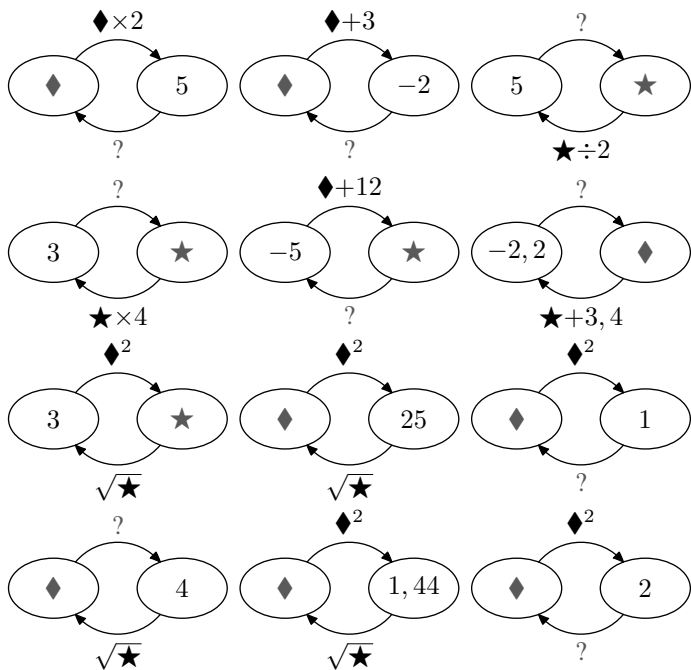


Hors programme collège/Racines carrés

2. Introduction :

Exercice réservé 776

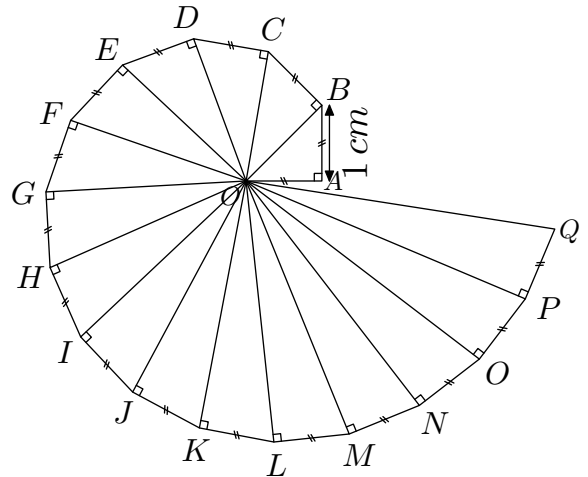
Ci-dessous sont indiqués des "diagrammes commutant". Retrouver les valeurs manquantes ainsi que les opérations inverses.



Exercice réservé 748

La figure ci-dessous est construite ainsi :

- Le triangle OAB est isocèle rectangle en A tel que $OA = 1 \text{ cm}$;
- A l'extérieur du triangle OAB et sur l'hypoténuse $[OB]$, on construit un triangle rectangle en B tel que : $BC = 1$;
- et ainsi de suite...



- Justifier les deux égalités suivantes : $OB^2 = 2$; $OC^2 = 3$
 - A l'aide de la calculatrice, donner une valeur approchée des longueurs OB et OC à 10^{-3} près.
- Justifier que : $OD = 2 \text{ cm}$.
 - Justifier brièvement que : $OI = 3 \text{ cm}$.

