Terminale ES/Annales probabilités

2. Loi binomiale :

Exercice 6981

Les parties A et B sont indépendantes.

Notations :
Pour tout évènement A, on note $\overline{A}$ l'évènement contraire de A et $p(A)$ la probabilité de l'évènement A.
Si A et B sont deux évènements, on note $p_B(A)$ la probabilité de A sachant que l'évènement B est réalisé.

Dans cet exercice, on arrondira les résultats au millième.

Une agence Pôle Emploi étudie l'ensemble des demandeurs d'emploi selon deux critères, le sexe et l'expérience professinnelle.

Cette étude montre que :

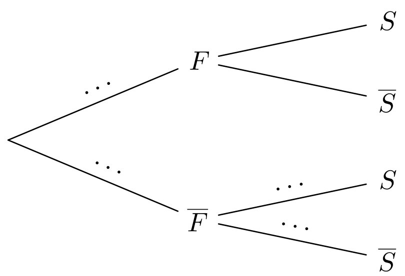
- 52 % des demandeurs d'emploi sont des femmes et 48 % sont des hommes ;
- 18 % des demandeurs d'emploi sont sans expérience et les autres sont avec expérience ;
- parmi les hommes qui sont demandeurs d'emploi, on sait que 17,5 % sont sans expérience.

Partie A

On prélève au hasard la fiche d'un demandeur d'emploi de cette agence. On note :

- S : l'évènement "*le demandeur d'emploi est sans expérience*" ;
- F : l'évènement "*le demandeur d'emploi est une femme*"

1. Préciser $p(S)$ et $p_{\overline{F}}(S)$.
2. Recopier l'arbre ci-dessous et compléter les pointillés par les probabilités associées.



3. Démontrer $p\left(\overline{F}\cap S\right)=0{,}084$. Interpréter le résultat.
4. La fiche prélevée est celle d'un demandeur d'emploi sans expérience. Calculer la probabilité pour que ce soit un homme.
5. Sachant que la fiche prélevée est celle d'une femme, calculer la probabilité que ce soit la fiche d'un demandeur d'emploi sans expérience.

Partie B

La responsable de l'agence décide de faire le point avec cinq demandeurs d'emploi qui sont suivis dans son agence. Pour cela, elle prélève cinq fiches au hasard. On admet que le nombre de demandeurs d'emplois dans son agence est suffisamment grand pour assimiler cette situation à un tirage avec remise.

En justifiant la démarche, calculer la probabilité que, parmi les cinq fiches tirées au hasard, il y ait au moins une fiche de demandeur d'emploi sans expérience.

Exercice réservé 7213

Cet exercice est un QCM *(questionnaire à choix multiples)*. Pour chacune des questions posées, une seule des quatre réponses est exacte. Recopier le numéro de la question et la réponse exacte. Aucune justification n'est demandée. Un réponse exacte rapporte un point, une réponse fausse ou l'absence de réponse ne rapporte ni n'enlève aucun point.

Les probabilités sont données à 0,001 près.

Pour la fête du village de Boisjoli, le maire a invité les enfants des villages voisins.
Les services de la mairie ayant géré les inscriptions dénombrent 400 enfants à cette fête ; ils indiquent aussi que 32 % des enfants présents sont des enfants qui habitent le village de Boisjoli.

1. Le nombre d'enfants issus des villages voisins est :

   a. 128 b. 272 c. 303 d. 368

Lors de cette fête, huit enfants sont choisis au hasard afin de former une équipe qui participera à un défi sportif. On admet que le nombre d'enfants est suffisamment grand pour que cette situation puisse être assimilée à un tirage au hasard avec remise.

On appelle $\mathcal{X}$ la variable aléatoire prenant pour valeurs le nombre d'enfants de l'équipe habitant le village de Boisjoli.

2. La variable aléatoire $\mathcal{X}$ suit la loi binomiale de paramètres :

   a. $n=400$ et $p=0{,}32$ b. $n=8$ et $p=0{,}32$
   c. $n=400$ et $p=8$ d. $n=8$ et $p=0{,}68$

3. La probabilité que dans l'équipe, il y ait au moins un enfant habitant le village de Boisjoli est :

   a. 0,125 b. 0,875 c. 0,954 d. 1

4. L'espérance mathématique de $\mathcal{X}$ est :

   a. 1,4708 b. 2,56 c. 87,04 d. 128

Exercice 7116

D'après une enquête menée auprès d'une population, on a constaté que :

- 60 % de la population sont des femmes ;
- 56 % des femmes travaillent à temps partiel ;
- 36 % de la population travaillent à temps partiel.

