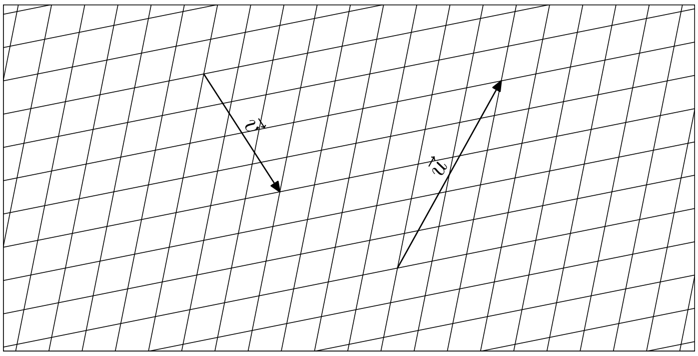
Terminale S/Géométrie dans l'espace

1. Rappels :

Exercice 2439

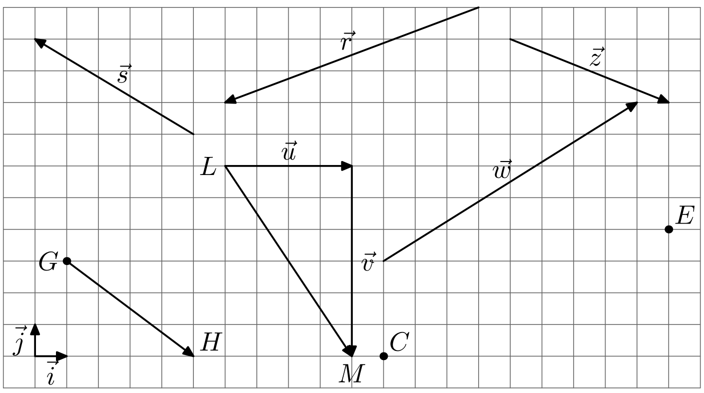
On considère, dans le plan, les deux vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ ci-dessous :



1. Tracer dans le quadrillage un représentant $\vec{w}$ de la somme $\vec{u}+\vec{v}$.
2. Tracer dans le quadrillage un représentant $\vec{y}$ de la différence $\vec{u}-\vec{v}$.
3. Tracer dans le quadrillage un représentant $\vec{z}$ de la combinaison linéaire suivante : $2\,\vec{u}+3\,\vec{v}$.

Exercice 2441

1. a. Placer le point D tel que : $\overrightarrow{CD}=-3\cdot\vec{i}+2\cdot\vec{j}$.
   b. Placer le point F tel que : $\overrightarrow{EF}=-3\cdot\vec{i}-4\cdot\vec{j}$
2. Compléter l'égalité suivante :
   $$\overrightarrow{GH}=\ldots\cdot\vec{i}+\ldots\cdot\vec{j}$$
3. Compléter les pointillés suivants :
   a. $\vec{u}=\ldots\cdot\vec{i}$
   b. $\vec{v}=\ldots\cdot\vec{j}$
   c. $\overrightarrow{LM}=\ldots\cdot\vec{i}+\ldots\cdot\vec{j}$
   d. $\vec{w}=\ldots\cdot\vec{i}+\ldots\cdot\vec{j}$
   e. $\vec{z}=\ldots\cdot\vec{i}+\ldots\cdot\vec{j}$
   f. $\vec{r}=\ldots\cdot\vec{i}+\ldots\cdot\vec{j}$
   g. $\vec{s}=\ldots\cdot\vec{i}+\ldots\cdot\vec{j}$



Exercice 2442

1. Montrer que les vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont colinéaires en précisant le coefficient de colinéarité de $\vec{u}$ et de $\vec{v}$:
   a. $\dfrac{1}{2}\cdot\vec{u}=\dfrac{3}{4}\cdot\vec{v}$
   b. $3\cdot\vec{u}-2\cdot\vec{v}=\vec{0}$
   c. $3\cdot\left(\vec{u}-2\,\vec{v}\right)=\vec{0}$
   d. $-2\cdot\left(\vec{u}+\vec{v}\right)=2\cdot\vec{u}+3\cdot\vec{v}$
2. Parmi les couples de vecteurs ci-dessous, lesquels sont colinéaires entre eux. On précisera alors le coefficient de proportionnalité de $\vec{u}$ et de $\vec{v}$:
   a. $\vec{u}\,(3\,;2)$ et $\vec{v}\,(9\,;4)$
   b. $\vec{u}\,(2\,;3)$ et $\vec{v}\,(4{,}2\,;6{,}3)$
   c. $\vec{u}\,(-1\,;2)$ et $\vec{v}\,(4\,;-8)$
   d. $\vec{u}\,(0{,}7\,;4{,}1)$ et $\vec{v}\,(-2{,}8\,;16{,}4)$
3. Pour deux vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ colinéaires, comparer le coefficient de colinéarité de $\vec{v}$ et de $\vec{u}$ relativement au coefficient de colinéarité de $\vec{u}$ et de $\vec{v}$.

Exercice 2440

Soit $ABCD$ un parallélogramme. On note I le milieu de $[AB]$ et J le milieu de $[DC]$.

Déterminer un vecteur résultant de chacune des expressions :

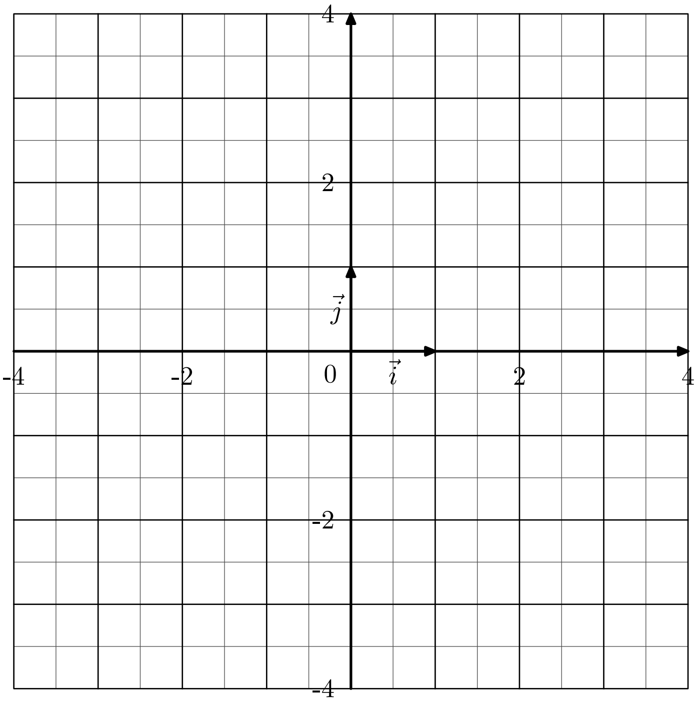
a. $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{IJ}-\overrightarrow{DJ}$ b. $\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{JA}$ c. $\overrightarrow{AI}+\overrightarrow{AD}$

Exercice 2443

Soit A, B, C trois points du plan vérifiant la relation :
$$-\frac{1}{2}\cdot\overrightarrow{AB}+\frac{5}{2}\cdot\overrightarrow{BC}-\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{CB}=\vec{0}$$
Montrer que les points A, B, C sont alignés.

Exercice 2444

On considère le plan muni d'un repère orthogonal :



1. Placer les points suivants :
   $A(-3\,;-3)$; $B(3\,;-1)$; $C(-1.5\,;1)$

2. a. Déterminer les coordonnées du point I milieu du segment $[AB]$.
   b. Déterminer les coordonnées du point J milieu du segment $[AC]$.
   c. Placer sur la figure les points I et J ainsi que le centre de gravité G du triangle ABC.
   d. Déterminer la longueur IC.

