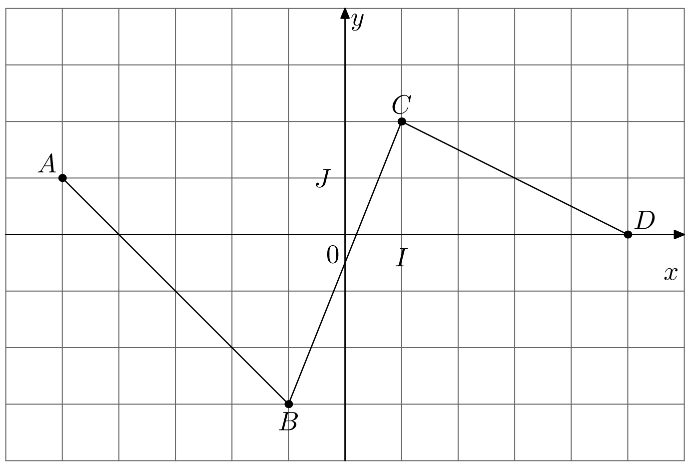
Seconde/Un peu plus d'analyse

1. Fonctions affines par morceaux :

Exercice réservé 428

Dans le repère orthonormé $(O\,;I\,;J)$ ci-dessous, on considère la ligne polygonale formée à l'aide es quatre points du plan A, B, C et D.



1. a. Donner les trois équations des droites portées respectivement par les segments $[AB]$, $[BC]$ et $[CD]$.

   Cette ligne polygonale définit une fonction f définie sur $[-5\,;5]$ dîtes **fonction affine par morceaux** *(ou par intervalles)* car sur chacun de ses trois intervalles :

   $$I = [-5\,;-1[\quad ; \quad J = [-1\,;1[\quad ; \quad K = [1\,;5]$$

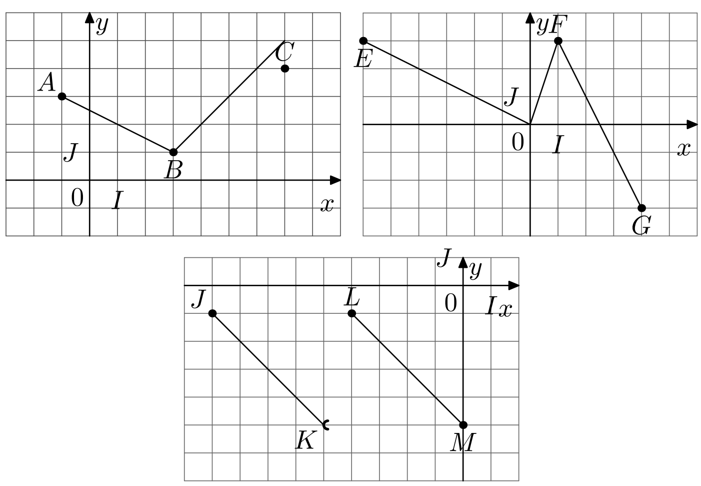
   la courbe représentative de f est une fonction affine.

   Algébriquement, on définit la fonction f de la manière suivante :

   $$f : \begin{cases} f(x) = -x-5 & \text{si } x\in[-5\,;-1] \\ f(x) = 2{,}5x-0{,}5 & \text{si } x\in[-1\,;1] \\ f(x) = -0{,}5x+2{,}5 & \text{si } x\in[1\,;5] \end{cases}$$

   b. Donner les images des nombres -4, -1, 2 et 5 par la fonction f.