Exercice réservé 792

Répondre à la question suivante à l'aide de la calculatrice :

- Donner la troncature des nombres suivants au centième près :
 - $\sqrt{2}$
 - $\sqrt{3}$
 - $\sqrt{10}$
- Donner la valeur arrondie des nombres suivants à 10^{-2} près :
 - $\sqrt{52}$
 - $\sqrt{4 + 0,03}$
 - $\frac{\sqrt{72} + 2}{\sqrt{2}}$
- Déterminer la valeur exacte des nombres suivants :
 - $\sqrt{4}$
 - $\sqrt{25 + 75}$
 - $\sqrt{0,01}$
- Résoudre les équations suivantes (chacune de ces équations admettent deux solutions) :
 - $x^2 = 9$
 - $x^2 = 100$
 - $x^2 = 2$

Exercice réservé 766

Sans l'aide de la calculatrice, donner la valeur exacte de chacune des racines carrés ci-dessous :

- a. $\sqrt{4}$ b. $\sqrt{400}$ c. $\sqrt{20+44}$
 d. $\sqrt{0,49}$ e. $\sqrt{121}$ f. $\sqrt{0,25}$

Exercice réservé 756 

Sans l'aide de la calculatrice, justifier qu'aucune des expressions ci-dessous n'a de sens :

$\sqrt{-4}$; $\sqrt{-1}$; $\sqrt{5-9}$

3. Premières approches :

Exercice réservé 784 

Soit a un nombre positif, la définition de la racine carrée me permet d'établir les deux relations suivantes :

$\sqrt{a^2} = a$; $(\sqrt{a})^2 = a$.

Utiliser ces deux propriétés pour simplifier, si possible, les expressions suivantes :

- a. $(\sqrt{4})^2 + (\sqrt{6})^2$ b. $\sqrt{3^2 + 4^2}$ c. $(\sqrt{4+6})^2$
 d. $\sqrt{(4+6)^2}$ e. $\sqrt{4^2} \times \sqrt{6^2}$ f. $\sqrt{4^2 \times 6^2}$

Exercice réservé 742 

1. Parmi les expressions ci-dessous, lesquelles définissent ou pas un nombre. Justifier votre réponse.

- a. $\frac{1}{3^2-9}$ b. $\sqrt{2}$ c. $\sqrt{-1}$
 d. $\sqrt{0}$ e. $\sqrt{(-1)^2}$ f. $\sqrt{\frac{3}{2}}$

2. Un élève affirme que : $\sqrt{20} = 10$
 En utilisant seulement la définition de la racine carrée, justifier que son affirmation est fausse.

Exercice réservé 757 

1. En remplaçant a par 1 et b par 1, montrer que :

$\sqrt{a+b} \neq \sqrt{a} + \sqrt{b}$

2. En remplaçant a par 2 et b par 1, montrer que :

$\sqrt{a-b} \neq \sqrt{a} - \sqrt{b}$

4. Premières équations du second degré :

Exercice réservé 788 

1. a. Déterminer deux valeurs de x vérifiant l'égalité :
 $x^2 = 4$.
 b. Quel(s) nombre(s) vérifie(nt) l'égalité :
 $x^2 = 0$.
 c. Existe-t-il un nombre x vérifiant l'égalité :
 $x^2 = -1$.
 Justifier votre réponse.
 2. Afficher sur votre calculatrice les résultats des opérations

suivantes :

- a. $\sqrt{-1}$ b. $\sqrt{3-7}$

Exercice réservé 765 

1. Donner les deux nombres solutions de l'équation $x^2 = 4$.
 2. Résoudre les équations suivantes :

- a. $x^2 = 0$ b. $x^2 = -1$
 c. $(x+1)^2 = 0$ d. $(x-1)^2 = 3$

5. Relations multiplicatives et simplifications :

Exercice réservé 755 

Sachant que $\sqrt{196} = 14$, donner la valeur exacte des nombres exactes :

- a. $\sqrt{1,96}$ b. $\sqrt{19600}$ c. $\sqrt{0,0196}$ d. $\sqrt{1960000}$

Exercice réservé 751 

1. Ecrire chacun des nombres ci-dessous sous la forme de produit, où le maximum de facteurs sont des nombres élevés au carré (*exemple* $50 = 5^2 \times 2$)
- a. 75 b. 32 c. 18
 d. 72 e. 1 000 f. 242