3. On considère le point $M(-0{,}5\,;-1)$ du plan
   a. Déterminer les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{CM}$ et $\overrightarrow{CI}$.
   b. Montrer que les points C, M, I sont alignés.
   c. En utilisant le coefficient de colinéarité entre les deux vecteurs $\overrightarrow{CI}$ et $\overrightarrow{CM}$, en déduire que les points M et G sont confondus.

Indication :

On rappelle que le centre de gravité d'un triangle est le point de concourance des médianes du triangle.
Le centre de gravité d'un triangle possède la propriété métrique suivante :
"*Le centre de gravité est situé sur chaque médiane au* $^2\!/_3$ *de celle-ci en partant du sommet*"

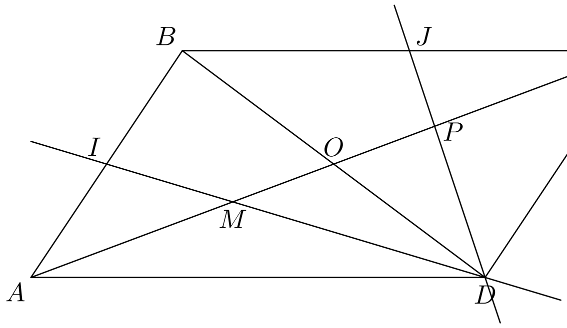
Exercice 2767

On considère le plan muni d'un repère $(O\,;I\,;J)$ orthonormé, le cercle $\mathscr{C}$ de centre $K(2\,;1)$ et de rayon $2{,}5$, et le point $A\left(0\,;\dfrac{5}{2}\right)$

1. Montrer que le point A appartient au cercle $\mathscr{C}$.
2. Déterminer les coordonnées du point B, appartenant au cercle $\mathscr{C}$, diamétralement opposé au point A.
3. Soit $C\left(\dfrac{3}{2}\,;1-\sqrt{6}\right)$, justifier que le triangle ABC est rectangle en C.
4. Déterminer les coordonnées d'un point du cercle $\mathscr{C}$, dont l'abscisse vaut $\dfrac{5}{2}$

Exercice réservé 2445

Soit $ABCD$ un parallélogramme non aplati de centre O. I est le milieu de $[AB]$ et J le milieu de $[BC]$.
La droite (DI) coupe (AC) en M et la droite (DJ) coupe (AC) en P.
Le but du problème est de démontrer que :
$AM = MP = PC$



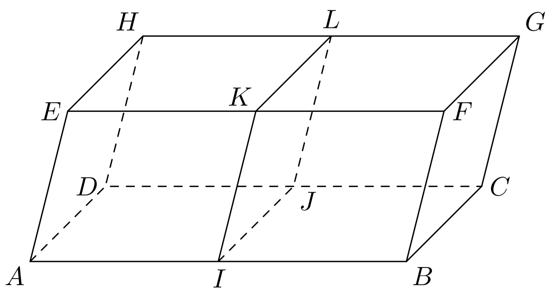
On utilisera tout au long de l'exercice le repère $(A\,;\overrightarrow{AI}\,;\overrightarrow{AC})$:

1. Déterminer, par lecture graphique, les coordonnées des points A, I, C et B.
2. En déduire les coordonnées des points J et D *(on remarquera que $\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{BC}$)*
3. Déterminer l'abscisse des points M et P.
4. En utilisant la colinéarité des vecteurs $\overrightarrow{DM}$ et $\overrightarrow{DI}$, déterminer l'ordonnée m de M.
5. Déterminer l'ordonnée p de P.
6. Comparer les vecteurs $\overrightarrow{AM}$, $\overrightarrow{MP}$ et $\overrightarrow{PC}$.
   En déduire que : $AM=MP=PC$.

2. Vecteurs de l'espace :

Exercice 2759

Dans l'espace, on considère le parallélépippède $ABCDEFGH$. On note I, J, K, L les milieux respectifs des arêtes $[AB]$, $[CD]$, $[EF]$, $[GH]$.



1. a. Donner tous les vecteurs égaux au vecteur $\overrightarrow{AJ}$.

   b. Donner tous les vecteurs égaux au vecteur $\overrightarrow{ED}$.

   c. Donner tous les vecteurs égaux au vecteur $\overrightarrow{DK}$.

2. Donner un représentant de chaque somme suivante :

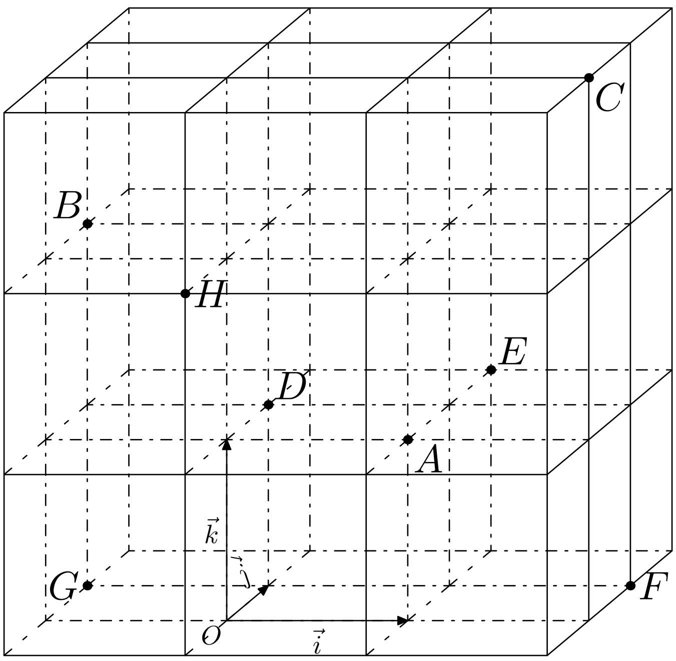
   a. $\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{LF}=\overrightarrow{\ldots}$

   b. $\overrightarrow{DI}+\overrightarrow{BF}+\overrightarrow{HI}=2\cdot\overrightarrow{\ldots}$

   c. $\overrightarrow{HB}+\overrightarrow{CD}=\overrightarrow{\ldots B}$

Exercice 2771

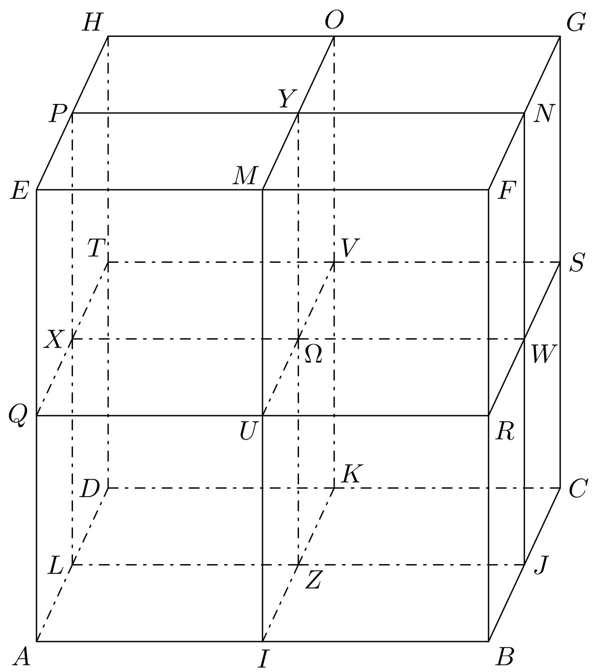
L'espace est muni d'un repère $\left(O\,;\,\vec{i}\,;\,\vec{j}\,;\,\vec{k}\right)$; ce repère et le quadrillage associé est représenté ci-dessous :



Déterminer les coordonnées des points A, B, C, D, E, F, G, H.

