Terminale S/Algorithmes

1. Suites : boucles itératives :

Exercice 5804

On considèr e la suite numérique (v_n) définie par :

$v_0 = 1 \quad ; \quad v_{n+1} = \dfrac{9}{6 - v_n}$

1. On souhaite écrire un algorithme affichant, pour un entier naturel n donné, tous les termes de la suite, du rang 0 au rang n.

   Parmi les trois algorithmes suivants, un seul convient. Préciser lequel en justifiant la réponse.

Algorithme 1	Algorithme 2	Algorithme 3
Variables : v est un réel. i et n sont des entiers naturels **Début algorithme :** Lire n v prend la valeur 1 Pour i allant de 1 à n faire v prend la valeur $\dfrac{9}{6-v}$ Fin pour Afficher v **Fin algorithme**	**Variables :** v est un réel. i et n sont des entiers naturels **Début algorithme :** Lire n Pour i allant de 1 à n faire v prend la valeur 1 v prend la valeur $\dfrac{9}{6-v}$ Fin pour Afficher v **Fin algorithme**	**Variables :** v est un réel. i et n sont des entiers naturels **Début algorithme :** Lire n v prend la valeur 1 Pour i allant de 1 à n faire Afficher v v prend la valeur $\dfrac{9}{6-v}$ Fin pour Afficher v **Fin algorithme**

2. Pour $n=10$, on obtient l'affichage suivant :

1	1,800	2,143	2,333	2,455	2,538	2,600	2,647	2,684	2,714

   Pour $n=100$, on obtient l'affichage suivant :

2,967	2,968	2,968	2,968	2,969	2,969	2,969	2,970	2,970	2,970

   Quelles conjectures peut-on émettre concernant la suite (v_n)?

Exercice 5839

On considère la suite (u_n) définie par $u_0=1$ et, pour tout entier naturel n :

$u_{n+1} = \sqrt{2 \cdot u_n}$

On considère la fonction `f` issue d'un algorithme où l'argument `n` est un entier naturel non-nul :

```
Fonction f(n)
    u ← 1
    Pour i variant de 1 à n
        u ← √(2·u)
    Fin de Pour
    Renvoyer u
```

1. Donner une valeur approchée à 10^{-4} près de la valeur renvoyée par cette fonction lorsque son appel s'effectue avec pour argument la valeur `n`=3.

2. Quelle interprétation peut-on donner de la valeur renvoyée par la fonction `u`?

3. Par plusieurs appels à la fonction `f`, on a obtenu le tableau ci-dessous :

n	1	5	10	15	20
Valeur renvoyée	1,4142	1,9571	1,9986	1,9999	1,9999

   Quelle conjectures peut-on émettre concernant la suite (u_n)?

Exercice 6887

On considère la suite définie par :

$u_0 = \ln 2 \quad ; \quad u_{n+1} = \dfrac{1}{n+1} - u_n$

1. Ci-dessous est présentée une fonction `f` partie d'un algorithme :

```
Fonction f(n)
    u ← ...
    Pour i variant de 1 à ...
        u ← ...
    Fin Pour
    Renvoyer u
```

   Recopier et compléter le code de la fonction `f` afin qu'elle renvoye la valeur du terme u_n lorsqu'elle est appelée avec pour argument la valeur n.

2. A l'aide de l'algorithme, on a obtenu le tableau des valeurs suivant :

n	0	1	2	3	4	5	10	50	100
u_n	0,6931	0,3069	0,1931	0,1402	0,1098	0,0902	0,0475	0,0099	0,0050

   Quelles conjectures concernant le comportement de la suite (u_n) peut-on émettre?

Exercice 6891

On considère l'algorithme suivant :

```
Fonction f(p)
    u ← 5
    Pour k variant de 1 à p
        u ← 0,5u+0,5(k−1)−1,5
    Fin de Pour
    Renvoyer u
```

On effectue un appel à la fonction avec pour valeur du paramètre `p`=2.
Construire un tableau avec les valeurs des variables `k`, `p` et `u` au cours de cet appel à la fonction `f`.
Quel nombre obtient-on en sortie de l'appel à la fonction `g`?

Exercice 5842

On considère la fonction f extrait d'un algorithme où l'appel s'effectue en fournissant un argument `n` entier de valeur supérieur ou égale à 1 :


```
Fonction f(n)
    A ← 1
    B ← 1
    Pour K variant de 1 à n
        A ← (A+√(A²+B²))/3
        B ← B/3
    Fin Pour
    Renvoyer A
```

On appelle cette fonction avec la valeur 2 pour l'argument `n`. Recopier et compléter le tableau ci-dessous contenant l'état des variables au cours de cet appel à la fonction `f` *(on arrondira les valeurs calculées à 10^{-4} près)*

K	A	B
1		
2		

2. Suites : boucles conditionnelles à étudier :

Exercice réservé 5379

On considère la suite (u_n) définie par :

$$u_0 = 5 \quad ; \quad u_{n+1} = \frac{u_n}{\ln u_n} \quad \text{pour tout entier } n \in \mathbb{N}$$

On donne l'algorithme suivant :

```
X ← 5
Y ← 0
Tant que X>2,72
    X ← X/lnX
    Y ← Y+1
Fin Tant que
```

A l'aide du tableau suivant, obtenu à l'aide d'un tableur, déterminer la valeur de la variable `Y` en fin d'exécution de l'algorithme.

n	0	1	2	3	4	5
u_n	5	3,1066746	2,7406525	2,7183726	2,71828183	2,7182818

Exercice 5838

On considère la suite (p_n) définie par :

$$p_1 = 0 \quad ; \quad p_{n+1} = 0{,}2 \cdot p_n + 0{,}04 \text{ pour tout } n \in \mathbb{N}^*$$

On admet que la suite (p_n) est croissante et converge vers 0,05.

