

# Terminale S/Exercices et concours

## 1. Concours Advance :

### Exercice réservé 5867

Concours Advance - Session 2013 - Calculatrice interdite - Entourer la ou les bonnes réponses :

Les raisonnements suivants sont corrects :

- a. Tous les élèves s'appellent Bob. Or, certains Bob ne sont pas doués. Donc certains élèves sont doués.
- b. Tous les élèves doués s'appellent Bob. Or Bob n'est pas doué. Donc Bob n'est pas un élève.
- c. La plupart des Bob ne sont pas doués. Or tous les élèves sont doués. Donc aucun élève ne s'appelle Bob.
- d. La plupart des élèves s'appellent Bob. Or tous les Bob sont doués. Donc certains élèves sont doués.
- e. Bob est doué. Or tous les élèves sont doués. Donc Bob est un élève.

### Exercice réservé 5873

Concours Advance - Session 2012 - Calculatrice interdite - Entourer la ou les bonnes réponses :

Soit  $\mathcal{P}$  l'énoncé :

“Pour qu'un pion soit blanc, il faut qu'il soit en bois”

Alors  $\mathcal{P}$  signifie :

- a. “Tout pion blanc est en bois”
- b. “Tout pion en bois est blanc”
- c. “Si un pion est blanc alors il est en bois”
- d. “Si un pion est en bois alors il est blanc”
- e. “Pour qu'un pion soit en bois il suffit qu'il soit blanc”

### Exercice réservé 5875

Concours Advance - Session 2012 - Calculatrice interdite - Entourer la ou les bonnes réponses :

Soit  $f$  la fonction définie sur  $\mathbb{R} \setminus \{1\}$  par :

$$f(x) = \frac{x^2 - x + 1}{x - 1}$$

On note  $\mathcal{C}$  la courbe représentative de  $f$  dans un repère orthonormé.

- a. La droite  $x=1$  est une asymptote verticale de  $\mathcal{C}$ .
- b.  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$
- c.  $f$  est croissante sur  $]1; +\infty[$ .
- d.  $f$  est décroissante sur  $]0; 1[$ .

### Exercice réservé 5877

Concours Advance - Session 2012 - Calculatrice interdite - Entourer la ou les bonnes réponses :

Soit  $f$  la fonction définie et dérivable sur  $\mathbb{R}$  par :

$$f(x) = (x + 1) \cdot e^{-2x}$$

On a :

- a. Pour tout  $x \in \mathbb{R}$  :  $f'(x) = (x+2) \cdot e^{-2x}$
- b.  $f$  est croissante sur  $] -\infty ; -\frac{1}{2} [$
- c. La tangente à la courbe de  $f$  au point d'abscisse 0 a pour équation  $y = x + 1$
- d.  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$
- e.  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$

### Exercice réservé 5868

Concours Advance - Session 2013 - Calculatrice interdite - Entourer la ou les bonnes réponses :

Soit  $f$  la fonction définie et dérivable sur  $\mathbb{R}$  :

$$f(x) = \frac{x^3}{1 + x^2}$$

- a. Pour tout  $x \in \mathbb{R}$  :  $f(-x) = -f(x)$
- b. Pour tout  $x \in \mathbb{R}$  :  $f'(x) = f'(-x)$
- c. Il existe un unique  $a \in \mathbb{R}$  :  $f'(a) = 0$
- d.  $f$  est strictement croissante sur  $\mathbb{R}$ .
- e. Pour tout  $x \in [0; +\infty[$  :  $f(x) \leq x$ .

### Exercice réservé 5876

Concours Advance - Session 2012 - Calculatrice interdite - Entourer la ou les bonnes réponses :

Soit  $f$  définie sur  $\mathbb{R}$  par :

$$\begin{cases} f(x) = 1 - x^2 & \text{si } x < 0 \\ f(x) = x^2 + 2 & \text{si } x \geq 0 \end{cases}$$

Alors :

- a.  $f$  n'admet pas de limite en 0.
- b.  $f$  est dérivable en 0.
- c.  $f$  est croissante sur  $\mathbb{R}$ .
- d. L'équation  $f(x) = 0$  admet une et une seule solution dans  $\mathbb{R}$ .
- e.  $f$  admet une fonction réciproque définie sur  $\mathbb{R}$ .