Exercice réservé 2760

Le cube représenté ci-dessous est composé de 8 petits cubes identiques et juxtaposés :



1. Dans chaque question, déterminer le vecteur, ayant pour origine A représentant la somme :

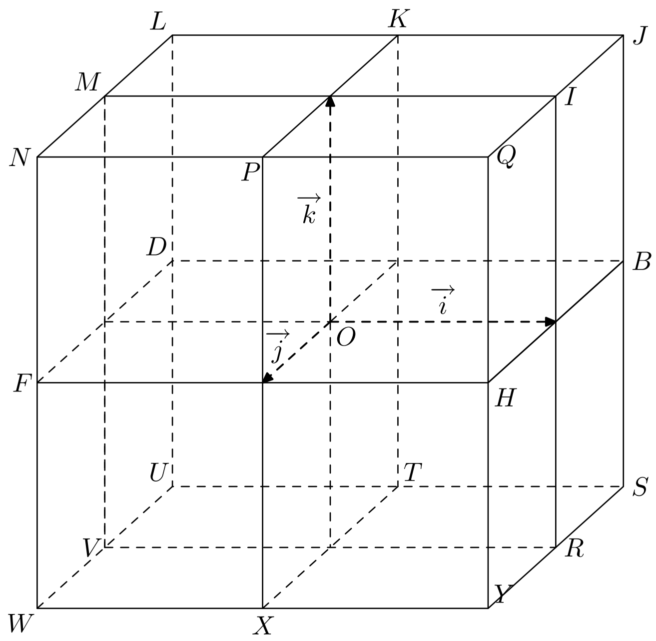
   a. $\overrightarrow{MY}+\overrightarrow{KW}$
   b. $\overrightarrow{A\Omega}+\overrightarrow{VS}+\overrightarrow{CX}$
   c. $\overrightarrow{\Omega H}+\overrightarrow{ZE}+\overrightarrow{QC}$
   d. $\overrightarrow{AG}+\overrightarrow{BH}+\overrightarrow{OI}$

2. Dans chaque question, déterminer le vecteur, ayant pour extrémité A, représentant la somme :

   a. $\overrightarrow{U\Omega}+\overrightarrow{VL}$
   b. $\overrightarrow{LZ}+\overrightarrow{XZ}+\overrightarrow{SX}$
   c. $\overrightarrow{YQ}+\overrightarrow{AY}+\overrightarrow{SA}$
   d. $\overrightarrow{X\Omega}+\overrightarrow{XH}+\overrightarrow{GZ}$

Exercice 4180

Dans l'espace $\left(O\,;\,\vec{i}\,;\,\vec{j}\,;\,\vec{k}\right)$, on considère les cubes ci-dessous :



1. Quels points de la figure vérifient $y\geqslant 0$?

2. a. Le pavé droit $PQJKXYST$ est-il inclus dans le demi-espace défini par l'inéquation : $x\geqslant 0$

   b. Le pavé droit $FDBHWUSY$ est-il inclus dans le demi-espace défini par l'inéquation : $z\geqslant 0$

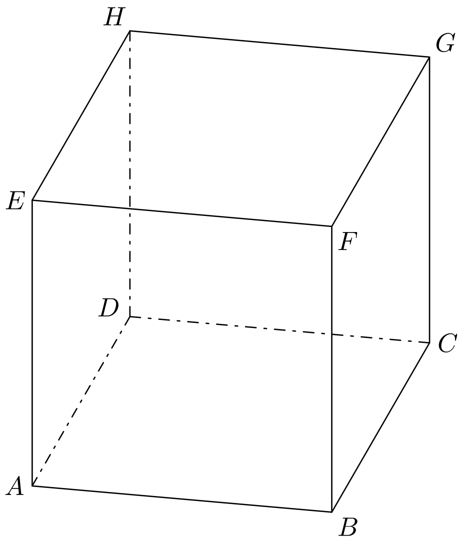
3. Décrire les demi-espaces suivants :

   a. $x\leqslant 0$
   b. $z\geqslant 0$
   c. $y-z\leqslant 0$

3. Position relative :

Exercice 6816

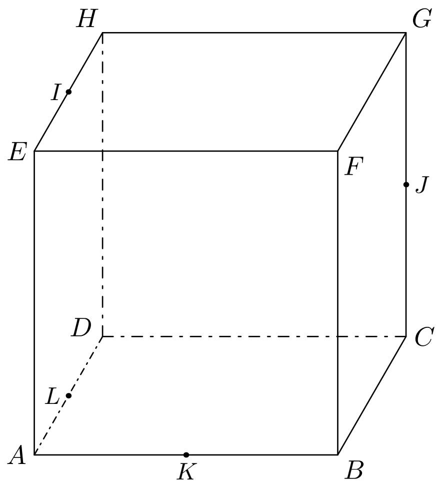
On considère le cube $ABCDEFGH$ représenté ci-dessous :



1. Donner la position relative des couples de droites suivants :
   - a. (EH) et (BC)
   - b. (EB) et (FA)
   - c. (BA) et (EG)
   - d. (EC) et (AG)
2. Donner la position relative des couples de droite et plan suivants :
   - a. (EH) et (AFG)
   - b. (HD) et (FAG)
   - c. (FA) et (DHG)
   - d. (BC) et (HFA)
3. Donner la position relative des plans suivants :
   - a. (HED) et (BCF)
   - b. (HGA) et (DCB)

Exercice réservé 6817

Dans l'espace considérons le cube $ABCDEFGH$ et les points I, J, K, L milieux respectifs des segments $[EH]$, $[CG]$, $[AB]$, $[AD]$.

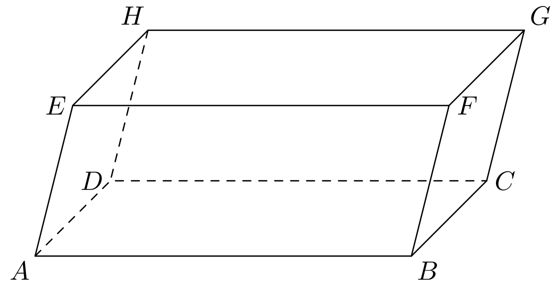


Donner les positions relatives des couples de droites suivantes :

- a. (IL) et (FB)
- b. (AG) et (KJ)
- c. (KL) et (HF)
- d. (EL) et (HD)

Exercice 2885

On considère le parallélépipède $ABCDEFGH$ représenté ci-dessous :

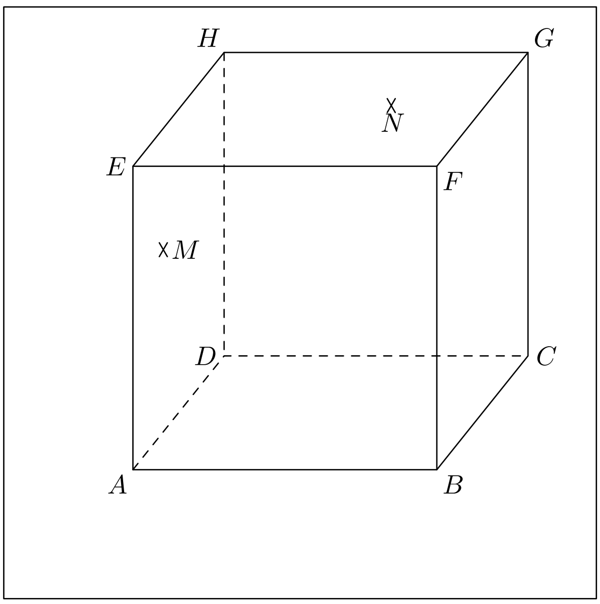


Notons O le milieu du segment $[AG]$:

1. Démontrer que le point O est milieu du segment $[EC]$.
2. Démontrer que le point O est milieu du segment $[HB]$.

Exercice 2775

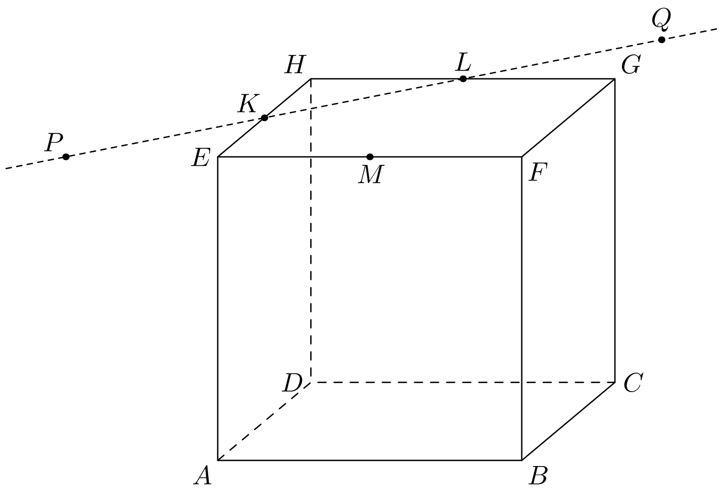
On considère le cube $ABCDEFGH$ et les points M et N de l'espace.



1. Supposons le point M appartenant au plan (EFB) ; justifier que les droites (AD) et (HM) sont non-coplanaires.
2. Supposons le point M appartenant au plan (EHD) :
   - a. Justfier que les droites (AD) et (HM) sont coplanaires.
   - b. Placer le point L intersection des droites (AD) et (HM).
3. Suivant la position du point N dans l'espace, préciser si les droites (GF) et (HN) sont coplanaires ; si oui, placer leur point d'intersection :
   - a. $N \in (HEF)$
   - b. $N \in (HDC)$

Exercice réservé 2795

On considère le cube $ABCDEFGH$. Les points K, L, M sont les milieux respectifs des arêtes $[EH]$, $[HG]$, $[EF]$.



Les points P et Q représentent l'intersection de la droite (KL) respectivement avec les plans (ABF) et (CBF).

1. a. Justfier que le point P est l'intersection des droites (EF) et (KL).

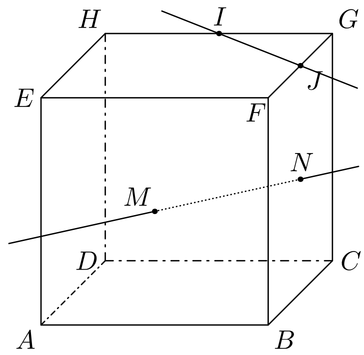
   b. En déduire que le point K est le milieu du segment $[PL]$.

On admet que par un raisonnement similaire, le point L est le milieu du segment $[KQ]$:

2. Justfier l'égalité vectorielle suivante : $\overrightarrow{PQ} = \frac{3}{2} \cdot \overrightarrow{AC}$

Exercice réservé 6815

La figure ci-dessous représente un cube $ABCDEFGH$. Les points I et J sont les milieux respectifs des arêtes $[GH]$ et $[FG]$. Les points M et N sont les centres respectifs des faces $ABFE$ et $BCGF$.



Parmi les propositions suivantes, une seule est exacte. Laquelle?

a. Les droites (IJ) et (MN) sont perpendiculaires.

b. Les droites (IJ) et (MN) sont sécantes, non perpendiculaires.

c. Les droites (IJ) et (MN) sont orthogonales.

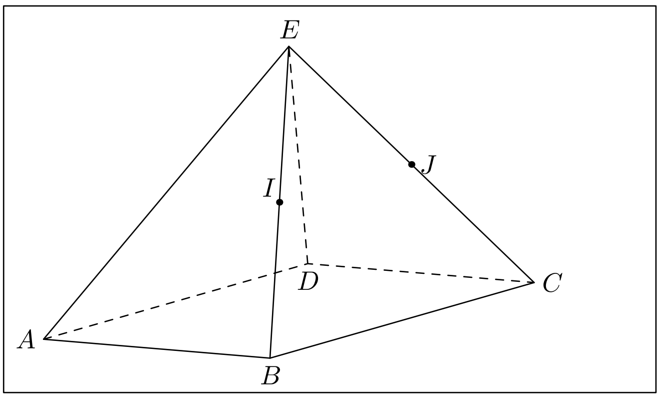
d. Les droites (IJ) et (MN) sont parallèles.

Justifier votre réponse.

4. Parallélisme :

Exercice 2766

La figure ci-dessous représente la pyramide $ABCDE$ à base carrée ; les points I et J représentent les milieux respectifs des arêtes $[BE]$ et $[CE]$.



1. Justifier que les points A, D, I, J sont coplanaires.

2. a. Justifier que les droites (AI) et (DJ) sont sécantes.

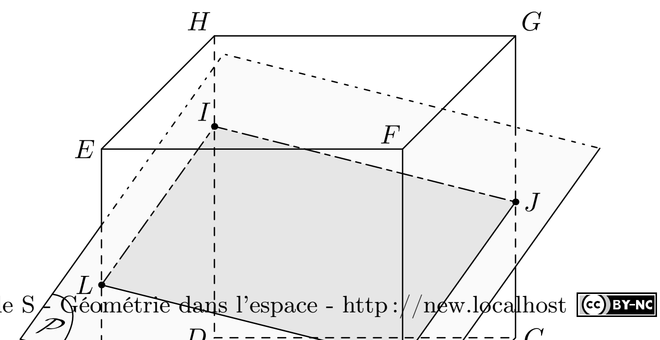
   b. On note M leur point d'intersection. Placer le point M dans la figure ci-dessus.

3. En déduire la droite d'intersection des plans (ABE) et (CDE).

5. Règles d'incidence :

Exercice 2768

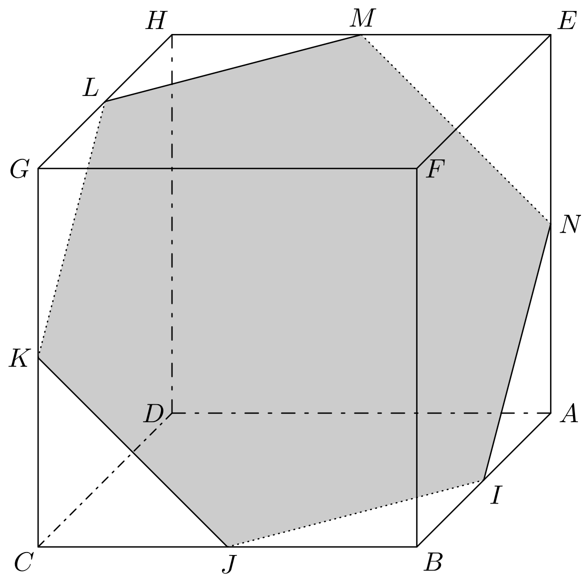
$ABCDEDFGH$ est un cube ; on considère le plan $(\mathcal{P})$ dont la section avec le cube est le quadrilatère $IJKL$



Justifier que $IJKL$ est un parallélogramme.