On considère la fonction `f` ci-dessous issue d'un algorithme où l'argument `k` fourni lors de l'appel est un entier supérieur ou égal à 2 :

```
Fonction f(k)
    P ← 0
    J ← 1
    Tant que P<0,05−10^(−k)
        P ← 0,2×P+0,04
        J ← J+1
    Fin Tant que
    Renvoyer J
```

1. Comment interpréter la valeur renvoyée par la fonction `f` relativement à la valeur de l'argument `k` fourni lors de l'appel à cette fonction?
2. Pourquoi est-on sûr que l'appel à la fonction `f` s'arrête?

Exercice 6899

Soit f la fonction définie sur $[0;+\infty[$ par :

$$f(x) = 2x \cdot e^{-x}$$

On admet que la fonction f admet la limite : $\lim_{x \mapsto +\infty} f(x) = 0$

On donne l'algorithme suivant :

```
t ← 3,5
p ← 0,25
C ← 0,21
Tant que C>5×10^(−3)
    t ← t+p
    C ← f(t)
Fin Tant que
```

En considérant une exécution pas à pas de l'algorithme, compléter le tableau ci-dessous avec les valeurs prises par les variables `p`, `t` et `C` au cours de son exécution.

Arrondir les valeurs à 10^{-2} près.

	Initialisation	Etape 1	Etape 2
p	0,25		
t	3,5		
C	0,21		

Exercice 5836

On définit la suite (d_n) par :

$$d_0 = 1 \quad ; \quad d_{n+1} = \frac{1}{2} \cdot {d_n}^2 \quad \text{pour tout } n \in \mathbb{N}$$

On considère la fonction `f`, issue d'un algorithme, prenant pour argument `p` un entier strictement positif :

```
Fonction f(p)
    d ← 1
    n ← 0
    Tant que d>10^(−p)
        d ← 0,5·d²
        n ← n+1
    Fin Tant que
    Renvoyer n
```

En appelant la fonction `f` avec la valeur 9 pour l'argument `p`, celle-ci renvoie le nombre 5.

En déduire l'inégalité vérifiée par le nombre d_5?

Exercice réservé 6049

Soit (r_n) une suite géométrique de raison $\frac{\sqrt{3}}{2}$ et de premier terme 1.

On considère la fonction `f` d'un algorithme :

```
Fonction f(p)
    r ← 1
    n ← 0
    Tant que r>p
        n ← n+1
        R ← (√3/2)·R
    Fin tant que
    Renvoyer n
```

1. Quelle est la valeur renvoyée par la fonction `f` appelé avec la valeur 0,5 de l'argument `p` ?

2. Appelée avec la valeur 0,01, la fonction `f` renvoye la valeur 33. Que représente la valeur renvoyée par cette fonction ?

Exercice réservé 5837

On considère la suite (I_n) définie pour n entier naturel non nul par : $I_n = \int_0^1 x^n \cdot e^{x^2}\,dx$

On admet que les termes de la suite (I_n) qui vérifie la relation suivante pour tout entier n, supérieur ou égal à 1 :

$$I_1 = \frac{1}{2}\cdot e - \frac{1}{2} \quad ; \quad I_{n+2} = \frac{1}{2}\cdot e - \frac{n+1}{2}\cdot I_n$$

On considère l'algorithme suivant :

```
n ← 1
u ← (1/2)e − 1/2
Tant que n<21
    u ← (1/2)·e−((n+1)/2)·u
    n ← n+2
```

A la fin de l'exécution de l'algorithme, à quel terme de la suite (I_n) correspond la valeur de la variable `u` ?

3. Suites : boucles conditionnelles à construire :

Exercice 6894

Une société produit des bactéries pour l'industrie. En laboratoire, il a été mesuré que, dans un milieu nutritif approprié, la masse de ces bactéries, mesurée en grammes, augmente de 20 % en un jour.
La société met en place le dispositif industriel suivant.
Dans une cuve de milieu nutritif, on introduit initialement 1 kg de bactéries. Ensuite, chaque jour, à heure fixe, on remplace le milieu nutritif contenu dans la cuve. Durant cette opération, 100 g de bactéries sont perdus.
L'entreprise se fixe pour objectif de produire 30 kg de bactéries.

On modélise l'évolution de la population de bactéries dans la cuve par la suite (u_n) définie de la façon suivante :

$$u_0 = 1\,000 \quad ; \quad u_{n+1} = 1{,}2\cdot u_n - 100$$

L'entreprise souhaite savoir au bout de combien de jours la masse de bactéries dépassera 30 kg.

On peut utiliser l'algorithme suivant pour répondre au problème posé.

