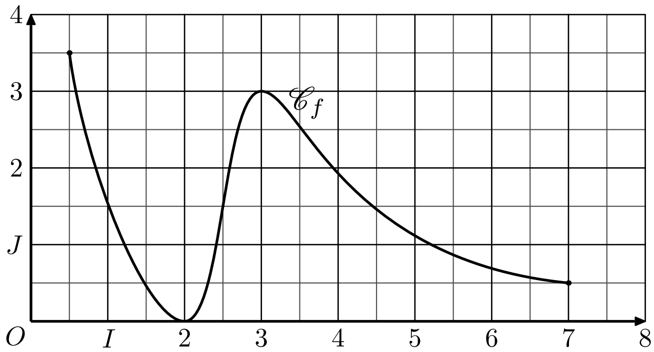
Terminale ES/Continuité

1. Rappels :

Exercice 7295

Dans le repère $(O\,;I\,;J)$ donné ci-dessous, est donnée la courbe $\mathscr{C}_f$ représentative d'une fonction f définie sur $[0{,}5\,;7]$:



Sans justification, dresser le tableau de signe de la fonction f' dérivée de la fonction f

Exercice 7296

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par la relation :

$$f(x) = \frac{4-3\cdot x}{x^2+1}$$

A l'aide d'un logiciel de calcul formel, on obtient les résultats ci-dessous qui pourront être utilisés sans être démontrés :

L1	f(x):=(4-3*x)/(x^2+1) $f(x) = \dfrac{4-3x}{x^2+1}$
L2	g(x):=Dérivée[f(x)] $g(x) = \dfrac{3x^2-8x-3}{\left(x^2+1\right)^2}$
L3	Résoudre[f(x)=0] $\left\{x=\frac{4}{3}\right\}$
L4	Résoudre[g(x)=0] $\left\{x=-\frac{1}{3}\quad ;\quad x=3\right\}$

1. Dresser le tableau de signe de la fonction f'.
2. Donner l'ensemble des solutions de l'inéquation $f(x)>0$.

2. Introduction aux valeurs intermédiaires :

Exercice 7286

On considère une fonction f qui admet le tableau de variations suivant :

x	-5		1		5		10
Variation de f	4	↘	-6	↗	-1	↘	-13

1. Justifier que l'équation $f(x)=7$ n'admet aucune solution.
2. Sans justification, donner le nombre de solution de l'équation $f(x)=0$ sur l'intervalle $[-5\,;10]$.

Exercice réservé 7287

On considère une fonction f définie sur l'intervalle $[-4\,;4]$ admettant le tableau de variations suivant :

x	-4		2		4
Variation de f	3	↘	$-\frac{9}{2}$	↗	-1

Aucune justification aux réponses n'est attendue.

1. Combien de solutions possède l'équation $f(x)=0$.
2. Discuter du nombre de solutions de l'équation $f(x)=m$ en fonction des valeurs suivantes de m :

   a. $f(x) = -6$ b. $f(x) = -4$ c. $f(x) = 2$

Exercice 7863

On considère une fonction f définie sur $[-5\,;3[\cup]3\,;10]$ et dont le tableau de variations est donné ci-dessous :

x	-5		3		4		10
Variation de f	-5	↗	-1 ‖ 7	↘	1	↗	2

Sans justification, donner le nombre de solution de l'équation : $f(x)=0$.

Exercice 7288

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par la relation :
$f(x) = 2\cdot x^3 - 3\cdot x^2 - 12\cdot x + 1$

1. a. Déterminer l'expression de la fonction f' dérivée de la fonction f.

b. Dresser le tableau de variations de la fonction f sur l'intervalle $[-2\,;3]$.

2. Sans justification, donner le nombre de solutions de solutions de chacune des équations suivantes sur l'intervalle $[-2\,;3]$:

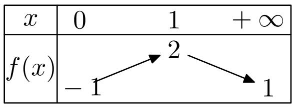
a. $f(x)=-10$ b. $f(x)=15$ c. $f(x)=-6$

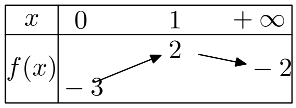
Exercice réservé 7367

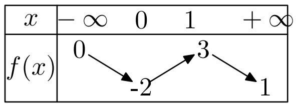
On considère une fonction f définie sur $\mathbb{R}_+$ dont nous avons des résultats partiels de son étude via un logiciel de calcul formel :