2. Voici les trois représentations graphiques des fonctions affines par morceaux g, h et j.



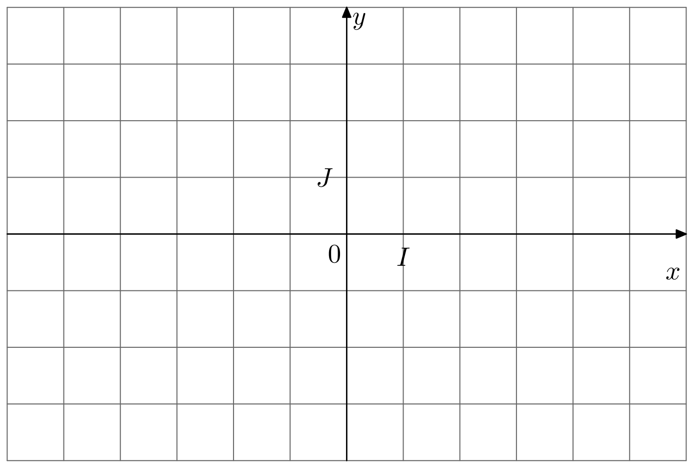
   a. Donner l'ensemble de définition de chacune de ces fonctions.

   b. Donner leurs expressions algébriques.

Exercice 420

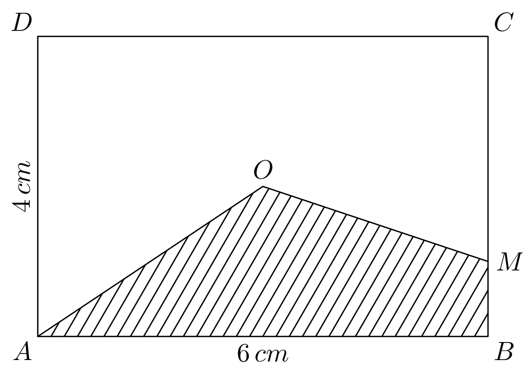
Tracer dans le repère ci-dessous la courbe représentative de la fonction suivante :

$$f : \begin{cases} f(x) = 2x+8 & \text{si } x\in[-5\,;-2] \\ f(x) = -0.5x+3 & \text{si } x\in]-2\,;2] \\ f(x) = -2x+6 & \text{si } x\in]2\,;4] \end{cases}$$



Exercice 3000

Dans le plan, on considère le rectangle $ABCD$ de longueur $5\,cm$ et de largeur $3\,cm$. Un point M parcourt le contour de ce rectangle ; on repère ce point par le nombre x représentant la distance parcourue par ce point en partant de A et en parcourant le rectangle dans le sens direct.



On note $\mathcal{A}(x)$ l'aire de la partie hachurée lorsque M est repéré par le nombre x.

1. Justifier que la fonction $\mathcal{A}$ est une fonction affine par morceaux en fonction de x définie par le système :

$$\begin{cases} x & \text{pour } x \in [0\,;\,6] \\ \dfrac{3}{2}x-3 & \text{pour } x \in [6\,;\,10] \\ x+2 & \text{pour } x \in [10\,;\,16] \\ \dfrac{3}{2}\cdot x-6 & \text{pour } x \in [16\,;\,20] \end{cases}$$

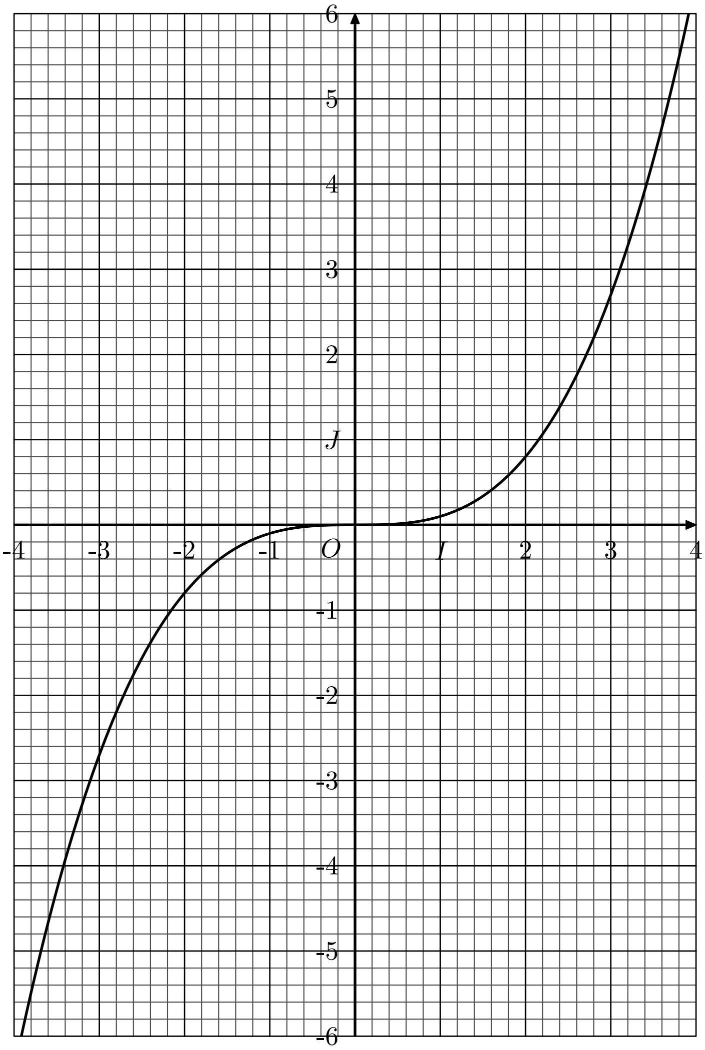
2. Déterminer la valeur de x pour laquelle on a : $\mathcal{A}(x) = 20\,cm^2$