Recopier et compléter cet algorithme.

```
u ← 1 000
n ← 0
Tant que ...
    u ← ...
    n ← n+1
Fin Tant que
```

Exercice réservé 5803

L'objet de cet exercice est l'étude de la suite (u_n) définie par son premier terme $u_1 = \frac{3}{2}$ et la relation de récurrence :

$$u_{n+1} = \frac{n\cdot u_n + 1}{2(n+1)}$$

Pour calculer le terme u_9 de la suite, un élève propose l'algorithme ci-contre où la variable `u` sera affecté de cette valeur en fin d'exécution de cet algorithme. Il a oublié de compléter deux lignes :

```
n ← 1
u ← 1,5
Tant que n<9
    u ← ...
    n ← ...
Fin Tant que
```

1. Recopier et compléter les deux lignes de l'algorithme où figurent des points de suspension.

2. En exécutant pas à pas cet algorithme, on a obtenu les résultats suivants, arrondis au dix-millième :

n	1	2	3	4	5	6	$\cdots$	99	100
u_n	1,5	0,625	0,375	0,2656	0,2063	0,1693	$\cdots$	0,0102	0,0101

Au vu de ces résultats, conjecturer le sens de variation et la convergence de la suite (u_n).

Exercice réservé 5998

On considère la suite (u_n) définie pour tout entier naturel n par la formule :

$$u_n = 2\cdot e^{-\left(\frac{1}{2}\right)^n \ln 2}$$

On admet que :

- La suite (u_n) est strictement croissante sur $\mathbb{N}$
- La suite (u_n) est convergente et converge vers 2.

Recopier l'algorithme ci-dessous et le compléter par les instructions du traitement et de la sortie, de sorte qu'en fin d'exécution, la variable `n` soit affectée de la plus petite valeur de n telle que $u_n > 1{,}999$.

```
n ← 0
u ← 1
Tant que ...
    ...
    ...
Fin Tant que
```

Exercice 5362

On considère la suite (u_n) définie par :

$u_n = \dfrac{\ln(n)}{n}$ pour tout $n\in\mathbb{N}^*$

On admet que :

- La suite (u_n) est strictement décroissante à partir du terme de rang 2.
- La suite (v_n) est convergente et converge vers 0.

Ecrire un algorithme déterminant le plus petit entier n_0 supérieur ou égal à 2 tel que $|u_{n_0}| \leqslant 10^{-2}$

4. Suites et boucles :

Exercice 5363

On considère la fonction `f`, extrait d'un algorithme, où la valeur passée en argument est un entier naturel.

```
Fonction f(N)
    U ← 0
    Pour k allant de 0 à N−1
        U ← 3·U−2k+3
    Fin pour
    Renvoyer U
```

1. Quelle est la valeur renvoyée par la fonction `f` lorsque la valeur passée en argument est `N=3`?

2. On considère la suite (u_n) définie par :
$u_0 = 0$; $u_{n+1} = 3\cdot u_n - 2\cdot n + 3$ pour tout $n\in\mathbb{N}$
On admet que la suite (u_n) est croissante et admet pour limite :
$\lim_{n\mapsto+\infty} u_n = +\infty$
Proposé une fonction `f` d'un algorithme qui, pour une valeur p passée en argument, renvoye la valeur du plus petit entier n_0 tel que :
Pour tout $n\geqslant n_0$, on ait : $u_n \geqslant 10^p$

5. Somme des termes d'une suite :

Exercice 5378

Soit (u_n) la suite définie pour tout entier strictement positif par :

$$u_n = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \cdots + \frac{1}{n} - \ln n$$

1. On considère la fonction `f` ci-dessous, extrait d'un algorithme et prenant pour argument `n` un entier strictement positif. :

```
Fonction f(n)
    u ← 0
    Pour i variant de 1 à
n
        u ← u+1/i
    Fin Pour
    Renvoyer u
```

Donner la valeur exacte renvoyée par cette fonction lorsque l'utilisateur appelle la fonction `f` avec la valeur $n=3$.

2. Recopier et compléter l'algorithme précédent afin que la valeur renvoyée soit le terme u_n de rang n lorsque la fonction `f` est appelée avec la valeur n.

3. Voici les résultats fournis par l'algorithme modifié, arrondis à 10^{-3}.

n	4	5	6	7	8	9	10	100	1000	1500	2000
u_n	0,697	0,674	0,658	0,647	0,638	0,632	0,626	0,582	0,578	0,578	0,577

A l'aide de ce tableau, formuler des conjectures sur le sens de variation de la suite (u_n) et son éventuelle convergence.

Exercice 6889

Soit (v_n) la suite définie par :
$v_1 = \ln 2$; $v_{n+1} = \ln\left(2-e^{-v_n}\right)$ pour tout $n\in\mathbb{N}$

On admet que cette suite est définie pour tout entier naturel n non nul. On définit ensuite la suite (S_n) pour tout entier naturel n non-nul par :

$$S_n = \sum_{k=1}^{n} v_k = v_1 + v_2 + \cdots + v_n$$

1. Recopier et compléter la fonction `f` qui renvoye la valeur de S_n pour une valeur de n passée en argument :

```
Fonction f(n)
    v ← ...
    S ← ...
    Pour k variant de ...  à ...
faire
        ... ← ...
        ... ← ...
    Fin Pour
    Renvoyer S
```

2. Par appels successifs de cette fonction, on obtient quelques valeurs de S_n. Les valeurs arrondies au dixième sont données dans le tableau ci-dessous :

n	10	100	1 000	10 000	100 000	1 000 000
S_n	2,4	4,6	6,9	9,2	11,5	13,8

En expliquant votre démarche, émettre une conjecture quant au comportement de la suite (S_n).

Exercice 6730

On considère la suite (A_n) dont les termes sont obtenus par l'étude des valeurs successives prises par la variable `A` lors de l'éxécution pas à pas de cet algorithme :


```
Fonction f(n)
    A ← 0
    Pour k allant de 0 à n−1
        A ← A+(1/2)×sin(2π/n)×(1+(1/k)n)(1+(k+1)/n)
  Fin Pour
```

On appelle la fonction `f` avec la valeur 10 pour l'argument `n`.