### Exercice réservé 5874

Concours Advance - Session 2012 - Calculatrice interdite - Entourer la ou les bonnes réponses :

Soit  $f$  une fonction définie et dérivable sur  $]1; +\infty[$  dont le tableau de variations est :

$x$	1	3	5	$+\infty$		
Signe de $f'$		-	0	+	0	-
Variation de $f$		$+\infty$			$-1$	
			$-3$			$-2$

On note  $\mathcal{C}$  sa courbe représentative dans un repère  $(O; \vec{i}; \vec{j})$ . Alors :

- $f'(4) < 0$
- $\mathcal{C}$  admet une asymptote verticale.
- $\mathcal{C}$  admet une asymptote horizontale.
- L'équation  $f(x) = 0$  n'admet pas de solution dans  $]3; +\infty[$ .
- L'équation  $f(x) = -1$  admet deux solutions dans  $]1; +\infty[$ .

### Exercice réservé 5870

Concours Advance - Session 2013 - Calculatrice interdite - Entourer la ou les bonnes réponses :

Soit  $f$  la fonction définie sur  $\mathbb{R}$  par :

$$f(x) = (\sin x)^2 + \cos x.$$

Alors :

- Pour tout  $x \in \mathbb{R}$  :  $f(-x) = f(x)$
- $f$  est périodique de période  $\pi$ .
- $f$  est décroissante sur  $[\frac{\pi}{3}; \pi]$
- $f$  est croissante sur  $[0; \frac{\pi}{3}]$
- Pour tout  $x \in [0; \pi]$  :  $f(x) \leq \frac{5}{4}$

### Exercice réservé 5879

Concours Advance - Session 2012 - Calculatrice interdite - Entourer la ou les bonnes réponses :

La suite réelle  $(u_n)$  est convergente :

- $u_n = \frac{n \cdot \sqrt{n+1}}{n^2 + 1}$
- $u_n = \frac{1 + (-1)^n \cdot \sqrt{n}}{n+1}$
- $u_n = \frac{\cos n}{n+1}$
- $u_n = \frac{(-1)^n \cdot n}{\sqrt{n+1}}$
- $u_n = \frac{\ln(e^n + 1)}{\sqrt{n+1}}$

### Exercice réservé 5878

Concours Advance - Session 2012 - Calculatrice interdite - Entourer la ou les bonnes réponses :

Soit  $(u_n)$  une suite géométrique réelle de premier terme  $u_0 = 36$  et de raison  $q$ . Alors

- Si  $u_3 = \frac{4}{3}$  alors  $q = \frac{1}{3}$
- Si  $\frac{u_2}{u_4} = 4$  alors  $q = 2$

c. Si  $q < \frac{1}{3}$  alors  $u_4 < 1$

d. Si il existe  $n \in \mathbb{N}$  tel que  $u_n = 1$  alors  $q = \frac{1}{6}$

e. Si  $\lim_{n \rightarrow +\infty} (u_0 + u_1 + u_2 + \dots + u_n) = 30$  alors  $q = -\frac{1}{5}$

### Exercice réservé 5869

Concours Advance - Session 2013 - Calculatrice interdite - Entourer la ou les bonnes réponses :

Pour toute suite réelle  $(u_n)$  :

- Si  $(u_n)$  n'est pas majorée alors :  $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = +\infty$
- Si  $(u_n)$  est croissante et majorée par 1 alors :  $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = 1$
- Si  $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = +\infty$  alors  $(u_n)$  est croissante à partir d'un certain rang.
- Si  $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = 1$  alors  $(u_n)$  est positive à partir d'un certain rang.
- Si  $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{u_n + u_{n+1}}{2} = 1$  alors  $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = 1$ .

### Exercice réservé 5871

Concours Advance - Session 2013 - Calculatrice interdite - Entourer la ou les bonnes réponses :

Deux laboratoires proposent chacun leur vaccin contre la grippe. On sait qu'un quart de la population a utilisé le vaccin 1 et un sixième le vaccin 2. Il n'est pas possible pour un individu d'être vacciné deux fois. L'épidémie ayant eu lieu, on constate que 1% des malades ont utilisé le vaccin 1 et 0,6% le vaccin 2. On choisit au hasard un individu dans la population, on note :

- $M$  : "l'individu est malade";
- $I$  : "l'individu a reçu le vaccin 1";
- $II$  : "l'individu a reçu le vaccin 2".