 BY-NC

On interroge une personne dans la population. Elle affirme qu'elle travaille à temps partiel.

Quelle est la probabilité que cette personne soit un homme?

4. Loi normale et fractile :

Exercice 6972

Un marathon est une épreuve sportive de course à pied.
Dans cet exercice, tous les résultats approchés seront donnés à 10^{-3} près.
Les deux parties de cet exercice sont indépendantes.

Partie A

Une étude portant sur le marathon de Tartonville montre que :

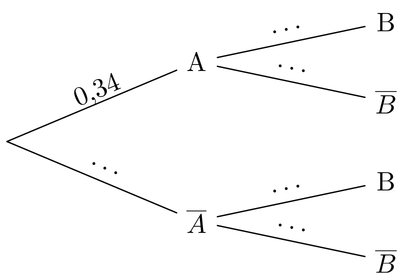
- 34 % des coureurs terminent la course en moins de 234 minutes ;
- parmi les coureurs qui terminent la course en moins de 234 minutes, 5 % ont plus de 60 ans ;
- parmi les coureurs qui terminent la course en plus de 234 minutes, 84 % ont moins de 60 ans.

On sélectionne au hasard un coureur et on considère les évènements suivants :

- A : "*le coureur a terminé le marathon en moins de* 234 *minutes*" ;
- B : "*le coureur a moins de* 60 *ans*".

On rappelle que si E et F sont deux évènements, la probabilité de l'évènement E est notée $\mathcal{P}(E)$ et celle de E sachant F est notée $\mathcal{P}_F(E)$. De plus, $\overline{E}$ désigne l'évènement contraire de E.

1. Recopier et compléter l'arbre de probabilité ci-dessous associé à la situation de l'exercice :



2. a. Calculer la probabilité que la personne choisie ait terminé le marathon en moins de 234 minutes et soit âgée de plus de 60 ans.

   b. Vérifier que : $\mathcal{P}(\overline{B}) = 0{,}123$

   c. Calculer $\mathcal{P}_{\overline{B}}(A)$ et interpréter le résultat dans le cadre de l'exercice.

Partie B

On suppose que le temps en minutes mis par un marathonien pour finir le marathon de Tartonville est modélisé par une variable aléatoire $\mathcal{T}$ qui suit une loi normale d'espérance $\mu = 250$ et d'écart-type $\sigma = 39$.

1. Calculer $\mathcal{P}(210 \leqslant \mathcal{T} \leqslant 270)$

2. Un coureur est choisi au hasard parmi les coureurs qui ont mis entre 210 minutes et 270 minutes pour finir le marathon.

   Calculer la probabilité que ce coureur ait terminé la course en moins de 240 minutes.

3. a. Calculer $\mathcal{P}(\mathcal{T} \leqslant 300)$

   b. Par la méthode de votre choix, estimer la valeur du nombre réel t, arrondi à l'unité, vérifiant :
   $\mathcal{P}(\mathcal{T} \geqslant t) = 0{,}9$

   c. Interpréter le résultat obtenu dans le cadre de l'exercice.

Exercice 6977

D'après l'AFDIAG *(Association Française Des Intolérants au Gluten)*, la maladie cœliaque, aussi appelée intolérance au gluten, est une des maladies digestives les plus fréquentes. Elle touche environ 1 % de la population.

On estime que seulement 20 % des personnes intolérantes au gluten passent le test pour être diagnostiquées.

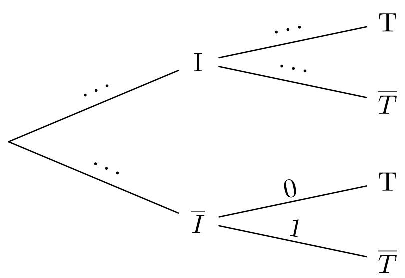
On considère que si une personne n'est pas intolérante au gluten, elle ne passe pas le test pour être diagnostiquée.