Recopier et compléter, en arrondissant au millième près, le tableau ci-dessous qui illustre le fonctionnement de l'algorithme :

k	0	1	2	3	4	5	6
A	0,323	0,711	1,170	1,705	2,322	3,027	3,826

k	7	8	9
A	4,726		

6. Suites définies conjointement :

Exercice 6000

On considère les deux suites (x_n) et (y_n) définies par :

$$\begin{cases} x_0 = -1 \\ x_n = \frac{5}{4}\cdot x + \frac{3}{4}\cdot y \end{cases} \;;\; \begin{cases} y_0 = 5 \\ y_n = \frac{3}{4}\cdot x + \frac{5}{4}\cdot y \end{cases}$$

On considère la fonction `f` d'un algorithme présentée ci-dessous. Appeler avec un argument `n` entier supérieur ou égal à 1, son éxécution permet de renvoyer le couple $(x_n\,;y_n)$ dont les coordonnées sont les valeurs des termes des suites (x_n) et (y_n) de rang `n`.

La fonction ne renvoye pas les valeurs attendues. Modifier le code de cette fonction en conséquence :

```
Fonction f(n)
    x ← −1
    y ← 5
    Pour i allant de 1 à n
        x ← (5/4)x+(3/4)y
        y ← (3/4)x+(5/4)y
    Fin Pour
    Renvoyer (x; y)
```

Exercice 6893

On considère deux suites de nombres réels (d_n) et (a_n) définies par $d_0=300$, $a_0=450$ et, pour tout entier naturel $n\geqslant 0$:

$$\begin{cases} d_{n+1} = \frac{1}{2}\cdot d_n + 100 \\ a_{n+1} = \frac{1}{2}\cdot d_n + \frac{1}{2}\cdot a_n + 70 \end{cases}$$

1. Calculer d_1 et a_1.
2. On souhaite écrire une fonction dans un algorithme qui prendra pour argument un entier naturel n et qui renverra le couple de valeurs $(d_n\,;a_n)$ associé au rang n.

   On propose la fonction suivant est proposée :

```
Fonction f(n)
    D ← 300
    A ← 450
    Pour k variant de 1 à n
        D ← D/2+100
        A ← A/2+D/2+70
    Fin pour
    Renvoyer (D;A)
```

a. Quel couple de nombres est renvoyé par l'appel à la fonction f avec pour argument `n`$=1$?
Ces résultats sont-ils cohérents avec ceux obtenus à la question 1.?

b. Corriger cette fonction pour qu'elle renvoye les résultats souhaités.

Exercice réservé 5841

On définit les suites (u_n) et (v_n) sur l'ensemble $\mathbb{N}$ des entiers naturels par :

$$u_0 = 0 \;;\; v_0 = 1 \;;\; \begin{cases} u_{n+1} = \dfrac{u_n + v_n}{2} \\ v_{n+1} = \dfrac{u_n + 2\cdot v_n}{3} \end{cases}, \text{ pour tout } n\in\mathbb{N}$$

Le but de cet exercice est d'étudier la convergence des suites (u_n) et (v_n).

1. Calculer u_1 et v_1.
2. On considère la fonction `f` extrait d'un algorithme dont l'appel s'effectue avec pour passage d'argument un entier `n` supérieur ou égal à 1 :

```
Fonction f(n)
    u ← 0
    v ← 1
    Pour k variant de 1 à n
        w prend la valeur   u
        u ←   (w+v)/2
        v ←   (w+2·v)/3
    Fin du Pour
    Renvoyer (u;v)
```

a. On appelle la fonction `f` avec pour valeur 2 de l'argument `N`. Recopier et compléter le tableau donné ci-dessous contenant l'état des variables au cours de l'exécution de l'appel à cette fonction :

k	w	u	v
1			
2			

b. Pour un nombre n donné strictement positif, à quoi correspond le couple de valeurs `(u;v)` renvoyé par l'appel à la fonction `f` par rapport à la situation étudiée dans cet exercice?

Exercice 5377

On considère l'algorithme suivant :

Entrée	Saisir un réel strictement positif non nul a. Saisir un réel strictement positif non nul b $(b>a)$ Saisir un entier naturel non nul N
Initialisation	Affecter à u la valeur a Affecter à v la valeur b Affecter à n la valeur 0
Traitement	TANT QUE : $n<N$ Affecter à n la valeur $n+1$ Affecter à u la valeur $\dfrac{a+b}{2}$ Affecter à v la valeur $\sqrt{\dfrac{a^2+b^2}{2}}$ Affecter à a la valeur u Affecter à b la valeur v.
Sortie	Afficher u, afficher v

Reproduire et compléter le tableau suivant, en faisant fonctionner cet algorithme pour $a=4$, $b=9$ et $N=2$. Les valeurs successives de u et v seront arrondies au millième.

n	a	b	u	v
0	4	9		
1				
2				

Exercice réservé 5853

On considère la fonction `f` extrait d'un algorithme prenant pour argument le paramètre `n` de valeur entière strictement postive.

```
Fonction f(n)
    K ← 0
    U ← 2
    V ← 10
    Tant que K<n
        K ← K+1
        W ← U
        U ← (2·U+V)/3
        V ← (W + 3·V)/4
    Fin tant que
    Renvoyer (U;V)
```

On appelle la fonction `f` avec la valeur `n`$=2$.
Recopier et compléter le tableau donné ci-dessous en donnant les valeurs prises successivement par ses variables lors de l'appel à la fonction `f`.