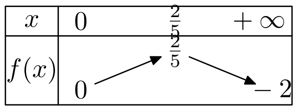
L1	f(x) :=...... $f(x) = \ldots\ldots$
L2	g(x) :=Dérivée[f(x)] $g(x) = \dfrac{-5\cdot x^2 - 3\cdot x + 2}{2\cdot\sqrt{x}}$
L3	Résoudre[f(x)=0] $\{x=0\ ;\ x=1\}$
L4	Résoudre[g(x)=0] $\left\{x=\dfrac{2}{5}\right\}$

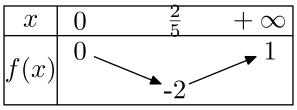
Parmi les tableaux de variations ci-dessous, un seul est le tableau de variations de la fonction f. Lequel?

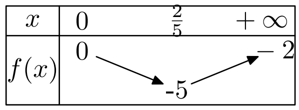
a.


b.


c.


d.


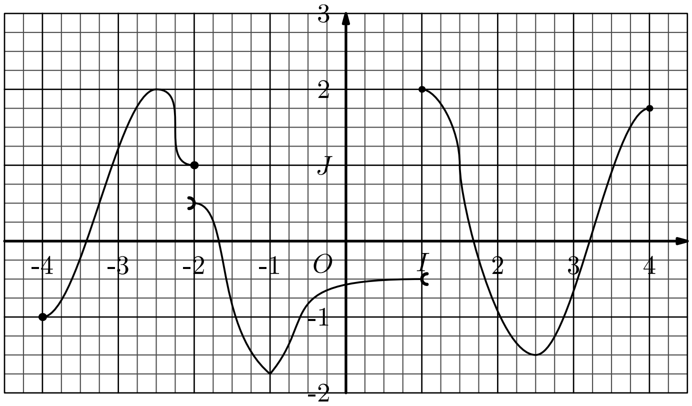
e.


f.


3. Introduction à la continuité :

Exercice 7316

Ci-dessous est donnée la courbe représentative $\mathscr{C}_f$ de la fonction f



1. Donner les intervalles sur lesquelles la fonction f est continue.

2. Donner les intervalles sur lesquelles la fonction f est monotone.

Exercice 7311

On considère la fonction f définie par la relation :

$$f(x) = \frac{\sqrt{(x-1)^2}}{x^2 - 4\cdot x + 3}$$

1. a. Déterminer les images de 0 et de 2 par la fonction f.

b. Pour l'équation $f(x)=0$, conjecturer l'existence ou non de solution pour cette équation sur l'intervalle $[0\,;2]$.

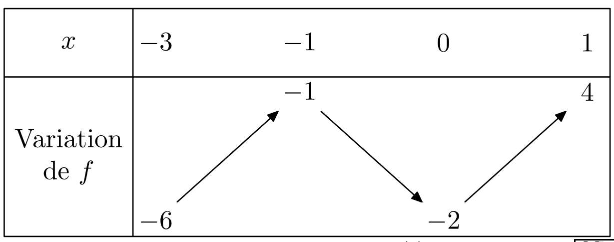
2. a. A l'aide de la calculatrice, tracer la courbe représentative de la fonction f.

b. La fonction f admet-elle des antécédents de 0 dans l'intervalle $[0\,;2]$.

4. Théorème des valeurs intermédiaires :

Exercice 7056

On donne ci-dessous le tableau de variations d'une fonction f définie sur l'intervalle $[-3\,;1]$:



Déterminer si la proposition suivante est vraie ou fausse en justifiant la réponse :

- **Proposition :** l'équation $f(x)=0$ admet une unique solution dans l'intervalle $\big[-3\,;1\big]$.

Exercice réservé 7041

On donne le tableau de variations d'une fonction f définie sur l'intervalle $\big[-1\,;3\big]$:

x	-1		1		2		3
Variation de f	-2	$\nearrow$	2	$\searrow$	-1	$\nearrow$	$-0,5$

Parmi les quatre propositions suivantes, laquelle est correcte?

Dans l'intervalle $\big[-1\,;3\big]$, l'équation $f(x)=0$ admet :

a. exactement 3 solutions

b. exactement 2 solutions

c. exactement 1 solution

d. pas de solution

Exercice 7328

On considère la fonction f définie par :
$f(x)=2{\cdot}x^3+3{\cdot}x^2-12{\cdot}x+4$

1. Dresser le tableau de variations de la fonction f.

2. a. Justifier que l'équation $f(x)=0$ admet une unique solution, notée α, sur l'intervalle $\big[-2\,;1\big]$.

   b. A l'aide de la calculatrice, donner une valeur approchée au centième de la solution α.

