mesures :

$AI = 2\,cm$; $AJ = 4\,cm$

On note K et L les deux points de la demi-droite $[AC)$ vérifiant les mesures :

$AK = 3\,cm$; $AL = 6\,cm$

On note M le point d'intersection des droites (JL) et (BK).

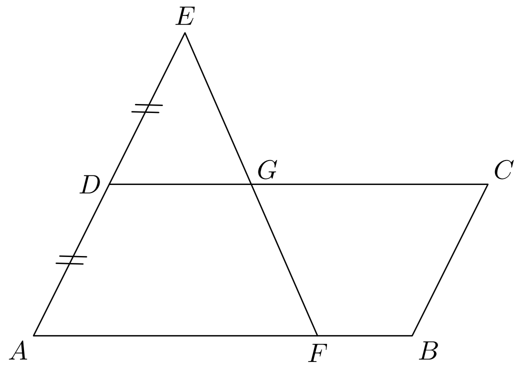
1. Effectuer le tracé de cette configuration.
2. Montrer que les droites (IK) et (JL) sont parallèles.
3. Justifier que le point M est le milieu du segment $[BK]$.
4. Montrer que la droite (JL) est parallèle à la droite (BC).
5. En déduire que (IK) est parallèle à (BC).

Exercice 1900

On considère le parallèlogramme $ABCD$ et le point E tel que D soit le milieu de $[AE]$.

Soit F un point du segment $[AB]$ tel que : $AF = \frac{3}{4} \times AB$.

La droite (EF) intercepte le segment $[DC]$ en G.



1. Montrer que G est le milieu de $[EF]$.
2. Sachant que $DC = 5\,cm$, en déduire la mesure du segment $[DG]$

Exercice 1867

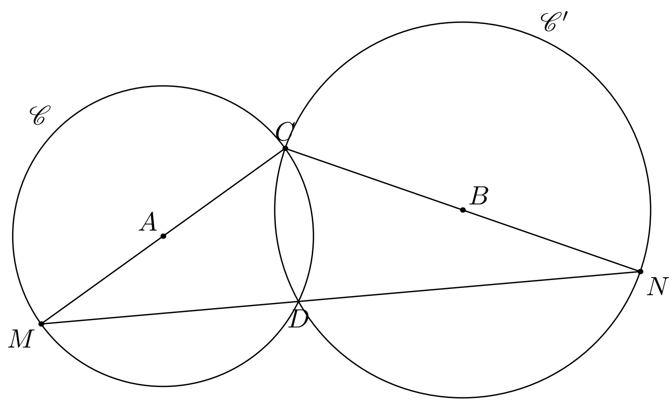
On considère deux cercles $\mathscr{C}$ et $\mathscr{C}'$ de centre respectif A et B s'interseptant aux points C et D.

M et N sont deux points tels que $[CM]$ et $[CN]$ forment deux diamètres respectivement de $\mathscr{C}$ et $\mathscr{C}'$.

1. Montrer que les droites (AB) et (MN) sont parallèles.

On note I le point d'intersection des droites (AB) et (CD)

2. Montrer que le point I est le milieu du segment $[CD]$.
3. Montrer que les droites (AI) et (MD) sont parallèles.
4. Montrer que les droites (IB) et (DN) sont parallèles.
5. En déduire que les points M, D et N sont alignés.
(on se servira de la propriété : si deux droites sont parallèles et ont un point commun alors ces deux droites sont confondus)

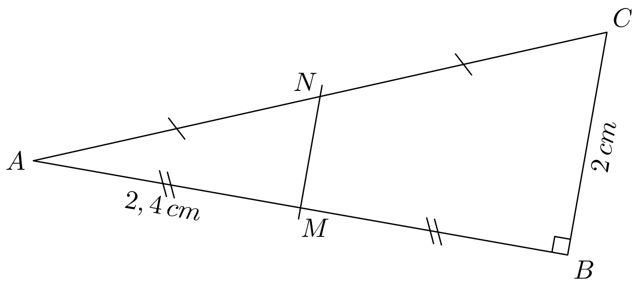


6. Théorème des milieux et du théorème de Pythagore :

Exercice 1332

On considère le triangle ABC représenté ci-dessous où le point M est le milieu du segment $[AB]$ et le point N est le milieu du segment $[AC]$. On a les deux mesures suivantes :

$AM = 2{,}4\,cm$; $BC = 2\,cm$

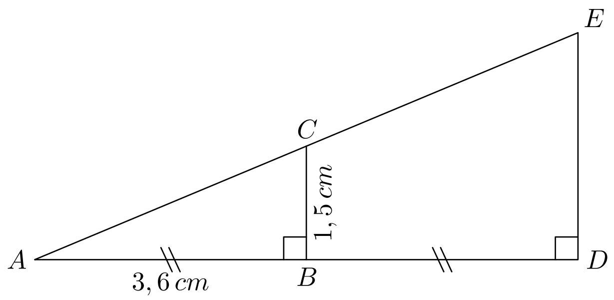


1. a. Etablir que les droites (MN) et (BC) sont parallèles.
   b. Déterminer la mesure du segment $[MN]$.
   c. Justifier que le triangle AMN est rectangle en M.
2. Déterminer la mesure du segment $[AN]$.

7. Réciproque du théorème des milieux et du théorème de Pythagore :

Exercice 4675

On considère le triangle ADE est rectangle en D où B est le milieu du segment $[AD]$. La droite perpendiculaire à (AD) et passant par le point B intercepte en C la droite (AE) :



1. Démontrer que $ED = 3\,cm$.
2. Déterminer la longueur du segment $[AE]$.
3. a. Déterminer l'aire $\mathcal{A}$ du triangle ABC.
   b. Déterminer l'aire $\mathcal{A}'$ du triangle ADE.
   c. Donner la valeur du quotient $\dfrac{\mathcal{A}'}{\mathcal{A}}$.

8. Exercices sans indications :

Exercice 4625

On considère un trapèze $ABCD$ tel que $(AB)/\!\!/(CD)$. Les points I, J et K sont les milieux respectifs des segments $[AD]$, $[BD]$ et $[BC]$.

1. Réaliser cette figure.
2. Montrer que la droite (IK) est parallèle à la droite (AB).