K	W	U	V
0			
1			
2			

7. Vers les probabilités :

Exercice 5364

On considère l'algorithme :

```
C ← 0
Pour i allant de 1 à 9
    A ← valeur aléatoire entière entre 1 et
7
    Si A>5 Alors
        C ← de C+1
    Fin Si
Fin Pour
```

Dans l'expérience aléatoire simulée par l'algorithme précédent, on appelle $\mathcal{X}$ la variable aléatoire prenant la valeur de la variable `C` en fin d'exécution de l'algorithme.

Quelle loi suit la variable $\mathcal{X}$? Préciser ses paramètres.

8. Prévoir le fonctionnement d'un algorithme :

Exercice 6895

Soit m et m' deux entiers relatifs.
On considère l'équation (E) définie par :

$$\left(\frac{m\cdot m'}{4}\right)^2 + (m-1)\cdot(m'-1) + \frac{m\cdot m'}{4} = 0$$

On considère l'algorithme suivant :

```
Pour m allant de −10 à 10
    Pour m′ allant de −10 à 10
        Si (m·m′)²+16·(m−1)·(m′−1)+4·m·m′=0
            Alors (a;b) ← (m;m′)
        Fin Si
    Fin du Pour
Fin du Pour
```

Lors de l'exécution pas à pas, on s'intéresse aux valeurs prises successivement par les variables `a` et `b`.

1. Quel est le rôle de cet algorithme?

2. Lors de l'exécution de cet algorithme, le couple `(a ; b)` se verra affecter de six couples d'entiers dont :
$(-4;1)$; $(0;1)$; $(5;-4)$.
Ecrire les six couples dans l'ordre de leur affectation successive au cours de l'exécution de l'algorithme.

Exercice réservé 6200

On administre à un patient un médicament par injection intraveineuse. La quantité de médicament dans le sang diminue en fonction du temps.

Une machine effectue à l'instant 0 une injection de $10\,m\ell$ de médicament. On estime que 20 % du médicament est éliminé par minute. Lorsque la quantité de médicament tombe en dessous de $5\,m\ell$, la machine réinjecte $4\,m\ell$ de produit.

Au bout de 15 minutes, on arrête la machine.

Pour tout entier naturel n, on note v_n la quantité de médicament, en $m\ell$, restant dans le sang à la minute n.

On considère l'algorithme ci-dessous :

```
v ← 10
Pour n allant de 1 à 15
    v ← 0,8×v
    Si v<5
        Alors
            v ← v+4
    Fin Si
    p ← v
Fin Pour
```

En exécutant ce programme pas à pas et en observant les valeurs prises par la variable `p`, on obtient la quantité restante de médicament minute par minute.

1. Calculer les éléments manquants du tableau ci-dessous donnant, arrondie à 10^{-2} et pour n supérieur ou égal à 1, la quantité restante de médicament minute par minute obtenue avec l'algorithme.

n	0	1	2	3	4	5	6	7
v_n	10	8	6,4					8,15

n	8	9	10	11	12	13	14	15
v_n	6,52	5,21	8,17	6,54	5,23	8,18	6,55	5,24

2. Au bout de 15 minutes, quelle quantité totale de médicaments a été injectée dans l'organisme?

3. On souhaite programmer la machine afin qu'elle injecte $2\,m\ell$ de produit lorsque la quantité de médicament dans le sang est inférieure ou égale à $6\,m\ell$ et qu'elle s'arrête au bout de 30 minutes.

Recopier l'algorithme précédent en le modifiant afin, que par une exécution pas à pas de l'algorithme, la variable `p` prenne pour valeur la quantité de médicament, en $m\ell$, restant dans le sang minute par minute avec ce nouveau protocole.

Exercice réservé 6001

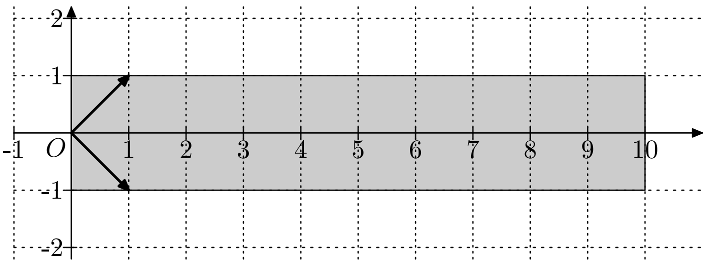
Le robot Tom doit emprunter un pont sans garde-corps de 10 pas de long et de 2 pas de large. Sa démarche est très particulière :

- Soit il avance d'un pas tout droit ;
- Soit il se déplace en diagonale vers la gauche *(déplacement équivalent à un pas vers la gauche et un pas tout droit)* ;
- Soit il se déplace en diagonale vers la droite *(déplacement équivalent à un pas vers la droite et un pas tout droit)*.

On suppose que ces trois types de déplacement sont aléatoires et équiprobables.

L'objectif de cet exercice est d'estimer la probabilité est d'estimer la probabilité p de l'évènement S "*Tom traverse le pont*" ; c'est-à-dire "*Tom n'est pas tombé dans l'eau et se trouve encore sur le pont au bout de* 10 *déplacements*".

On schématise le pont par un rectangle dans le plan muni d'un repère orthonormé $(O;I;J)$ comme l'indique la figure ci-dessous. On suppose que Tom se au point de coordonnée $(0;0)$ au début de la traversée. On note $(x;y)$ les coordonnées de Tom après x déplacements.