Exercice réservé 6885

$ABCDEFGH$ est un cube d'arête égale à 1.



Soit I le milieu de $[AB]$.

Soit $\mathcal{P}$ le plan parallèle au plan (BGE) et passant par le point I.

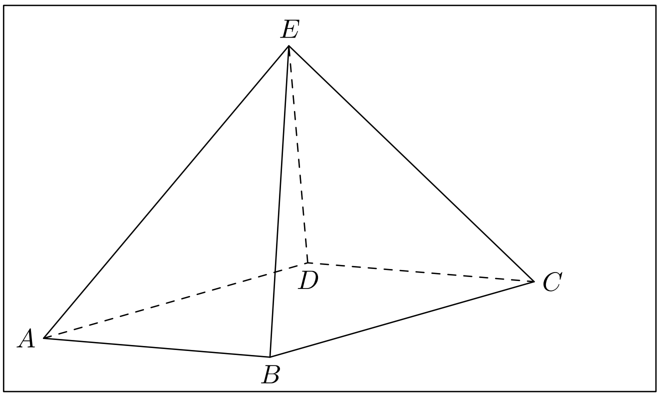
On admet que la section du cube par le plan $\mathcal{P}$ représentée ci-dessus est un hexagone dont les sommets I, J, K, L, M et N appartiennent respectivement aux arêtes $[AB]$, $[BC]$, $[CG]$, $[GH]$, $[HE]$ et $[AE]$.

Montrer que le point N est le milieu du segment $[AE]$.

6. Théorème du toit :

Exercice 5404

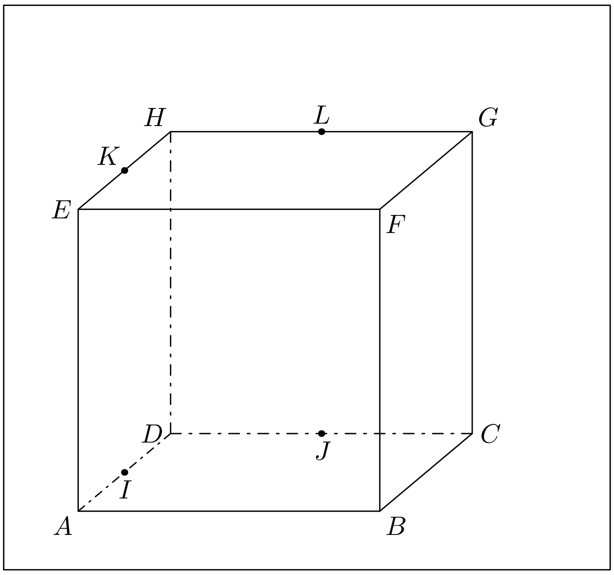
On considère la pyramide $ABCDE$, représentée ci-dessous, à base carrée :



1. Déterminer la position de la droite (d) intersection des plans (ABE) et (CDE).
2. Représenter la droite (d).

Exercice réservé 2796

On considère le cube $ABCDEFGH$. Les points I, J, K, L sont les milieux respectifs des arêtes $[AD]$, $[DC]$, $[EH]$, $[HG]$.



Le point Q est le point d'intersection de la droite (KL) et du plan (CBF).

Le point S est le point d'intersection de la droite (IJ) et du plan (CBF).

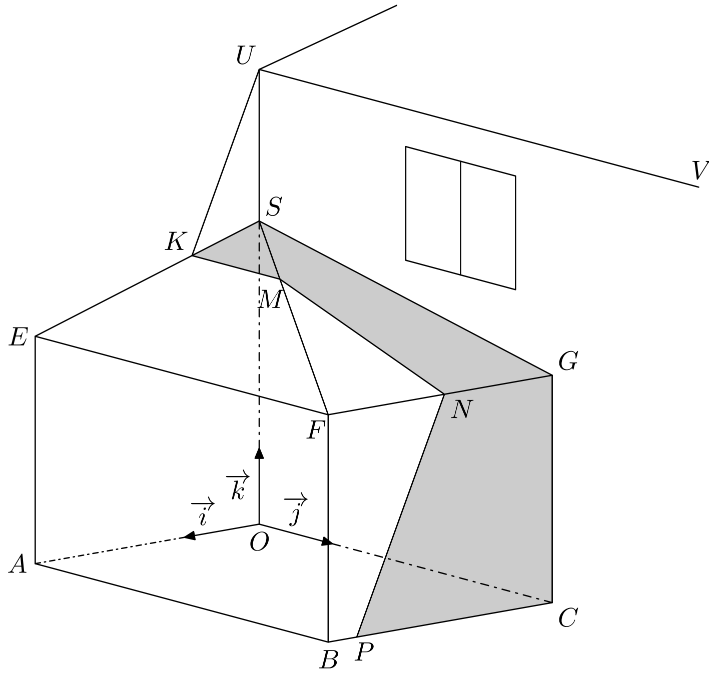
1. Placer les points Q et S sur la figure.
2. Justifier que les droites (QB) et (FS) sont coplanaires et sécantes. On note M leur point d'intersection.
3. En déduire le tracé de la droite (d) intersection des plans (KLB) et (FIJ).

7. Sections de solides :

Exercice 6961

Un particulier s'intéresse à l'ombre portée sur sa future véranda par le toit de sa maison quand le soleil est au zénith. Cette véranda est schématisée ci-dessous en perspective cavalière dans un repère orthonormé $\left(O\,;\,\overrightarrow{i}\,;\,\overrightarrow{j}\,;\,\overrightarrow{j}\right)$. Le toit de la véranda est constitué de deux faces triangulaires SEF et SFG.

- Les plans (SOA) et (SOC) sont perpendiculaires.
- Les plans (SOC) et (EAB) sont parallèles, de même que les plans (SOA) et (GCB).
- Les arêtes $[UV]$ et $[EF]$ des toits sont parallèles.



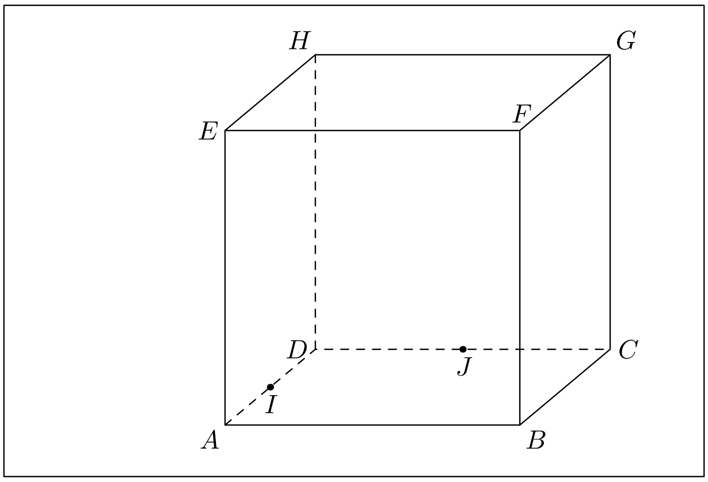
Sans calcul, justifer que :

1. le segment $[KM]$ est parallèle au segment $[UV]$;
2. le segment $[NP]$ est parallèle au segment $[UK]$.