2. Tangentes et nombres dérivés :

Exercice 592

On considère la courbe $\mathscr{C}_f$ représentative de la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par :
$f(x) = \frac{1}{10} \cdot x^3$.

On admettra que la courbe $\mathscr{C}_f$ admet en tout point d'abscisse x, une tangente.
On notera $c(x)$ le coefficient directeur de la tangente à la courbe $\mathscr{C}_f$ au point d'abscisse x : c'est à dire de la tangente à $\mathscr{C}_f$ passant par le point de coordonnée $(x\,;f(x))$.



1. Compléter le tableau suivant :

x	$-3{,}5$	-1	0	2	3
$c(x)$					

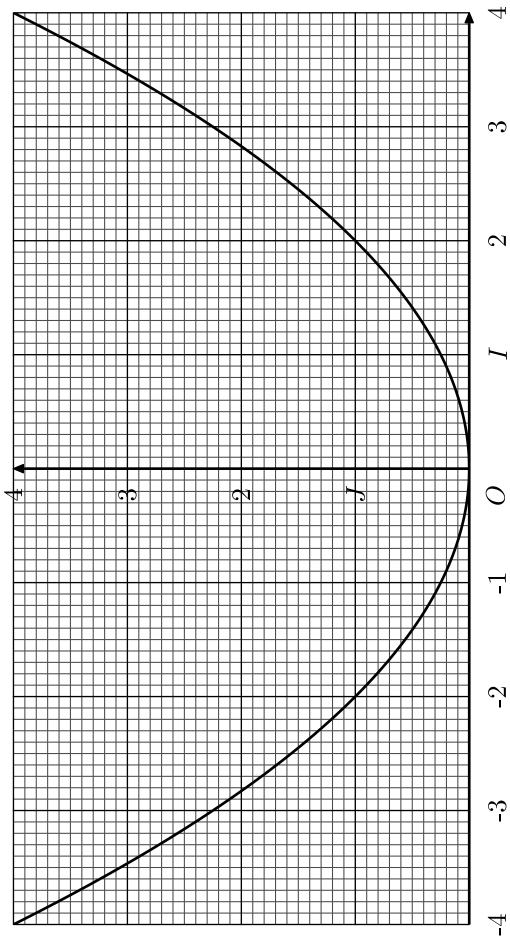
2. On considère la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par :
$g(x) = \frac{3}{10} \times x^2$.
Compléter le tableau suivant :

x	$-3{,}5$	-1	0	2	3
$g(x)$					

Exercice 598

On considère la courbe représentative de la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par :
$f(x) = \frac{1}{4} \cdot x^2$.