On a écrit l'algorithme suivant qui simule la position de Tom. A la fin de son exécution, les valeurs des variables `x` et `y` représentent la position de Tom à la fin de son parcours :

```
x ← 0
y ← 0
Tant que (y⩾−1) et (y⩽1) et (x⩽9)
      n ← valeur choisie
              au hasard entre −1, 0 et
1
      y ← y+n
      x ← x+1
Fin tant que
```

1. On donne les couples suivants :
$(-1;1)$; $(10;0)$; $(2;4)$; $(10;2)$

Lesquels ont pu être obtenus avec cet algorithme? Justifier la réponse.

2. Modifier cet algorithme pour qu'à la place de "*la position de Tom est* $(x;y)$", il affiche finalement "*Tom a réussi la traversée*" ou "*Tom est tombé*".

Exercice 5361

Un groupe de 50 coureurs, portant des dossards numérotés de 1 à 50, participe à une course cycliste qui comprend 10 étapes, et au cours de laquelle aucun abandon n'est constaté. A la fin de chaque étape, un groupe de 5 coureurs est choisi au hasard pour subir un contrôle antidopage. Ces désignations de 5 coureurs à l'issue de chacune des étapes sont indépendantes. Un même coureur peut donc être contrôlé à l'issue de plusieurs étapes.

1. A l'issue de chaque étape, combien peut-on former de groupes différents de 5 coureurs?

2. On considère l'algorithme ci-dessous dans lequel :
- "rand(1,50)" permet d'obtenir un nombre entier aléatoire appartenant à l'intervalle $[1;50]$;
- l'écriture "x:=y" désigne l'affectation d'une valeur y à une variable x.


```
a ← 0
b ← 0
c ← 0
d ← 0
e ← 0
Tant que  (a=b) ou (a=c) ou (a=d) ou (a=e)
       ou (b=c) ou (b=d) ou (b=e) ou (c=d)
       ou (c=e) ou (d=e)
    a ← rand(1,50)
    b ← rand(1,50)
    c ← rand(1,50)
    d ← rand(1,50)
    e ← rand(1,50)
Fin Tant que
```

On s'intéresse à l'ensemble composé de 5 entiers naturels formés par les valeurs des variables a, b, c, d, e obtenues à l'issue de l'exécution de l'algorithme.

a. Parmi les ensembles de nombres suivants, lesquels ont pu être obtenus à l'aide de cet algorithme :

$L_1 = \{2\,;\,11\,;\,44\,;\,2\,;\,15\}$; $L_2 = \{8\,;\,17\,;\,41\,;\,34\,;\,6\}$

$L_3 = \{12\,;\,17\,;\,23\,;\,17\,;\,50\}$; $L_4 = \{45\,;\,19\,;\,43\,;\,21\,;\,18\}$

b. Que permet de réaliser cet algorithme concernant la course cycliste?

Exercice 5939

Voici un algorithme applicable à des entiers de trois chiffres dont le chiffre des centaines n'est pas égal à celui des unités :

Etape 1 : Inverser l'ordre des chiffres *(par exemple 275 devient 572)*

Etape 2 : Calculer la différence du plus grand et du plus petit de ces deux nombres.

Etape 3 : Ré-itérer l'étape 1 sur le nombre obtenu.

Etape 4 : Additionner ces deux derniers nombres

1. a. Appliquer l'algorithme aux nombres 123, 448 et 946.

   b. Que peut-on conjecturer?

2. Pour implémenter cet algorithme, l'étape 2, implicite lorsqu'on effectue les calculs "*à la main*", nécessite de dissocier l'entier saisi d'en isoler le chiffre des unités, celui des dizaines puis celui des centaines.

   Compléter la fonction suivante, issue d'un algorithme, dont le rôle est de prendre en argument un entier n de trois chiffres et d'effectuer cette dissociation. Dans cet algorithme a est le chiffre des centaines, b celui des dizaines et c celui des unités du nombre n que l'on souhaite décomposer.

```
Fonction f(n)
    a ← 0
    b ← 0
    c ← 0
    Tant que n⩾100
        a ← a+1
        n ← n−100
    Fin Tant que
    Tant que n......
        b ← ......
        ......  ← ......
    Fin Tant que
    c la valeur ......
    Renvoyer (a;b;c)
```

9. Utilisation de la calculatrice :

Exercice 6897

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = x - \ln(x^2+1)$

On admet que la fonction f admet le tableau de variations suivant :

x	$-\infty$ $+\infty$
Variation de f	$-\infty$ ↗ $+\infty$

On considère l'algorithme suivant :

```
Fonction g(A)
    N ← 0
    Tant que N−ln(N²+1)<A
        N ← N+1
    Fin Tant que
    Renvoyer N
```

où la fonction g est appelée avec un argument A qui est un nombre réel.

1. Quel sens donne-t-on à la valeur renvoyée par la fonction g?

2. Déterminer la valeur N renvoyée par l'appel à la fonction g est effectuée ave la valeur 100 de son paramètre A.

Exercice 6896

Dire si l'affirmation ci-dessous est vraie ou fausse en justifiant la réponse.