2. Donner une écriture simplifiée des racines carrées suivant :

- a. $\sqrt{75}$ b. $\sqrt{32}$ c. $\sqrt{18}$
 d. $\sqrt{72}$ e. $\sqrt{1000}$ f. $\sqrt{242}$

Exercice réservé 782 

Ecrire les radicaux suivant sous la forme $a\sqrt{b}$ avec a et b deux entiers où b est le plus petit possible :

- a. $\sqrt{3^2 \times 2}$ b. $\sqrt{13 \times 4^2}$ c. $\sqrt{12}$
 d. $\sqrt{48}$ e. $\sqrt{1600}$ f. $\sqrt{360}$

Exercice réservé 750 

Ecrire les calculs suivants sous la forme $a\sqrt{b}$ où a et b sont des entiers avec b le plus petit possible :

- | | | |
|---------------------------------|----------------------------------|---------------------------------|
| a. $\sqrt{5} \times \sqrt{30}$ | b. $\sqrt{24} \times \sqrt{6}$ | c. $5\sqrt{2} \times 2\sqrt{2}$ |
| d. $3\sqrt{6} \times 4\sqrt{3}$ | e. $\sqrt{39} \times 2\sqrt{13}$ | f. $2(\sqrt{15})^2$ |

6. Simplifications additives :**Exercice réservé 3832** 

- Simplifier l'écriture de la somme ci-dessous :
 $A = \sqrt{2} + 2\sqrt{2}$
- Simplifier l'expression des racines carrées suivantes :
 $\sqrt{50}$; $\sqrt{32}$
 - Déduire de la question précédente une simplification de la somme :
 $B = \sqrt{50} + \sqrt{32} + \sqrt{2}$
- On considère le nombre : $C = 2\sqrt{27} + 5\sqrt{75}$
Justifier la simplification suivante :
 $C = 31\sqrt{3}$

Exercice réservé 758 

- Ecrire le calcul suivant sous la forme $a\sqrt{3}$ où a est un entier :
 $2\sqrt{48} + 7\sqrt{3} - \sqrt{75}$

- Montrer que A est un nombre entier :

$$\sqrt{63} - 4\sqrt{2} + \sqrt{18} \times \sqrt{2} + 2\sqrt{8} - 3\sqrt{7}$$

Exercice réservé 734 

Donner les expressions ci-dessous sous la forme $a\sqrt{b}$ avec a et b deux entiers où b est le plus petit possible :

- | | | |
|--------------------------|----------------------------|----------------------------|
| a. $\sqrt{3} + \sqrt{3}$ | b. $2\sqrt{5} + 3\sqrt{5}$ | c. $\sqrt{2} - 4\sqrt{2}$ |
| d. $\sqrt{8} + \sqrt{2}$ | e. $\sqrt{27} - 8\sqrt{3}$ | f. $\sqrt{50} - \sqrt{72}$ |

Exercice réservé 785 

Simplifier au maximum l'écriture des calculs suivants :

- | | |
|--|----------------------------|
| a. $\sqrt{3} + 2\sqrt{3}$ | b. $\sqrt{2} + \sqrt{3}$ |
| c. $\sqrt{3} \times \sqrt{6} + \sqrt{2}$ | d. $\sqrt{8} + \sqrt{2}$ |
| e. $\sqrt{2} - 8\sqrt{18} + 4\sqrt{98}$ | f. $\sqrt{216} - \sqrt{6}$ |

7. Simplifications :**Exercice réservé 741**  

On considère les nombres :

$$C = 5\sqrt{3} + 2\sqrt{27} \quad ; \quad D = 3\sqrt{2} \times \sqrt{6}$$

Ecrire les nombres C et D sous la forme $a\sqrt{3}$, a étant un nombre entier.