8. Tracés de sections de solides :

Exercice 2794

On considère le cube $ABCDEFGH$ ci-dessous et les points I, J milieux respectifs des arêtes $[AD]$ et $[DC]$:

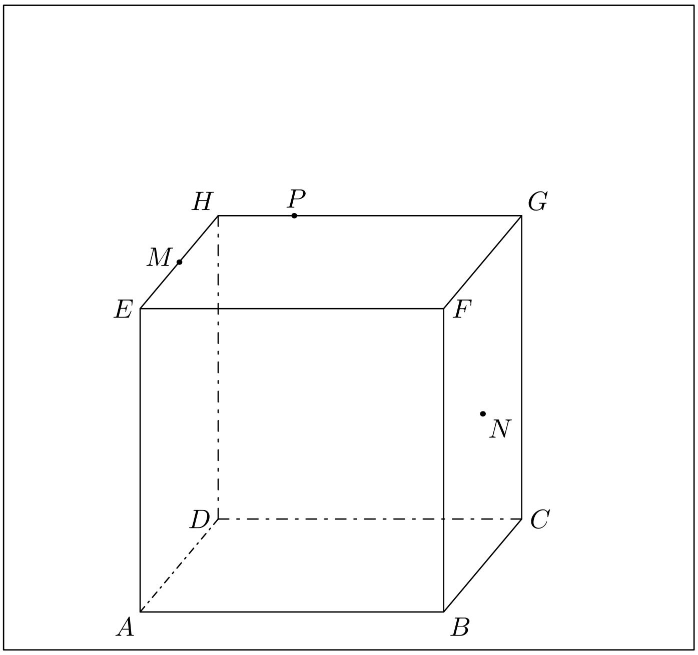


1. (a.) Déterminer la position sur la figure du point M intersection de la droite (AB) avec le plan (IJF).
   (b.) Déterminer la position sur la figure du point P intersection de la droite (AE) avec le plan (IJF).
2. (a.) Déterminer le point N intersection de la droite (BC) avec le plan (IJF).
   (b.) Déterminer le point Q intersection de la droite (GC) avec le plan (IJF).
3. Tracer sur la figure ci-dessus la section du cube avec le plan (FIJ).

Exercice réservé 6814

On considère un cube $ABCDEFGH$ donné ci-dessous. On note M le milieu du segment $[EH]$, N celui de $[FC]$ et P le point tel que :

$$\overrightarrow{HP} = \frac{1}{4}\cdot\overrightarrow{HG}$$



1. Justifier que les droites (MP) et (FG) sont sécantes en un point L.
   Construire le point L.
2. On admet que les droites (LN) et (CG) sont sécantes et on note T leur point d'intersection.
   On admet que les droites (LN) et (BF) sont sécantes et on note Q leur point d'intersection.

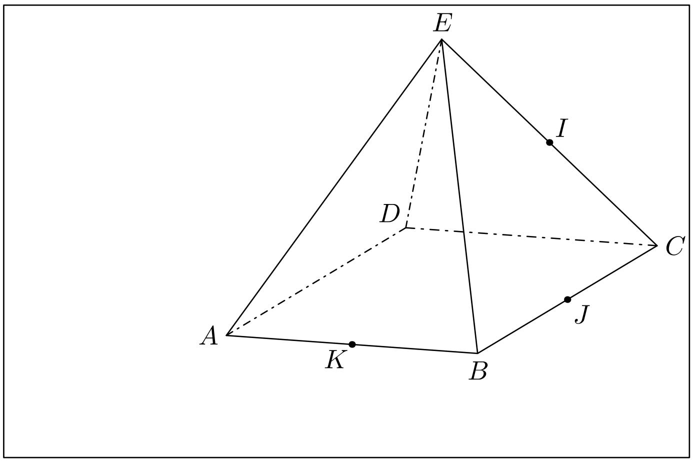
a. Construire les points T et Q en laissant apparents les traits de construction.

b. Construire l'intersection des plans (MNP) et (ABF).

3. En déduire une construction de la section du cube par le plan (MNP).

Exercice 2765

On considère la pyramide $ABCDE$ à base carrée représentée ci-dessous. Les points I, J, K sont les milieux respectifs des arêtes $[CE]$, $[BC]$, $[AB]$:



1. a. Justifier que les droites (BE) et (IJ) sont parallèles.

b. Préciser la position de la droite (d) d'intersection des plans des plans (ABE) et (IJK). Puis, effectuer le tracé de la droite (d).

On note L le point d'intersection des droites (d) et (AE). On remarquera que le point L appartient au plan (IJK).

2. Dans cette question, nous allons étudier l'intersection du plan (IJK) avec l'arête $[ED]$:

a. Déterminer l'emplacement du point T intersection du plan (IJK) avec la droite (AD).

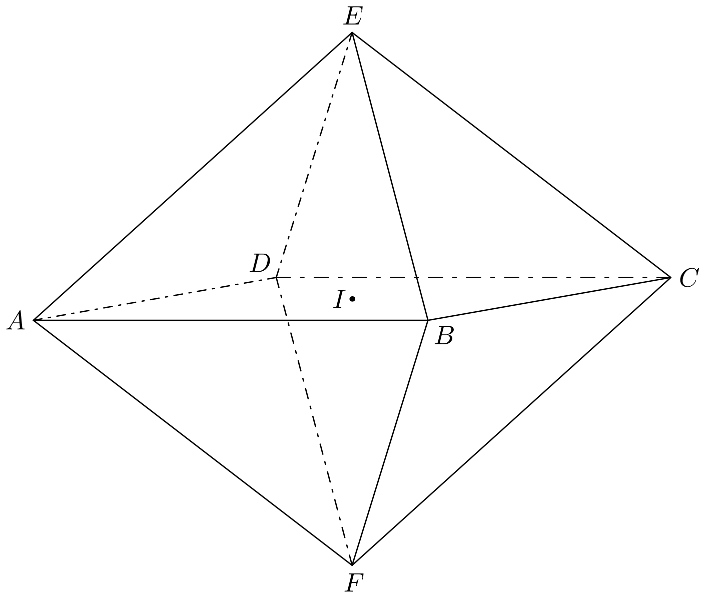
b. Justifier que la droite (LT) appartient au plan (ADE).

c. En déduire la position du point M intersection du plan (IJK) avec l'arête $[ED]$.

3. Représenter la section de la pyramide $ABCDE$ avec le plan (IJK).

Exercice 6819

On considère un solide $ADECBF$ constitué de deux pyramides identiques ayant pour base commune le carré $ABCD$ de centre I. Une représentation en perspective de ce solide est donnée ci-dessous. Toutes les arêtes sont de longueur 1.



On nomme M le milieu du segment $[DF]$ et N celui du segment $[AB]$.

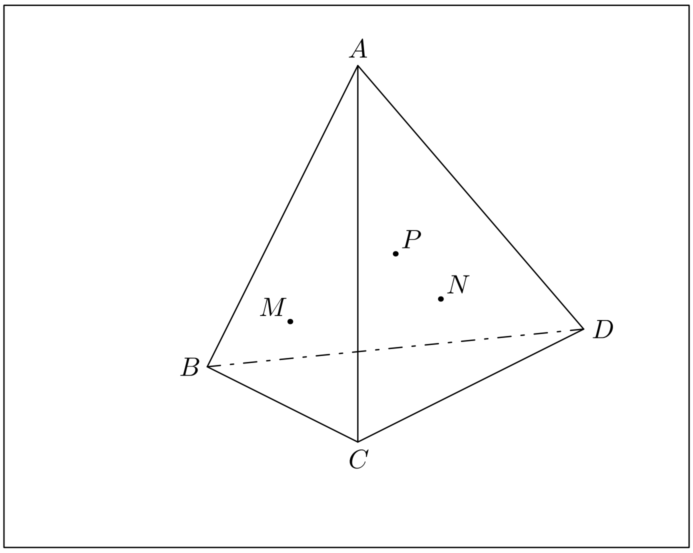
1. Démontrer que les plans (FDC) et (ABE) sont parallèles.