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = \dfrac{3}{4+6\cdot e^{-2x}}$

En fin d'exécution, cette algorithme affecte à la variable X la valeur 0,54.


```
X ← 0
Y ← 3/10
Tant que Y<0,5
    X ← X+0,01
    Y ← 3/(4+6·e^(−2X))
Fin Tant que
```

Exercice réservé 6888

On considère la suite $\left(u_n\right)$ définie par :
$u_0 = 0{,}02 \quad ; \quad u_{n+1} = \mathrm{e}^{2 \cdot u_n} - \mathrm{e}^{u_n}$ pour tout $n \in \mathbb{N}$

On admet que la suite $\left(u_n\right)$ est croissante et a pour limite :
$\lim_{n \mapsto +\infty} u_n = +\infty$

La fonction `f` de l'algorithme suivant a pour but de renvoyer le plus petit entier n tel que $u_n > M$, où M est un réel positif transmis en paramètre lors de l'appel de `f`. Cet algorithme est incomplet :

```
Fonction f(M)
    u ← 0,02
    n ← 0
    Tant que ...
        ...
        ...
    Fin tant que
    Renvoyer n
```

1. Recopier la partie "*Traitement*" en la complétant.
2. A l'aide de la calculatrice, déterminer la valeur renvoyée par la fonction `f` lorsque l'appel s'effectue ave l'argument `M`$=60$.

10. Autour de la dichotomie :

Exercice 6890

On considère l'algorithme suivant :

```
Fonction f(x)
    Renvoyer ....

Fonction g(a,b)
    Tant que b−a>0,3
        x ← (a+b)/2
        Si f(x)·f(a)>0
            alors a ← x
        sinon b ← x
        Fin Si
    Fin Tant que
    Renvoyer (a+b)/2
```

Indiquer si l'affirmation ci-dessous est vraie ou fausse et justifier la réponse.

> On complète l'algorithme pour que la fonction `f` puisse renvoyer les images du paramètre x pour la fonction :
> $f(x) = x^3 - 3$.
> On effectue un appel à la fonction `g` avec les valeurs des paramètres `a=1` et `b=2`.
> La valeur renvoyée par cet appel à la fonction `g` est le nombre 1,6875

Exercice 6898

On considère la fonction f définie sur $\left[0\,;5\right]$ par :
$f(x) = \mathrm{e}^x - 1$

On admet que la fonction f est strictement croissante et on note m la valeur $\mathrm{e}^5 - 1$.

On considère l'algorithme ci-dessous :

```
a ← 2
b ← 2e
Tant que b−a>10^(−3)
    c ← (a+b)=2
    Si f(c)<3,5
        Alors a ← c
        Sinon b ← c
    Fin Si
Fin Tant que
d ← f(c)
```

Interpréter la valeur de la variable `d` en fin d'exécution de l'algorithme.

Exercice réservé 5843

On considère la fonction f définie sur $\left]0\,;+\infty\right[$ par :
$f(x) = \dfrac{2}{x} + 2 \cdot \dfrac{\ln x}{x}$

On donne l'algorithme suivant :

```
a ← 0
b ← 1
Tant que b−a>0,1
   m ← (1/2)(a+b)
    Si f(m)<1
        Alors
            a ← m
        Sinon
            b ← m
    Fin Si
Fin Tant que
```

Faire tourner cet algorithme en complétant le tableau avec les valeurs prises par les variables successivement au cours de son exécution :

	étape 1	étape 2	étape 3	étape 4	étape 5
a	0				
b	1				
b-a					
m					

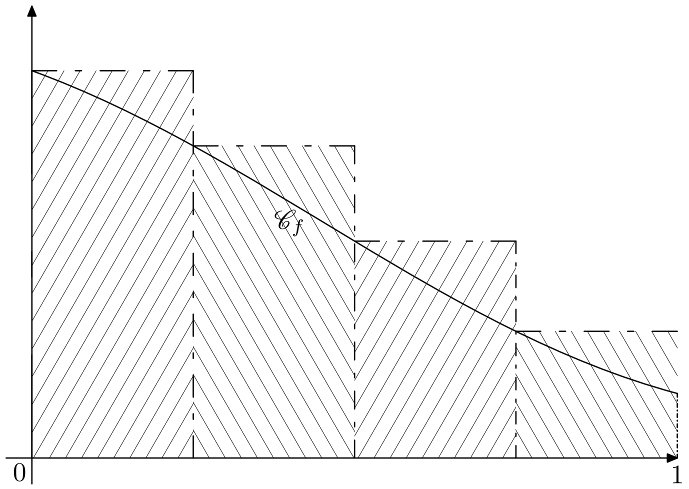
11. Autour des intégrales :

Exercice 5999

On considère une fonction f décroissante sur l'intervalle $[0\,;1]$.
On note $\mathscr{C}$ la courbe représentative de la fonction f dans un repère orthogonal.

On note $\mathcal{D}$ le domaine compris entre l'axe des abscisses, la courbe $\mathscr{C}$ et les droites d'équations $x=0$ et $x=1$.