Exercice réservé 777 

Simplifier au maximum l'écriture des calculs suivants :

$$A = \sqrt{63} + 4\sqrt{28} - 9\sqrt{175} \quad ; \quad B = \frac{\sqrt{15} \times \sqrt{35}}{\sqrt{7}}$$

$$C = -\frac{\sqrt{150}}{\sqrt{3}} + 2\sqrt{8} - 7\sqrt{72}$$

Exercice réservé 761 

Ecrire toutes les expressions sous la forme $a\sqrt{b}$ avec b entier le plus petit possible :

- | | |
|----------------------------------|---|
| a. $\sqrt{75}$ | b. $\frac{\sqrt{48}}{\sqrt{16}}$ |
| c. $\sqrt{3} + 5\sqrt{3}$ | d. $\sqrt{2} + \sqrt{8}$ |
| e. $5\sqrt{2} \times 4\sqrt{18}$ | f. $\sqrt{27} + 3\sqrt{12} - 5\sqrt{75}$ |
| g. $7\sqrt{6} - 3\sqrt{24}$ | h. $\sqrt{10} \times \sqrt{18} + 3\sqrt{5}$ |

8. Des calculs et des racines carrées :**Exercice réservé 744** 

Donner le résultat des calculs suivants sous la forme $a + b\sqrt{c}$, où a et b sont des nombres relatifs et où c est un nombre entier positif le plus petit possible.

- | | |
|---|--|
| a. $\sqrt{5} \times (2\sqrt{15} - 3\sqrt{5})$ | b. $(2\sqrt{3} + 1)^2$ |
| c. $(\sqrt{2} - \sqrt{3})(\sqrt{2} + \sqrt{3})$ | d. $(4\sqrt{5} - 3\sqrt{3})(\sqrt{3} + 2\sqrt{5})$ |

Exercice réservé 731 

Développer les calculs ci-dessous et donner leurs résultats

sous la forme $a + b\sqrt{c}$, où a, b, c sont des entiers avec c le plus petit possible :

- a. $(3 - \sqrt{2})^2$ b. $(1 + 2\sqrt{3})^2$
 c. $(6 - 3\sqrt{5})(6 + 3\sqrt{5})$ d. $(\sqrt{3} + \sqrt{2})(2\sqrt{2} + 3\sqrt{3})$

Exercice réservé 736 

Calculer et simplifier au maximum l'écriture des racines suivantes :

- a. $(3 + \sqrt{2})\sqrt{2}$ b. $(2 + \sqrt{3})(1 - \sqrt{2})$
 c. $(\sqrt{2} - \sqrt{3})^2$ d. $(3\sqrt{5} + \sqrt{2})^2$
 e. $(2 - \sqrt{5})(2 + \sqrt{5}) + 1$

Exercice réservé 783  

- Développer : $A(x) = (2x+1)(2x-1)$.
- Calculer $A(x)$ pour $x = \sqrt{5}$

9. Racine carré, fractions, puissance :

Exercice réservé 743  

On donne :

$$A = \frac{7}{3} - \frac{2}{3} \div \frac{8}{7} ; B = \sqrt{12} - 7\sqrt{3} - \sqrt{75}$$

$$C = \frac{0,3 \times 10^2 \times 5 \times 10^{-3}}{4 \times 10^{-4}}$$

- Calculer A et donner le résultat sous la forme d'une fraction irréductible.
- Ecrire B sous la forme $a\sqrt{b}$, où a est un entier relatif et b un entier naturel le plus petit possible.
- Calculer C et donner son écriture scientifique

Exercice réservé 767  

Les calculs intermédiaires doivent figurer sur la copie

- Ecrire sous la forme $a\sqrt{3}$, a étant un entier, le nombre :
 $A = \sqrt{75} + 4\sqrt{12}$
- Prouver que :
 a. $\frac{2 + \frac{3}{4}}{\frac{3}{4} - 5} = -\frac{11}{17}$ b. $\frac{35 \times 10^{22} \times 2 \times (10^{-2})^6}{42 \times 10^{10}} = \frac{5}{3}$