On choisit au hasard une personne dans la population française qui compte environ 66,6 millions d'habitants au 1^er^ janvier 2016.
On considère les évènements :

- I : "*la personne choisie est intolérante au gluten*" ;
- T : "*la personne choisie passe le test pour être diagnostiquée*"

Partie A

1. Recopier et compléter l'arbre de probabilités ci-dessous :



2. Calculer la probabilité que la personne choisie soit intolérante au gluten et ne passe pas le test pour être diagnostiquée.

3. Montrer que : $\mathcal{P}(T) = 0{,}002$

Partie B

L'AFDIAG a fait une enquête et a constaté que la maladie cœliaque était diagnostiquée en moyenne 11 ans après les premiers symptômes.
On note $\mathcal{X}$ la variable aléatoire représentant le temps en années mis pour diagnostiquer la maladie cœliaque à partir de l'apparition des premiers symptômes.
On admet que la loi de $\mathcal{X}$ peut être assimilée à la loi normale d'espérance $\mu = 11$ et d'écart-type $\sigma = 4$.

1. Calculer la probabilité que la maladie soit diagnostiquée

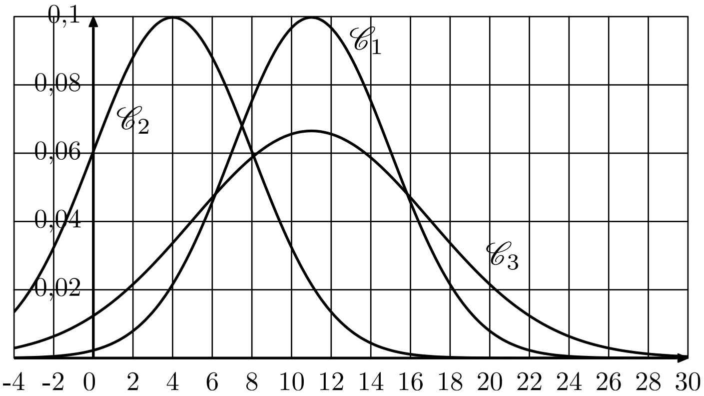
BY-NC

entre 9 ans et 13 ans après les premiers symptômes. Arrondir le résultat à 10^{-3}.

2. Calculer $\mathcal{P}(\mathcal{X}\leqslant 6)$. Arrondir le résultat à 10^{-3}.

3. Sachant que $\mathcal{P}(\mathcal{X}\leqslant a)=0{,}84$, donner la valeur de a arrondie à l'unité.
Interpréter le résultat dans le contexte de l'exercice.

4. Laquelle de ces trois courbes représente la fonction de densité de la loi normale d'espérance $\mu=11$ et d'écart-type $\sigma=4$? Justifier le choix. On pourra s'aider des réponses aux questions précédentes.



Exercice 6985

Une base nautique propose la location de différentes embarcations pour visiter les gorges du Verdon. Les touristes peuvent louer des kayaks, des pédalos ou des bateaux électriques, pour une durée de 1 heure ou 2 heures.

*Les parties **A** et **B** sont indépendantes*

Partie A

Une étude statistique met en évidence que :

- 40 % des embarcations louées sont des pédalos ;
- 35 % des embarcations louées sont des kayaks ;
- Les autres embarcations louées sont des bateaux électriques ;
- 60 % des pédalos sont loués pour une durée de 1 heure ;
- 70 % des kayaks sont loués pour une durée de 1 heure ;
- la moitié des bateaux électriques sont loués pour une durée de 1 heure.

On interroge au hasard un touriste qui vient pour louer une embarcation. On note A, B, C, D et E les évènements suivants :

- A : "*l'embarcation louée est un pédalo*" ;
- B : "*l'embarcation louée est un kayak*" ;
- C : "*l'embarcation louée est un bateau électrique*" ;
- D : "*l'embarcation est louée pour une durée de 1 heure*" ;
- E : "*l'embarcation est louée pour une durée de 2 heures*".

1. Traduire la situation par un arbre pondéré.

2. Calculer la probabilité que l'embarcation soit louée pour une durée de 2 heures est égales à 0,39.

3. Sachant que l'embarcation a été louée pendant 2 heures, quelle est la probabilité que ce soit un bateau électrique? Arrondir le résultat au centième.