On a :

- La probabilité que l'individu soit vacciné est :  $\mathcal{P}(I) + \mathcal{P}(II)$ .
- Les données ne permettent pas de calculer  $\mathcal{P}_I(M)$ .
- $\mathcal{P}(I) = \frac{1}{100}$
- $\mathcal{P}_M(\overline{II}) = 0,94$
- $\frac{\mathcal{P}_{\overline{II}}(M)}{\mathcal{P}_{II}(M)} = \frac{\mathcal{P}_M(\overline{II}) \cdot \mathcal{P}(II)}{\mathcal{P}_M(II) \cdot \mathcal{P}(\overline{II})}$

### Exercice réservé 5880

Concours Advance - Session 2012 - Calculatrice interdite - Entourer la ou les bonnes réponses :

Un service de recrutement reçoit 15 dossiers dont 6 comportent un avis favorable et les 9 autres un avis défavorable. Les 15 dossiers sont classés au hasard.

La probabilité de l'évènement :

- "le premier dossier est favorable et le deuxième défavorable" est  $\frac{9}{35}$

- b. "les deux premiers dossiers sont favorables" est  $\frac{1}{7}$
- c. "les deux premiers dossiers sont défavorables" est  $\frac{6}{7}$
- d. "au moins un des deux premiers dossiers est défavorable" est  $\frac{6}{7}$
- e. "le deuxième dossier est favorable sachant que le premier est défavorable" est  $\frac{3}{7}$ .

### Exercice réservé 5881

Concours Advance - Session 2012 - Calculatrice interdite - Entourer la ou les bonnes réponses :

On lance deux dés dont les faces sont numérotées de 1 à 6. Pour chaque dé, les probabilités d'obtenir une des six faces sont égales. On note  $S$  la somme des points des faces supérieures :

- Si  $2 \leq S \leq 3$ , on gagne 20 points ;
- si  $3 < S \leq 5$ , on gagne 10 points
- si  $5 < S < 10$ , on gagne 5 points
- si  $10 \leq S \leq 12$ , on gagne 1 point.

On note  $\mathcal{X}$  la variable aléatoire donne le nombre de points par lancer.

a.  $\mathcal{P}(\mathcal{X}=20) = \mathcal{P}(\mathcal{X}=1)$

## 2. Concours Alpha :

### Exercice réservé 5884

Concours Alpha - Session 2011 - Calculatrice interdite - Choisir la réponse parmi les assertions proposées :

Soit l'équation : (E) :  $6x^3 + 7x^2 = 1$ .

- a. (E) possède une unique solution négative.
- b. (E) possède une unique solution entière.
- c. (E) possède une unique solution réelle.

### Exercice réservé 5883

Concours Alpha - Session 2011 - Calculatrice interdite - Choisir la réponse parmi les assertions proposées :

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(5x)}{\tan(x)} =$$

- a. 5      b. 0      c.  $+\infty$

### Exercice réservé 5889

Concours Alpha - Session 2011 - Calculatrice interdite - Choisir la réponse parmi les assertions proposées :

$$\tan(2x) = \dots$$

a.  $\frac{2 \cdot \tan x}{(\tan x)^2 - 1}$       b.  $\frac{2 \cdot \tan x}{1 - (\tan x)^2}$       c.  $\frac{2 \cdot \tan x}{1 + (\tan x)^2}$

### Exercice réservé 5890

Concours Alpha - Session 2011 - Calculatrice interdite -

b.  $\mathcal{P}(\mathcal{X}=5) = \frac{5}{9}$

c.  $\mathcal{P}(\mathcal{X} \leq 5) = \frac{13}{18}$

d.  $\mathcal{P}(\mathcal{X} \geq 10) = \frac{5}{18}$

e. L'espérance de  $\mathcal{X}$  est  $\frac{64}{9}$ .

### Exercice réservé 5872

Concours Advance - Session 2013 - Calculatrice interdite - Entourer la ou les bonnes réponses :

Soit  $I, J$  et  $K$  trois points du plan tels que :

$$IJ = 3 \quad ; \quad IK = 2 \quad ; \quad \widehat{JIK} = \frac{\pi}{3}$$

Soit  $L$  et  $M$  les points du plan définis par :

$$\vec{IL} = 2 \cdot \vec{IJ} - 3 \cdot \vec{IK} \quad ; \quad \vec{IM} = -\vec{IJ} + 4 \cdot \vec{IK}$$

Alors :

a.  $\vec{IL} \cdot \vec{IK} = 3$

b.  $\vec{IL} \cdot \vec{IL} = 30$

c.  $\vec{IL} \cdot \vec{IM} = -33$

d.  $\cos(\widehat{LIM}) = -\frac{11}{14}$

e. Une mesure de  $\widehat{LIM}$  appartient à  $\left[\frac{\pi}{2}; \pi\right]$ .