1. On représente ci-dessous une approximation de l'aire du domaine $\mathcal{D}$ à l'aide des quatre rectangles ci-dessous :



Compléter l'algorithme ci-dessous afin que la valeur de la variable `S`, en fin d'exécution de l'algorithme, soit l'aire formée par les quatre rectangles :

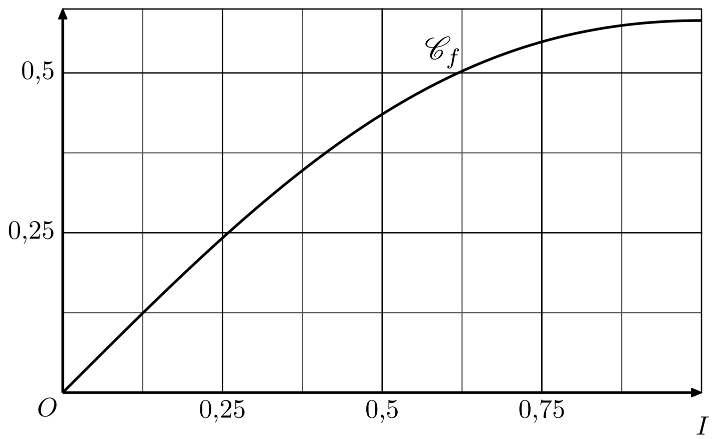
```
S ← 0
Pour k variant de 0 à ...
    S ← ...
Fin Pour
```

2. Dans cette question, N est un nombre entier strictement supérieur à 1. On découpte l'intervalle $[0\,;1]$ en N intervalles de même longueur. Sur chacun des intervalles, on construit un rectangle en procédant de la même manière qu'à la question précédente.

   Modifier l'algorithme précédent afin que la valeur de la variable S en fin d'exécution de l'algorithme soit la somme des aires des N rectangles ainsi construits.

Exercice 6916

Soit f une fonction définit l'intervalle $[0\,;1]$ par :
$$f(x) = \frac{x}{e^x - x}$$
et dont la courbe représentative $\mathscr{C}_f$ est donnée ci-dessous :



On admet que la fonction f est positive sur l'intervalle $[0\,;1]$.

On définit dans un algorithme la fonction `g` dans lequel les variables sont :

- K et i des entiers naturels, K étant non nul ;
- A, x et h des réels.

```
Fonction g(K)
    A ← 0
    x ← 0
    h ← 1/K
    Pour i variant de 1 à K
        A ← A+h×f(x)
        x ←   x+h
    Fin pour
    Renvoyer A
```

1. Reproduire et compléter le tableau ci-dessous en y indiquant les valeur des variables `A` et `x` lorsque la fonction `g` s'exécute pas à pas.
   On arrondira les valeurs successives de `A` au millième près.

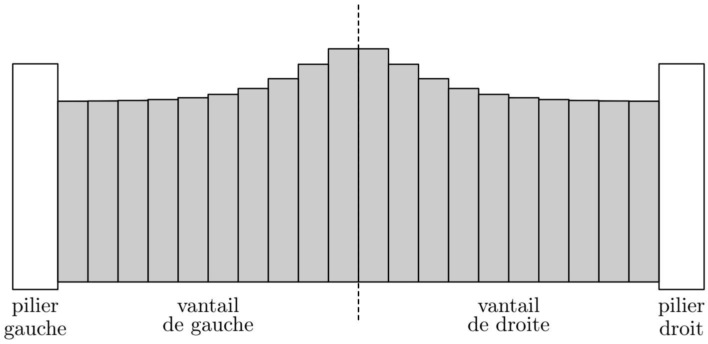
i	A	x
1		
2		
3		
4		

2. En l'illustrant sur la représentation graphique ci-dessus, donner une interprétation graphique de la valeur renvoyée par la fonction `g` lorsque l'argument passé à pour valeur `K=8`.

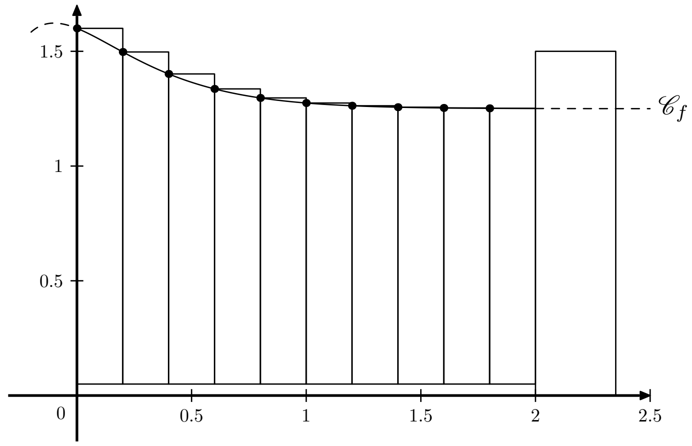
3. Que peut-on dire de la valeur renvoyée par la fonction `g` lorsque `K` deviend grand?

Exercice réservé 6270

On désire réaliser un portail comme indiqué ci-dessous. Chaque vantail mesure 2 mètres de large, la largeur de chaque planche est de $0{,}2\,m$ et la garde au sol de chaque vantail est de $0{,}05\,m$:



Voici un agrandi du vantail de droite :



La distance entre le bas du portail et le sol est de 0,05 m

La position des coins supérieur- gauche de chacune des planches est modélisée par la courbe $\mathscr{C}_f$ représentative d'une fonction f définie par :

$$f(x) = \left(x + \frac{3}{8}\right) \cdot \mathrm{e}^{-4x} + \frac{5}{4}$$

1. On numérote les dix planches de la gauche vers la droite en commençant par 0. On considère la planche k où k est un entier compris entre 0 et 9 :

   a. Pour la planche de numéro k, donner la valeur de l'abscisse de son point supérieur-gauche.

   b. Donner l'aire de la planche de numéro k.

2. Recopier et compléter l'algorithme suivant afin qu'à la fin de son exécution, l'aire totale des planches utilisées pour le vantail de droite soit la valeur de la variable `S`.

```
S ← 0
Pour K allant de 1 à 9
     S ← S+...
Fin du Pour
```