4. La base nautique pratique les tarifs suivants :

	1 heure	2 heures
Pédalo	15 €	25 €
Kayak	10 €	16 €
Bateau électrique	35 €	60 €

En moyenne, 200 embarcations sont louées par jour. Déterminer la recette journalière que peut espérer la base nautique

Partie B

Dans cette partie les résultats seront arrondis au millième

Les bateaux électriques sont équipés d'une batterie d'une autonomie moyenne de 500 minutes.
Les batteries des bateaux sont rechargées uniquement à la fin de chaque journée d'utilisation.
On note $\mathcal{X}$ la variable aléatoire correspondant à la durée de fonctionnement de la batterie d'un bateau, exprimée en minutes. On admet que $\mathcal{X}$ suit la loi normale d'espérance $\mu=500$ et d'écart-type $\sigma=10$.

1. A l'aide de la calculatrice, calculer $\mathcal{P}(490<\mathcal{X}<520)$.

2. Chaque jour, les bateaux sont utilisés pendant une durée de 8 heures sans être rechargés.
Déterminer la probabilité que la batterie d'un bateau soit déchargée avant la fin de la journée.

3. Déterminer l'entier a tel que : $\mathcal{P}(\mathcal{X}<a)\approx 0{,}01$
Interpréter le résultat dans le contexte de l'exercice.

Exercice réservé 6991

Les trois parties de cet exercice sont indépendantes

Partie A

D'après le "*bilan des examens du permis de conduire*" pour l'année 2014 publiée par le ministère de l'Intérieur en novembre 2015, 20 % des personnes qui se sont présentées à l'épreuve pratique du permis de conduire avaient suivi la filière de l'apprentissage anticipée de la conduite *(AAC)*.
Parmi ces candidats, 75 % ont été reçus à l'examen. Pour les candidats n'ayant pas suivi la filière AAC, le taux de réussite à l'examen était seulement de 56,6 %.
On choisit au hasard l'un des candidats à l'épreuve pratique du permis de conduire en 2014.
On considère les évènements suivants :

- A "*le candidat a suivi la filière AAC*" ;
- R "*le candidat a été reçu à l'examen*".

On rappelle que si E et F sont deux évènements, la probabilité de l'évènement contraire de E.

1. a. Donner les probabilités $\mathcal{P}(A)$, $\mathcal{P}_A(R)$ et $\mathcal{P}_{\overline{A}}(R)$.
   b. Traduire la situation par un arbre pondéré.

2. a. Calculer la probabilité $\mathcal{P}(A\cap R)$.
   b. Interpréter ce résultat dans le cadre de l'énoncé.

3. Justifier que : $\mathcal{P}(R)=0{,}6028$

4. Sachant que le candidat a été reçu à l'examen, calculer la probabilité qu'il ait suivi la filière AAC.
On donnera une valeur approchée à 10^{-4} près de cette probabilité.

Partie B

 CC BY-NC

Un responsable d'auto-école affirme que pour l'année 2016, la probabilité d'être reçu à l'examen est égale à 0,62.
Ayant des doutes sur cette affirmation, une association d'automobilistes décide d'interroger 400 candidats à l'examen parmi ceux de 2016. Il s'avère que 220 d'entre eux ont effectivement obtenu le permi de conduire.

1. Déterminer un intervalle de fluctuation asymptotique au seuil de 95 % de la fréquence de candidats reçus dans un échantillon aléatoire de 400 candidats.
2. Peut-on émettre des doutes sur l'affirmation du responsable de cette auto-école?
   Justifier votre réponse.

Partie C

Selon une enquête menée ne 2013 par l'association "*Prévention routière*", le coût moyen d'obtention du permis de conduire atteignait environ 1 500 €. On décide de modéliser le coût d'obtention du permis de conduire par une variable aléatoire $\mathcal{X}$ qui suit la loi normale d'espérance $\mu = 1\,500$ et d'écart-type $\sigma = 410$.

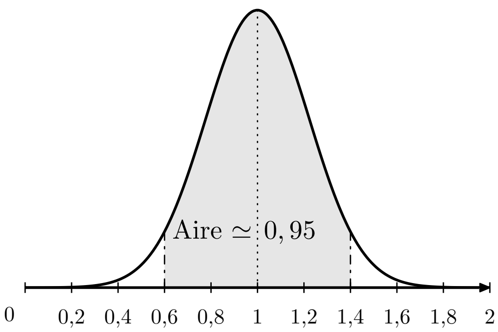
1. Déterminer une valeur approchée à 10^{-2} près de la probabilité que le coût du permis de conduire soit compris entre 1 090 € et 1 910 €.
2. Déterminer : $\mathcal{P}(\mathcal{X} \leqslant 1\,155)$
   On donnera le résultat sous forme approchée à 10^{-2} près.
3. a. Par la méthode de votre choix, estimer la valeur du nombre réel a arrondi à l'unité, vérifiant :
   $\mathcal{P}(\mathcal{X} \geqslant a) = 0{,}2$.
   b. Interpréter ce résultat dans le cadre de l'énoncé.