Exercice réservé 2334  

On donne les nombres :

$$A = \frac{3}{7} - \frac{2}{7} \times \frac{21}{8} ; B = \frac{3 \times 10^2 \times 1,8 \times 10^{-3}}{6 \times 10^4}$$

$$C = \sqrt{12} - 5\sqrt{75} + 2\sqrt{147}$$

- Calculer A et donner le résultat sous la forme d'une fraction irréductible.
Ecrire toutes les étapes du calcul.
- a. Donner l'écriture décimale de B .

- Expliquer comment on peut utiliser la première question pour calculer :

$$20001 \times 19999$$

Exercice réservé 2328  

On donne :

$$E = \frac{2}{3} + \frac{17}{2} \times \frac{4}{3} ; F = \frac{\sqrt{6} \times \sqrt{3} \times \sqrt{16}}{\sqrt{2}}$$

- Démontrer que les nombres E et F sont égaux.
- On donne $G = (10^{-1} + a) \times 10^2$. Calculer le nombre a pour que l'égalité $E = G$ soit vraie.

Exercice réservé 3909  

Ecrire B et C sous la forme, $a\sqrt{b}$, avec a et b nombres entiers (b étant le plus petit possible).

$$B = 3\sqrt{5} - 2\sqrt{45} + \sqrt{500} ; C = (\sqrt{3} + 4)^2 - 19$$

- Exprimer B en écriture scientifique.

- Ecrire C sous la forme $a\sqrt{3}$, où a est un nombre entier.

Exercice réservé 790 

- On donne : $A = \frac{\frac{2}{3} + 3}{\frac{1}{3} + 5}$

Ecrire A sous la forme d'une fraction irréductible.

- On donne : $B = 2\sqrt{50} - 3\sqrt{8} + 7\sqrt{18}$
Ecrire B sous la forme $a\sqrt{2}$, avec a un nombre entier.
- On donne : $C = \frac{2,6 \times 10^2 \times 1,7 \times 10^2}{0,2 \times 10^5 \times 10^3}$

Donner l'écriture scientifique de C .

Exercice réservé 627  

- On considère les deux expressions :

$$A = \left(\frac{3}{5} - \frac{1}{2}\right) \times \frac{5}{2} ; B = \frac{16 \times 10^{-1} \times 2}{(10^3)^2 \times 10^{-8} \times 80}$$

- Calculer A et donner le résultat sous la forme d'une fraction irréductible.
 - Vérifier que B est un nombre entier
Ecrire les étapes du calcul.
 - Brice affirme que " A est l'opposé de B ".
Est-ce vrai? Justifier.
- On considère les deux expressions :

$$C = 2\sqrt{24} + \sqrt{96} - \sqrt{600} ; D = (\sqrt{3} - \sqrt{2})(\sqrt{3} + 5\sqrt{2})$$

- Mettre C sous la forme $a\sqrt{6}$, avec a entier relatif
- Développer et réduire D .

Exercice réservé 753  

1. On donne $A = \frac{3}{7} - \frac{15}{7} \div \frac{5}{24}$.

Calculer A et donner le résultat sous la forme d'une fraction irréductible.

2. On donne :

$$B = \sqrt{300} - 4\sqrt{27} + 6\sqrt{3} \quad ; \quad C = (5 + \sqrt{3})^2$$

10. Racine carré et PGCD :

Exercice réservé 5320

1. Déterminer le *PGCD* des deux entiers 1323 et 243.

2. Donner la forme simplifiée de la fraction $\frac{\sqrt{1323}}{\sqrt{243}}$

Exercice réservé 5321

1. Déterminer le *PGCD* des deux entiers 343 et 175.

2. Donner la forme simplifiée de la fraction $\frac{\sqrt{343}}{\sqrt{175}}$

Exercice réservé 5322

1. Déterminer le *PGCD* des deux entiers 847 et 63.

$$D = (\sqrt{2} + \sqrt{5})(\sqrt{2} - \sqrt{5})$$

a. Ecrire B sous la forme $b\sqrt{3}$, où b est un nombre entier.

b. Ecrire C sous la forme $e + f\sqrt{3}$, avec e et f entiers.

c. Montrer que D est un nombre entier.