2. Déterminer l'intersection des plans (EMN) et (FDC).

3. Construire la section du solide $ADECBF$ par le plan (EMN).

Exercice réservé 2772

On considère le trétraèdre $ABCD$ présenté ci-dessous :



Les points M, N, P appartiennent respectivement aux plans (ABC), (ACD), (ABD).

Partie A : Tracer de l'intersection de (MNP) et (BCD)

1. a. Tracer la droite (d) intersection des plans (AMP) et (BCD). Justifier votre construction.
Nommer M' et P' les points d'intersection de la droite (d) respectivement avec les droites (BC) et (BD).

b. Sans justification, nommer X le point d'intersection des droites (MP) et (d).

2. a. Sans justification, tracer la droite (d') intersection des plans (APN) et (BCD).
Nommer N' le point d'intersection des droites (d') et (CD).

b. Justifier que les droites (NP) et (d') sont sécantes.

Nommer Y le point d'intersection des droites (NP) et (d').

3. Justifier que la droite (XY) est la droite d'intersection des plans (MNP) et (BCD).
Tracer la droite (XY).

Partie B : Tracer de la section du tétraèdre.

4. a. Placer le point M'' intersection de la droite (BC) avec la droite (XY).

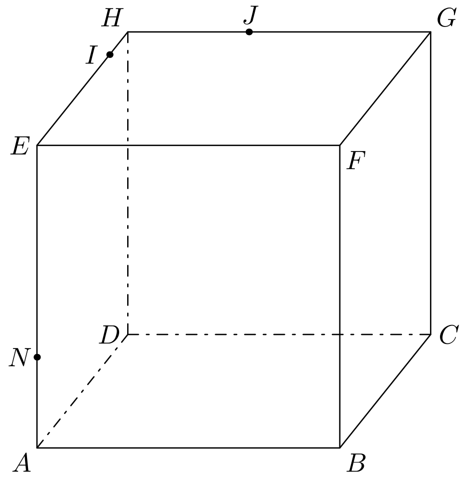
   b. Justifier que la droite (MM'') est la droite d'intersection des plans (ABC) et (MNP).
   Tracer la droite (MM').

   c. Placer le point N'' intersection de la droite (CD) et de la droite (XY). On admet que la droite (NN'') est la droite d'intersection des plans (ACD) et (MNP).

5. Tracer la section du plan (MNP) avec le tétraèdre.

Exercice 2769

On considère le cube $ABCDEDFGH$ et les trois points I, J, N appartenant respectivement aux arêtes $[EH]$, $[HG]$, $[AE]$; on appelle $(\mathcal{P})$ le plan (IJN) :



1. a. Tracer le plan $(\mathcal{P}')$ passant par J et parallèle au plan (EHD).

   b. Tracer la droite (Δ) d'intersection des plans $(\mathcal{P})$ et $(\mathcal{P}')$.

   c. Placer le point N' intersection de la droite (Δ) avec le plan (EFB).

   d. En déduire la position du point M intersection du plan $(\mathcal{P})$ avec la droite (AB).

2. Placer le point L intersection de la droite (BC) avec le plan $(\mathcal{P})$.

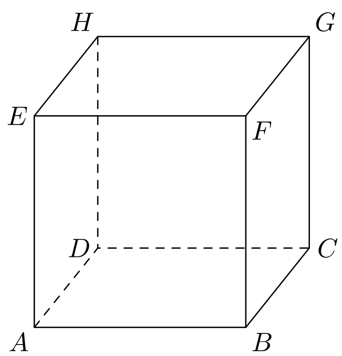
3. Placer le point K intersection de la droite (CG) avec le plan $(\mathcal{P})$.

4. Tracer la section du plan $\mathcal{P}$ avec le cube.

9. Orthogonalité :

Exercice 5398

Dans l'espace, on considère le cube $ABCDEFGH$ représenté ci-dessous :



1. Justifier que les droites (EF) et (GC) sont orthogonales.

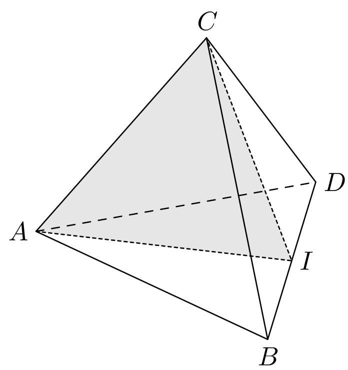
2. Justifier que les droites (AD) et (HF) ne sont pas orthogonales.

3. Les droites (AG) et (BG) sont-elles orthogonales?

Exercice 5397

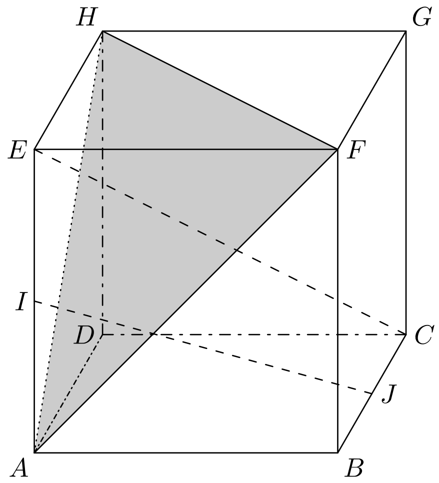
La figure ci-contre représente un tétraèdre régulier $ABCD$ et I le milieu du segment $[BD]$.

Montrer que la droite (BD) est orthogonale au plan (AIC).



Exercice réservé 6818

On considère le cube $ABCDEFGH$ représenté ci-dessous :



On note I et J les milieux respectifs des segments $[AE]$ et $[BC]$.

Parmi les quatre affirmations ci-desous, une seule est exacte. Indiquer laquelle et justifier votre choix.

a. Les droites (IJ) et (EC) sont strictement parallèles.

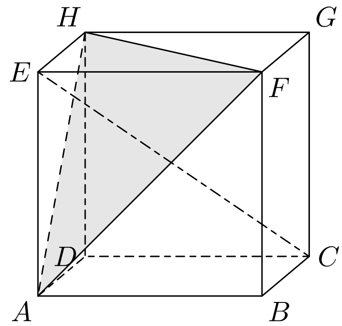
b. Les droites (IJ) et (EC) sont non-coplanaires.

c. Les droites (IJ) et (EC) sont sécantes.

d. Les droites (IJ) et (EC) sont confondues.

Exercice réservé 5399

Dans l'espace, on considère le cube $ABCDEFGH$ représenté ci-dessous :

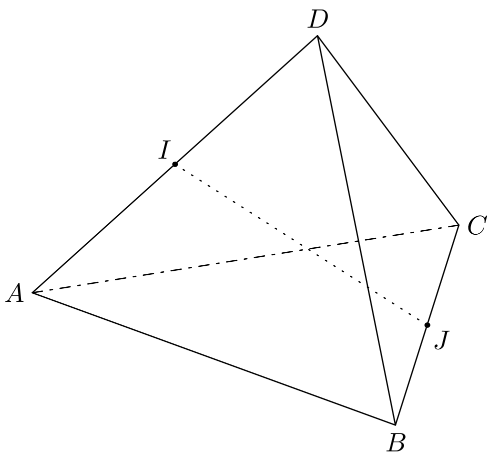


1. a. Justifier que (AF) est orthogonale au plan (EBC).
   b. En déduire que (AF) et (EC) sont orthogonales.
2. a. Justifier que (HF) est orthogonale au plan (ECG).
   b. En déduire que (HF) et (EC) sont orthogonales.
3. En déduire que (EC) est orthogonale au plan (AFH).