5. Intervalle fluctuation asymptotique :

Exercice 6979

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples. Pour chacune des questions suivantes, une seule des quatre réponses proposées est exacte. Aucune justification n'est demandée.
Une bonne réponse rapporte un point. Une mauvaise réponse multiple ou l'absence de réponse ne rapporte ni enlève aucun point.
Indiquer sur la copie le numéro de la question et la réponse correspondante.

1. On considère la fonction g définie sur $]0\,;+\infty[$ par :
   $g(x) = \dfrac{2}{x}$
   La valeur moyenne de la fonction g sur l'intervalle $[1\,;\mathrm{e}]$ est :
   a. 2 b. $\dfrac{1}{\mathrm{e}-1}$ c. $\dfrac{2}{\mathrm{e}-1}$ d. $\dfrac{-2}{\mathrm{e}-1}$
2. On considère une variable aléatoire $\mathcal{X}$ suivant une loi normale. La courbe ci-dessous représente la fonction densité f associée à la variable $\mathcal{X}$.



   a. L'espérance de $\mathcal{X}$ est 0,4.
   b. L'espérance de $\mathcal{X}$ est 0,95.
   c. L'écart-type de $\mathcal{X}$ est environ 0,4.
   d. L'écart-type de $\mathcal{X}$ est environ 0,2.
3. A l'occasion de son inauguration, un hypermarché offre à ses clients un ticket à gratter par tranche de 10 euros d'achats. *L'hypermarché **affirme** que 15 % des tickets à gratter sont gagnants*, c'est à dire donneront droit à un bon d'achat de 5 euros.

   Amandine a reçu 50 tickets à gratter après un achats de 500 euros dans cet hypermarché. Deux d'entre eux étaient gagnants.

   On suppose que le nombre de tickets à gratter est suffisamment important pour considérer qu'un échantillon de 50 tickets correspond à un tirage aléatoire avec remise.

   a. L'intervalle de fluctuation asymptotique au seuil de 95 % de la fréquence observée de tickets gagnants dans un échantillon de 50 tickets à gratter est $[0{,}051\,;0{,}249]$, les bornes étant arrondies au millième.
   b. L'intervalle de fluctuation asymptotique au seuil de 95 % de la fréquence observée de tickets gagnants dans un échantillon de 50 tickets à gratter est $[0{,}100\,;0{,}200]$, les bornes étant arrondies au millième.
   c. La fréquence de tickets gagnants reçus par Amandine est $\dfrac{50}{500}$.
   d. Amandine peut annoncer avec un risque de 5 % que l'affirmation de l'hypermarché n'est pas mensongère.

6. Intervalle de confiance :

 BY-NC

Exercice réservé 6986

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples. Pour chacune des questions suivantes, une seule des quatre réponses proposées est exacte. Aucune justification n'est demandée. Une bonne réponse rapporte un point. Une mauvaise réponse, plusieurs réponses ou l'absence de réponse à une question ne rapportent ni n'enlèvent de point.

Indiquer sur la copie le numéro de la question et la réponse correspondante.

1. A et B sont deux évènements d'une expérience aléatoire. On note $\overline{B}$ l'évènement contraire de B. On sait que :
$\mathcal{P}(A) = 0{,}6$; $\mathcal{P}(B) = 0{,}5$; $\mathcal{P}(A \cap B) = 0{,}42$
On peut affirmer que :

   a. $\mathcal{P}_A(B) = 0{,}3$ b. $\mathcal{P}(A \cup B) = 0{,}58$

   c. $\mathcal{P}_B(A) = 0{,}84$ d. $\mathcal{P}(A \cap \overline{B}) = 0{,}28$

2. Dans une station de ski, le temps d'attente à un télésiège donné, exprimer en minute, peut être modĺeisé par une variable aléatoire $\mathcal{X}$ qui suit la loi uniforme sur l'intervalle $[0\,;5]$.