Exercice 7343

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par la relation :
$f(x)=\dfrac{3{\cdot}x+4}{x^2+1}$

1. Dresser le tableau de variations de la fonction f sur $\mathbb{R}$.

2. a. Justifier que l'équation $f(x)=1$ admet une unique solution sur l'intervalle $\Big[-3\,;\dfrac{1}{3}\Big]$.

   b. A l'aide de la calculatrice, déterminer la valeur approchée au centième près de cette solution.

Exercice réservé 7366

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par la relation :
$f(x)=\dfrac{4{\cdot}x+3}{x^2+1}$

1. a. Etablir que la fonction f', dérivée de la fonction f, admet pour expression :
   $f'(x)=\dfrac{-4{\cdot}x^2-6{\cdot}x+4}{\big(x^2+1\big)^2}$

   b. Dresser le tableau de variations de la fonction f sur $\big[-5\,;5\big]$

2. a. Justifier que l'équation $f(x)=3$ admet deux solutions, notées α et β, sur l'intervalle $\big[-5\,;5\big]$.

   b. Donner les valeurs approchées de α et β au millième près.

Exercice 7289

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par la relation :
$f(x)=\dfrac{2{\cdot}x+1}{x^2+2}$

1. a. Justifier que la fonction f' dérivée de la fonction f admet pour expression :
   $f'(x)=\dfrac{-2{\cdot}x^2-2{\cdot}x+4}{\big(x^2+2\big)^2}$

   b. Dresser le tableau de variations de la fonction f sur l'intervalle $\big[-3\,;3\big]$.

2. En déduire le nombre de solutions de l'équation $f(x)=0$ sur l'intervalle $\big[-3\,;3\big]$

Exercice réservé 7327

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}_+$ par la relation :
$f(x)=\big(x-1\big){\cdot}\sqrt{x}$

A l'aide d'un logiciel de calcul formel, on obtient les résultats ci-dessous qui pourront être utilisés sans être démontrés :

L1	f(x) :=(x-1)*$\sqrt{}$(x) $f(x)=(x-1){\cdot}\sqrt{x}$
L2	g(x) :=Dérivée[f(x)] $g(x)=\dfrac{3{\cdot}x-1}{2{\cdot}\sqrt{x}}$
L3	Résoudre[f(x)=0] $\{x=1\}$
L4	Résoudre[g(x)=0] $\Big\{x=\dfrac{1}{3}\Big\}$

1. Dresser le tableau de variations de la fonction f.

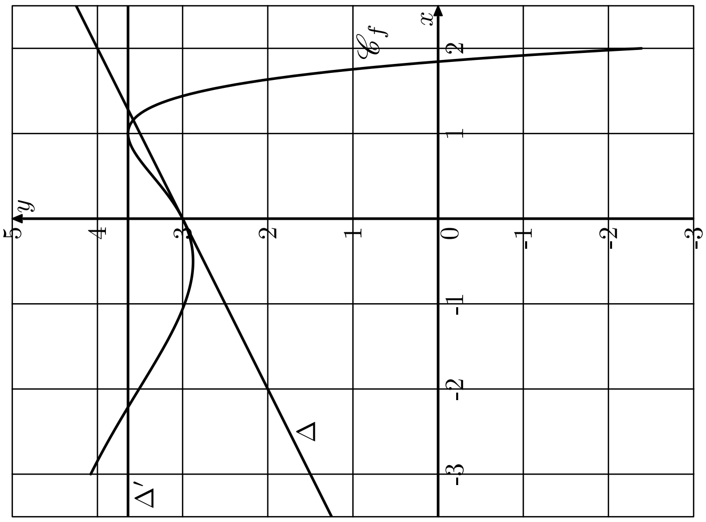
2. a. Déterminer les images de $\dfrac{1}{3}$ et 9 par la fonction f.

   b. En déduire que l'équation $f(x)=6$ admet une unique solution sur $\Big[\dfrac{1}{3}\,;9\Big]$. Puis, justifier que cette équation admet également une unique solution sur $\mathbb{R}_+$.

   c. A l'aide de la calculatrice, déterminer la valeur exacte de l'unique solution de l'équation $f(x)=6$.