2. Ecrire le nombre A sous la forme $a\sqrt{b}$:

$$A = \sqrt{847} + \sqrt{63}$$

Exercice réservé 5323

1. Déterminer le *PGCD* des deux entiers 567 et 175.

2. Ecrire le nombre A sous la forme $a\sqrt{b}$:

$$A = \sqrt{567} + \sqrt{175}$$

Exercice réservé 773

1. Sans calculer leur *PGCD*, dire pourquoi les entiers 648 et 972 ne sont pas premiers entre eux.

2. a. Calculer $\text{pgcd}(972; 648)$.

b. Prouver que : $\sqrt{648} + \sqrt{972} = 18(\sqrt{3} + \sqrt{2})$

11. Problèmes :

Exercice réservé 739

On considère un disque ayant une aire égale à 235 cm^2 .

Déterminer le rayon de ce disque au millimètre près.

Rappel : soit r le rayon du disque et \mathcal{A} son aire. On a :

$$\mathcal{A} = \pi r^2$$

Exercice réservé 732

On dispose d'un tissu de 15m de long et de 3m de large.

On souhaite avec ce tissu faire un carré. Quel est le plus grand carré que l'on puisse faire avec?

Exercice réservé 764

Voilà la formule qui donne la distance d en mètres parcourues par un parachutiste en chute libre durant un temps t exprimé en secondes (*en ne tenant pas compte de la résistance à l'air*)

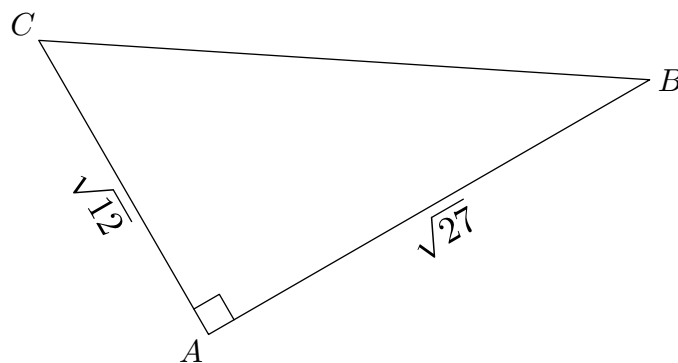
$$d = \frac{9,81}{2} t^2$$

1. Calculer le temps pour que le parachutiste fasse un saut de 50 m

2. Même question avec un saut de 4000 m

Exercice réservé 3833

On considère le triangle ABC représenté ci-dessous dont certaines mesures de ses côtés sont portées sur la figure :

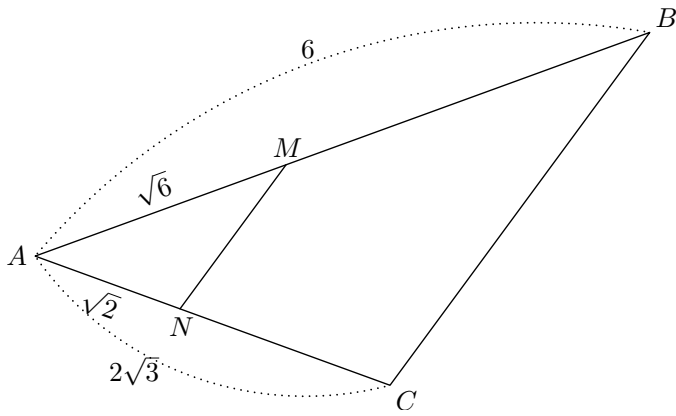


Déterminer l'aire de ce triangle.