Choisir la réponse parmi les assertions proposées :

Soit l'équation : (E) :  $(\sin x)^2 + 2 \cdot \sin x - 3 = 0$

- a. (E) possède deux solutions réelles
- b. (E) possède une unique solution dans l'intervalle  $[0; 2\pi[$
- c. (E) possède quatre solutions dans l'intervalle  $[0; 2\pi[$

### Exercice réservé 5882

Concours Alpha - Session 2011 - Calculatrice interdite - Choisir la réponse parmi les assertions proposées :

Soit  $(u_n)$  et  $(v_n)$  deux suites numériques. Alors

- a. Si la suite  $(u_n + v_n)$  converge alors  $(u_n)$  et  $(v_n)$  convergent.
- b. Si la suite  $(u_n + v_n)$  diverge alors  $(u_n)$  ou  $(v_n)$  divergent.
- c. Si  $(u_n)$  et  $(v_n)$  divergent alors la suite  $(u_n + v_n)$  diverge.

### Exercice réservé 5887

Concours Alpha - Session 2011 - Calculatrice interdite - Choisir la réponse parmi les assertions proposées :

Soit  $a, b$  et  $c$  trois termes consécutifs d'une suite arithmétique telle que :

$$a + b + c = 27 \quad ; \quad a + 2c = 25$$

Alors, ...

- a. la suite est croissante.

- b. le terme suivant de la suite est égal à 5
- c. le terme suivant de la suite est égal à 2.

### Exercice réservé 5886

Concours Alpha - Session 2011 - Calculatrice interdite - Choisir la réponse parmi les assertions proposées :

Soit la suite  $(u_n)$  définie par  $u_0=0$  et pour tout entier  $n$  :

$$u_{n+1} = u_n + 2n + 1$$

Alors : ...

- a. La suite  $(u_n)$  est arithmétique.
- b.  $u_{99} = 10000$
- c.  $u_{100} = 10000$

### Exercice réservé 5885

Concours Alpha - Session 2011 - Calculatrice interdite - Choisir la réponse parmi les assertions proposées :

Une usine fabrique des écrans plasma. Après fabrication, chaque écran est testé. Si le test est positif, l'écran est livré au client ; sinon, l'écran est réparé puis il est testé une seconde fois. Si le second test est positif, l'écran est livré, sinon il est détruit.

## 3. Concours ECE :

### Exercice réservé 5892

Concours ECE - Session 2007 - Calculatrice interdite - Pour chaque question, préciser si l'assertion est Vraie ou Fausse

Soit  $f$  la fonction définie sur  $\mathbb{R}$  par  $f(x) = x^3 + 3x^2 - 9x$  de courbe représentative  $\mathcal{C}_f$  dans un repère orthonormé  $(O; \vec{i}; \vec{j})$ .

- a. La fonction  $f$  admet au point un minimum local en  $x = -3$ .
- b. La fonction  $f$  est croissante sur l'intervalle  $[-3; 1]$ .
- c. La courbe  $\mathcal{C}_f$  admet une tangente horizontale au point d'abscisse  $x = 1$ .
- d. L'aire du domaine plan délimité par la courbe représentative de  $f$  et les droites d'équations  $y = 0$ ,  $x = -1$ ,  $x = 1$  est égale à 2 unités d'aire.

### Exercice réservé 5894

Concours ECE - Session 2007 - Calculatrice interdite - Pour chaque question, préciser si l'assertion est Vraie ou Fausse

Soit  $f$  la fonction définie sur  $\mathbb{R}$  par  $(f(x) = e^x \cdot (x^2 + x + 1))$  de courbe représentative  $\mathcal{C}_f$  dans un repère  $(O; \vec{i}; \vec{j})$  orthonormé.

- a. Sur  $\mathbb{R}$  :  $f'(x) = e^x \cdot (x^2 + 3x + 2)$ .
- b. La fonction  $f$  admet un maximum local en  $x = -1$ .
- c. La courbe  $\mathcal{C}_f$  admet une tangente horizontale au point d'abscisse  $x = -2$ .

80 % des écrans sont positifs au premier test ; parmi les écrans négatifs au premier test, 60 % sont positifs au second test.

Le coût de fabrication d'un écran est de 1000 euros auxquels s'ajoute 100 euros si un second test est nécessaire.

Pour faire des bénéfices, le prix de vente doit être au moins égal à ...

- a. 1020 euros
- b. 1095 euros
- c. 1075 euros

### Exercice réservé 5888

Concours Alpha - Session 2011 - Calculatrice interdite - Choisir la réponse parmi les assertions proposées :

On dispose de trois urnes notées  $A, B, C$ . L'urne  $A$  contient une boule numérotée 1 ; l'urne  $B$  contient deux boules : une numérotée 1 et une numérotée 2 ; l'urne  $C$  contient trois boules : une numérotée 1, une numérotée 2 et une numérotée 3.