10. Plan médian :

Exercice 6966

Dans l'espace, on considère le tétradre régulier $ABCD$ représenté ci-dessous :

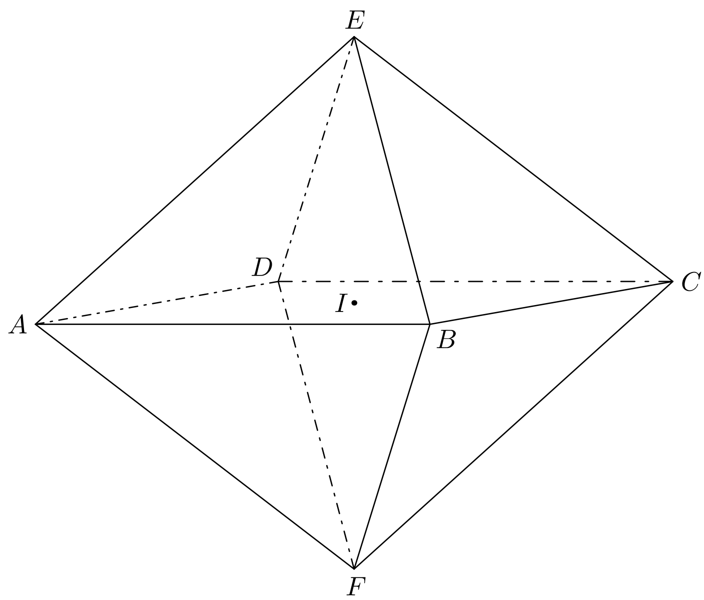


Les points I et J sont respectivement les milieux des segments $[AD]$ et $[BC]$.

1. a. Justifier que le plan (JAD) est le plan médian du segment $[BC]$.
   b. Quelle est la position relative des droites (BC) et (IJ)?
2. Justifier que les droites (AD) et (IJ) sont perpendiculaires.
3. Les droites (AD) et (BC) sont-elles parallèles? Justifier votre réponse.

Exercice 6868

On considère un solide $ADECBF$ constitué de deux pyramides identiques ayant pour base commune le carré $ABCD$ de centre I. Une représentation en perspective de ce solide est donnée ci-dessous. Toutes les arêtes sont de longueur 1.



1. Justifier que les droites (DE) et (FB) sont parallèles.
2. Justifier que les plans (ABF) et (CED) sont parallèles.

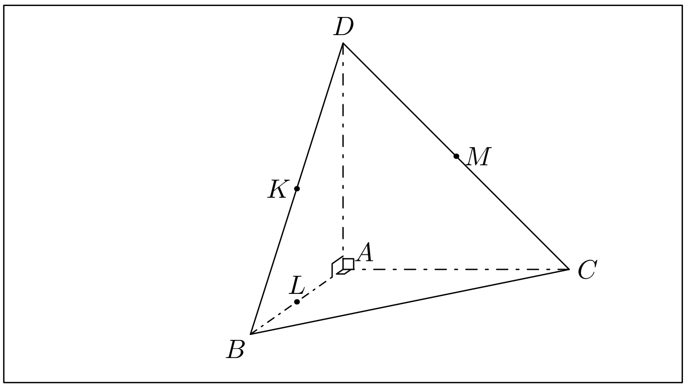
255. Exercices non-classés :

Exercice réservé 6238

Les trois questions de cet exercice sont indépendants entre elles.

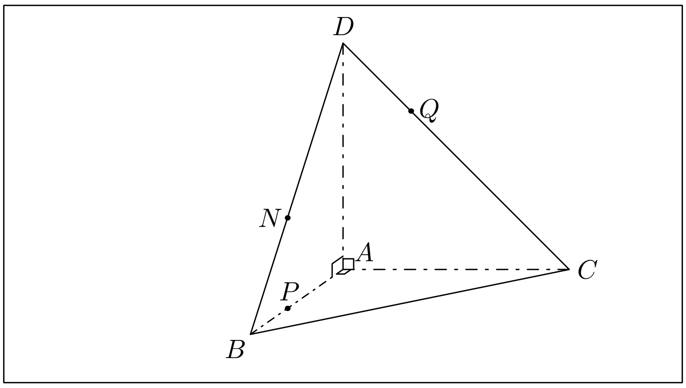
On considère un tétraèdre $ABCD$ dont les faces ABD, ABC, ACD sont des triangles isocèles rectangles en A.

1. On considère les points K, M et L milieux respectifs des arêtes $[AB]$, $[BD]$, $[CD]$.



En justifiant votre démarche, tracer la section du tétraèdre $ABCD$ par le plan (KLM).

2. Soit N, P et Q trois points quelconques appartenant respectivement aux arêtes $[AB]$, $[BD]$ et $[CD]$.

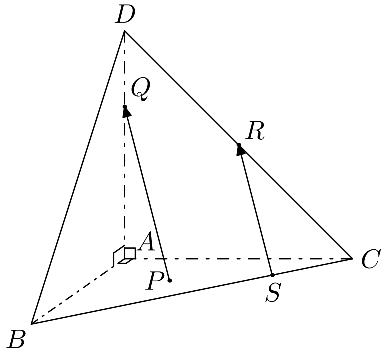


En justifiant cette démarche, tracer la section du tétraèdre $ABCD$ par le plan (NPQ).

3. On munit le plan du repère $\left(A\,;\overrightarrow{AB}\,;\overrightarrow{AC}\,;\overrightarrow{AD}\right)$ et les quatre points suivant de l'espace :

- Le point R est le milieu du segment $[CD]$;
- Le point S appartient au segment $[BC]$ et vérifie la relation vectorielle :
  $\overrightarrow{CS}=\dfrac{1}{4}\cdot\overrightarrow{CB}$
- Le point P appartient au plan (ABC) ;
- Le point Q appartient à l'arête $[AD]$.

De plus, les deux vecteurs $\overrightarrow{SR}$ et $\overrightarrow{PQ}$ sont colinéaires et vérifient la relation de colinéarité :
$\overrightarrow{PQ}=\dfrac{4}{3}\cdot\overrightarrow{SR}$



a. Justifier que le point S a pour coordonnées : $S\left(-\dfrac{1}{4}\,;-\dfrac{1}{4}\,;\dfrac{1}{2}\right)$.

b. Déterminer les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{SR}$.

c. En déduire les coordonnées des points P et Q.

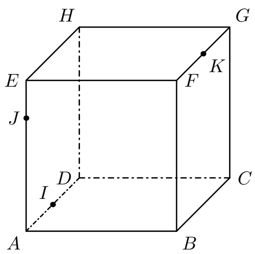
Exercice 7247

Résoudre le système d'équations :

$$\begin{cases} x^2+y^2+z^2=1\\ x+y+z=1\end{cases}$$

Exercice 8139

La figure ci-contre représente un cube $ABCDEFGH$. Les trois points I, J, K sont définis par les conditions suivantes :



- I est le milieu du segment $[AD]$
- J est tel que : $\overrightarrow{AJ}=\dfrac{3}{4}\cdot\overrightarrow{AE}$
- K est le milieu du segment $[FG]$.

On note R le projeté orthogonal du point F sur le plan (IJK). Le point R est donc l'unique point du plan (IJK) tel que la droite (FR) est orthogonale au plan (IJK).

On définit l'intérieur du cube comme l'ensemble des points $M(x\,;y\,;z)$ tels que : $\begin{cases} 0<x<1\\ 0<y<1\\ 0<z<1\end{cases}$

Le point R est-il à l'intérieur du cube?