Exercice réservé 5239

On considère le triangle ABC où M est un point de $[AB]$ et N est un point de $[AC]$. On a les mesures suivantes :

$$AB = 6 \quad ; \quad AC = 2\sqrt{3} \quad ; \quad AM = \sqrt{6} \quad ; \quad AN = \sqrt{2}$$

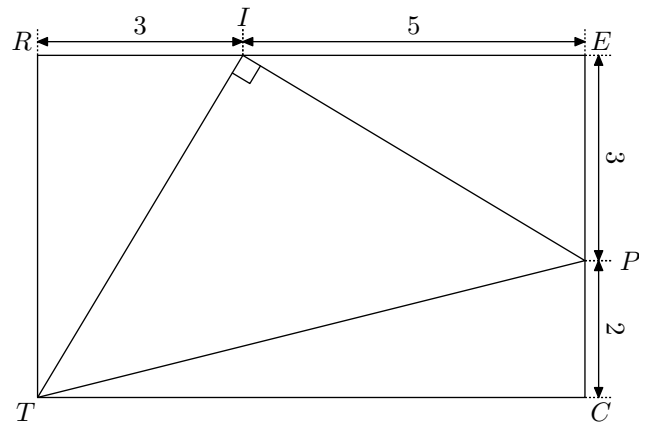


Montrer que les droites (BC) et (MN) sont parallèles.

Exercice réservé 774



L'unité de longueur est le centimètre. $RECT$ est un rectangle.



- Calculer le périmètre du triangle TIP .
- Deux élèves ont calculé le périmètre du triangle TIP .
 - Marcel a trouvé : $2\sqrt{17}(\sqrt{2}+1)$.
 - Paul a trouvé : $2\sqrt{34}\left(1+\frac{1}{\sqrt{2}}\right)$.

La réponse de Marcel est-elle exacte?
La réponse de Paul est-elle exacte?

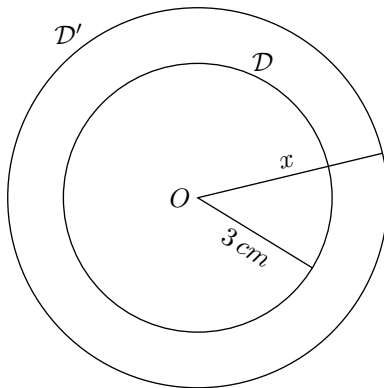
12. Problèmes H :

Exercice réservé 768



On considère deux disques \mathcal{D} et \mathcal{D}' de centre O . Le disque \mathcal{D} a pour rayon 3 cm .

- Donner l'aire exacte du disque \mathcal{D} , puis arrondi au dixième de cm^2 près.
- Quel doit être le rayon du disque \mathcal{D}' afin que l'aire du disque \mathcal{D}' soit le double de celle du disque \mathcal{D} .



- Donner un programme de tracés permettant d'obtenir le disque \mathcal{D}' à partir du disque \mathcal{D} à l'aide de la règle non-graduée et du compas.

13. Angles remarquables H :

Exercice réservé 747



- Tracer le triangle ABC équilatéral de côtés 6 cm .
 - Tracer la médiatrice (d) du segment $[AC]$ au compas. Nommer le point I , le point d'intersection de (d) avec $[AC]$.
 - Vérifier que la médiatrice est aussi la hauteur.
- Donner toutes les valeurs exactes des longueurs du triangle AIB .
- Donner la mesure de chacun des angles du triangle AIB . Justifier, puis les marquer sur votre dessin.