On choisit au hasard une urne et on tire une boule de l'urne choisie.

- a. La probabilité d'obtenir une boule numérotée 1 est égale à  $\frac{1}{2}$ .
- b. La probabilité d'avoir choisi l'urne  $A$  sachant qu'on a obtenu une boule numérotée 1 est égale à  $\frac{6}{11}$ .

- d.  $\mathcal{C}_f$  admet une asymptote horizontale d'équation  $y = 0$ .

### Exercice réservé 5896

Concours ECE - Session 2007 - Calculatrice interdite - Pour chaque question, préciser si l'assertion est Vraie ou Fausse

Soit  $f$  la fonction définie sur  $\mathbb{R}$  par  $f(x) = e^{-x} \cdot (3x^2 + 10x + 11)$  de courbe représentative  $\mathcal{C}_f$  dans un repère  $(O; \vec{i}; \vec{j})$  orthonormé

- a. Sur  $\mathbb{R}$  :  $f'(x) = -e^{-x} \cdot (3x^2 + 4x + 1)$ .
- b. La fonction  $f$  admet un minimum local en  $x = -\frac{1}{3}$ .
- c. L'équation  $f(x) = 4e$  a une unique solution réelle.
- d.  $\mathcal{C}_f$  admet une asymptote horizontale d'équation  $y = 0$ .

### Exercice réservé 5891

Concours ECE - Session 2007 - Calculatrice interdite - Pour chaque question, préciser si l'assertion est Vraie ou Fausse

Dans  $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$ , le système d'équations : 
$$\begin{cases} 2x - 3y = 1 \\ 5x - y = 9 \end{cases}$$

a pour solution  $(2; 1)$ .

Dire si chacune des affirmations ci-dessous est vraie ou fausse :

- a. Dans  $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$ , le système d'équations : 
$$\begin{cases} 2x^2 - 3y^2 = 1 \\ 5x^2 - y^2 = 9 \end{cases}$$
 a pour solution  $(\sqrt{2}; 1)$ .

b. Dans  $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$ , le système d'équations :

$$\begin{cases} \frac{2}{x} - \frac{3}{y} = 1 \\ \frac{5}{x} - \frac{1}{y} = 9 \end{cases}$$

a pour solution  $\left(\frac{1}{2}; 1\right)$ .

c. Dans  $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$ , le système d'équations :

$$\begin{cases} 2 \ln x - 3 \ln y = 1 \\ 5 \ln x - \ln y = 9 \end{cases}$$

a pour solution  $(e^2; 0)$ .

d. Dans  $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$ , le système d'équations :

$$\begin{cases} 2 \sin x - 3 \cos y = 1 \\ 5 \sin x - \cos y = 9 \end{cases}$$

a une infinité de solutions.

### Exercice réservé 5895

Concours ECE - Session 2007 - Calculatrice interdite - Pour chaque question, préciser si l'assertion est Vraie ou Fausse

Soit  $f$  la fonction définie sur  $\mathbb{R}$  par  $f(x) = (x-3)(x+4)$  et  $g$  la fonction définie sur  $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$  par :  $g(x) = \frac{1}{x+1}$ .

a. Aux points  $x$  où la fonction  $g \circ f$  est définie :

$$g \circ f(x) = \frac{1}{x^2 + x - 11}$$

b. Aux points  $x$  où la fonction  $g \circ f$  est dérivable :

$$(g \circ f)'(x) = \frac{-2x - 1}{(x^2 + x - 11)^2}$$

c. Aux points  $x$  où la fonction  $g \circ g$  est définie :

$$g \circ g(x) = \frac{x+2}{x+1}$$

d. Sur  $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$  :  $(g \circ g)'(x) = -\frac{1}{(x+1)^2}$

### Exercice réservé 5893

Concours ECE - Session 2007 - Calculatrice interdite - Pour chaque question, préciser si l'assertion est Vraie ou Fausse

a. La limite de la suite de terme général :

$$u_n = \frac{(-1)^n n^2 + 2n + 1}{n^2 + 1}$$

n'existe pas.

b. La limite de la suite de terme général :

$$u_n = \frac{1}{n} \cdot (\sin n + \ln n^2)$$

n'existe pas.

c. La suite de terme général  $u_n = \frac{e^n + n^3}{e^{2n} + n^2}$  converge vers 1.

d. La suite de terme général  $u_n = \left(-\frac{2}{3}\right)^n + \left(\frac{2}{3}\right)^n$  converge vers 0.