   a. L'espérance de cette loi $\mathcal{X}$ est $\dfrac{2}{5}$

   b. $\mathcal{P}(\mathcal{X}>2) = \dfrac{3}{5}$ c. $\mathcal{P}(\mathcal{X}\leqslant 2) = \dfrac{3}{5}$

   d. $\mathcal{P}(\mathcal{X}\leqslant 5) = 0$

3. Une machine remplit des flacons dont le volume annoncé est de $100\,m\ell$. On admet que le volume contenu dans le flacon peut être modélisé par une variable aléatoire $\mathcal{Y}$ qui suit la loi normale d'espérance $100\,m\ell$ et d'écart-type $2\,m\ell$.

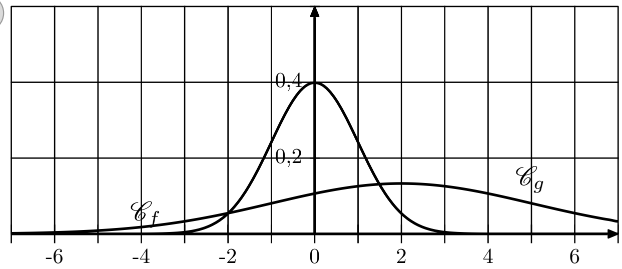
   a. $\mathcal{P}(\mathcal{Y}\leqslant 100) = 0{,}45$ b. $\mathcal{P}(\mathcal{Y}>98) = 0{,}75$

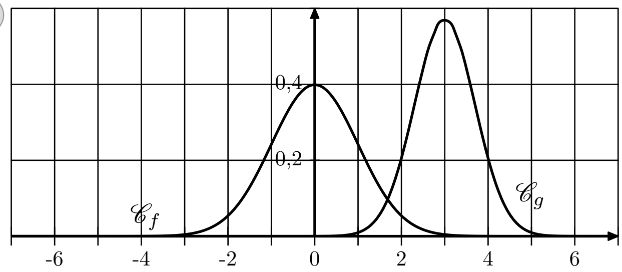
   c. $\mathcal{P}(96\leqslant\mathcal{Y}\leqslant 104) \approx 0{,}95$ d. $\mathcal{P}(\mathcal{Y}\leqslant 110) \approx 0{,}85$

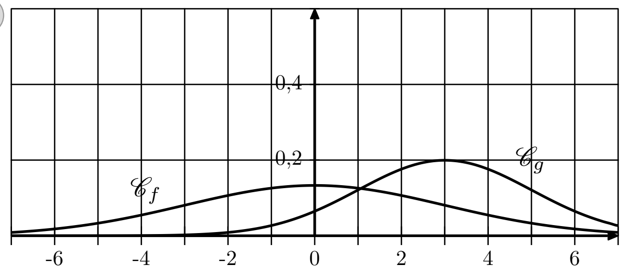
4. Un article de journal affirme, qu'en France, il y a 16 % de gauchers. Un chercheur souhaite vérifier cette affirmation. Pour cela, il veut déterminer la taille de l'échantillon de la population française à étudier qui permettrait d'obtenir un intervalle de confiance d'amplitude égale à 0,1 au niveau de confiance de 0,95. La taille de l'échantillon est :

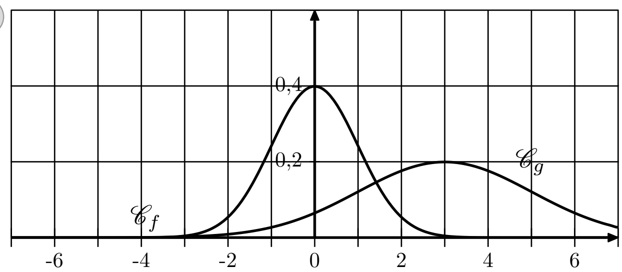
   a. 30 b. 64 c. 100 d. 400

5. La fonction f est la fonction densité de probabilité associée à la normale centrée réduite $\mathcal{N}(0\,;1)$.
La fonction g est la fonction de densité de probabilité associée à la loi normale de moyenne $\mu=3$ et d'écart type $\sigma=2$. La représentation graphique de ces fonctions est :

a.


b.


c.


d.


 BY-NC