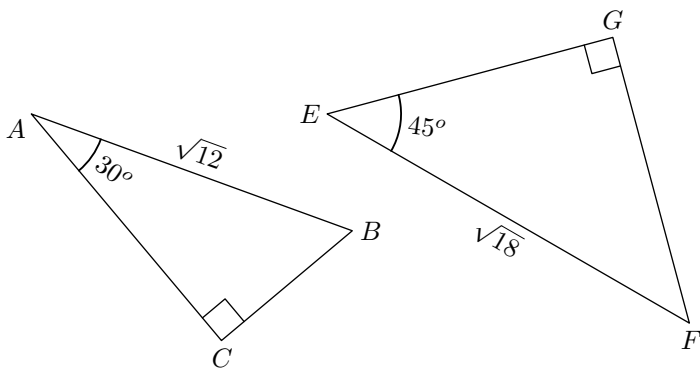
- Compléter le tableau suivant avec des valeurs exactes :

	30°	60°
sin		
cos		
tan		

Exercice réservé 3876



On considère les deux triangles ABC et EFG rectangles respectivement en C et G représentés ci-dessous :



- Par suppléantarité des angles d'un triangle, déterminer la mesure de l'angle \widehat{ABC} .
 - Déterminer la mesure des longueurs BC et AC .
- Justifier que le triangle EFG est un triangle isocèle rectangle.
 - Déterminer la mesure de la longueur EG .

On rappelle le tableau des rapports trigonométriques des angles remarquables :

	0°	30°	45°	60°	90°
sin	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
cos	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0
tan	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	

Exercice réservé 745

Soit ABC un triangle isocèle rectangle en B et tel que $AB = 4 \text{ cm}$.

- Tracer la figure, puis donner, sans justification, la valeur de chacun des angles du triangle ABC .

14. Un peu plus loin

Exercice réservé 740

On considère l'expression : $E = (\sqrt{7}+1)^2 + (\sqrt{7}-1)^2$

- Après avoir développé les carrés, montrer que E est un nombre entier.
- En déduire la nature d'un triangle dont les côtés mesurent respectivement, en centimètres, $\sqrt{7}+1$, $\sqrt{7}-1$ et 4 ; justifier votre réponse.

255. Exercices non-classés :

Exercice réservé 5688

- Donner la valeur exacte de la tangente d'un angle de 45° .

- Donner la mesure exacte du segment $[AC]$.
 - Donner la valeur exacte du sinus et du cosinus de 45° .

Exercice réservé 3908

L'unité de longueur est le centimètre.

- Construire un triangle DOS tel que :
 $DS = DO = 6 \text{ cm}$; $\widehat{ODS} = 120^\circ$
 Quel est la nature du triangle DOS ? Justifier.
- Dans le triangle DOS , tracer la hauteur issue de D . Elle coupe $[OS]$ en H .
 - Placer le point H sur la figure.
 - Calculer la valeur exacte de OH .
 - En déduire que : $OS = 6\sqrt{3} \text{ cm}$.
- Dans le triangle DOS , la hauteur issue de S intercepte la droite (OD) au point I .
 - Placer le point I sur la figure.
 - Déterminer la valeur exacte de OI .

On donne le tableau ci-dessous des valeurs exactes des rapports trigonométriques pour les angles remarquables :

x	$\sin x$	$\cos x$	$\tan x$
30°	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{3}$
45°	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	1
60°	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\sqrt{3}$

Exercice réservé 733

Ecrire les fractions suivantes sans radical au dénominateur :

a. $\frac{1}{\sqrt{3}}$ b. $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$ c. $\frac{\sqrt{28}}{\sqrt{7}}$

Exercice réservé 775

Enlever les racines du dénominateur des nombres suivants :

a. $\frac{2}{\sqrt{2}}$ b. $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$ c. $\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{15}}$ d. $\sqrt{\frac{2}{18}}$ e. $\sqrt{\frac{27}{3}}$

Construire un carré dont l'aire est égale à la somme des aires des deux carrés représentés ci-contre.

Laisser apparentes toutes vos traces de recherche. Même si le travail n'est pas terminé, il en sera tenu compte dans la notation.