Exercice réservé 7365

On donne ci-dessous la courbe représentative $\mathscr{C}_f$ d'une fonction définie et dérivable sur l'intervalle $\big[-3\,;2\big]$. On note f' la fonction dérivée de la fonction f.
Le point A de coordonnées $\big(0\,;3\big)$ appartient à la courbe $\mathscr{C}_f$.
B est le point d'abscisse 1 appartenant à la courbe $\mathscr{C}_f$.



On dispose des informations suivantes :

- la fonction f est strictement décroissante sur les intervalle $[-3\,;-0{,}5]$ et $[1\,;2]$ et elle est strictement croissante sur $[-0{,}5\,;1]$;
- la fonction f' est strictement décroissante sur les intervalle $[-3\,;-2]$ et $\left[\dfrac{1}{2}\,;2\right]$ et elle est strictement croissante sur $\left[-2\,;\dfrac{1}{2}\right]$;
- la droite Δ d'équation $y=0{,}5{\cdot}x+3$ est tangente à la courbe $\mathscr{C}_f$ au point A ;
- La tangente Δ' à la courbe $\mathscr{C}_f$ au point B est parallèle à l'axe des abscisses.

Chaque réponse devra être justifiée. Une réponse non-jusitifé ne rapporte pas de points.

1. Donner la valeur de $f'(1)$.
2. Quel est le signe de $f'(2)$?
3. Donner la valeur de $f'(0)$.
4. Donner le nombre de solutions de l'équation $f'(x)=0{,}5$.

5. *Fonctions dérivées et théorème de valeurs intermédiaires :*

Exercice 7326

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ qui admet le tableau de signe ci-dessous :

x	$-\infty$		1		5		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

De plus, l'équation $f(x)=0$ admet pour ensemble de solution :

$\mathcal{S}=\{3\}$

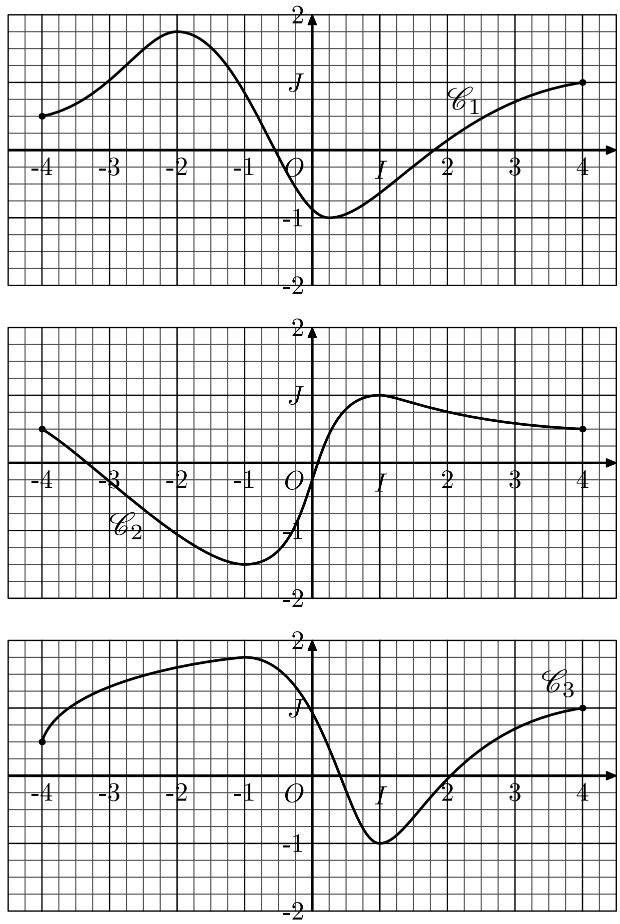
Dresser le tableau de signes en justifiant votre démarche.

Exercice réservé 7294

On considère la fonction f définie sur l'intervalle $[-4\,;4]$ dont la fonction dérivée f' admet le tableau de variations ci-dessous :

x	-4	-1	1	4
Variation de f'	$0{,}5$ ↘	$-1{,}5$ ↗	1 ↘	$0{,}5$

Dans un repère $(O\,;I\,;J)$ orthogonal, sont représentées les courbes représentatives $\mathscr{C}_1$, $\mathscr{C}_2$ et $\mathscr{C}_3$ de trois fonctions.



Parmi ces courbes une seule est la représentation de la fonction f. Laquelle? Justifier votre réponse.