On admettra que la courbe $\mathscr{C}_f$ admet en tout point d'abscisse x, une tangente.
On notera $c(x)$ le coefficient directeur de la tangente à la courbe $\mathscr{C}_f$ au point d'abscisse x *(c'est à dire au point de coordonnée* $(x\,;f(x))$*)*



1. Pour chaque point demandé, en traçant la tangente, compléter le tableau suivant :

x	-3	-1	0	2	4
$c(x)$					

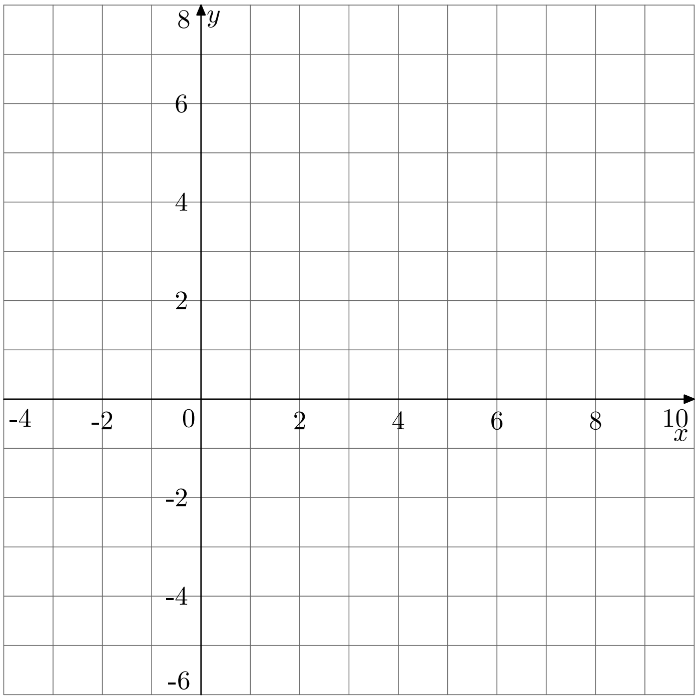
2. On considère la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par :
$g(x) = 0{,}5 \cdot x$.
Compléter le tableau suivant :

x	-3	-1	0	2	4
$g(x)$					

3. Limites et fonctions homographiques :

Exercice 593

1. Dans le repère ci-dessous, tracer la courbe représentative de la fonction $f: x \longmapsto \dfrac{2+x}{x-3}$.



Voici un des paradoxes de Zénon d'Elée *(500 - 430 Avant Jésus Christ)* :

> “Il n'y a point de mouvement, car il faut que le mobile arrive au milieu de son parcours avant d'atteindre la fin”

2. a. Ainsi, nous allons nous déplacer sur une droite graduée du point $A(4)$ vers le point $B(3)$: on dira que c'est un déplacement vers la gauche mais également que l'on se dirige vers 3 mais en restant avec des valeurs supérieures à 3, on notera $x \longmapsto 3^+$. En se déplaçant à la manière de Zénon d'Elée, on notera :
   - u_0 l'abscisse de position initiale : c'est à dire 4 ;
   - u_1 l'abscisse de la moitié du parcours restant : 3,5 ;
   - u_2 l'abscisse de la moitié du parcours restant : 3,25 ;

   $\dots$

   Compléter le tableau suivant :

n	0	1	2	3	4	5	6	7
u_n	4	3,5	3,25					

   b. Vérifier, en vous servant des fonctions et du tableau de valeurs de votre calculatrice, que la valeur de u_n peut s'exprimer **en fonction** de la valeur de n par la relation *(fonctionnelle)* suivante :
   $$u_n = 3 + \left(\frac{1}{2}\right)^n$$

   c. Donner, pour les trois premières précision demandée dans le tableau ci-dessous, à partir de quelle valeur de n, u_n est une valeur approchée de 3 :

Précision	10^{-1}	10^{-2}	10^{-3}	10^{-10}
Valeur de n				

   d. Pour utiliser cette formule dans le tableau, nous allons la transformer :
   $$\left[3 + \left(\frac{1}{2}\right)^n\right] - 3 < 0{,}5 \times 10^{-10}$$
   $$\left[\left[3 + \left(\frac{1}{2}\right)^n\right] - 3\right] \times 10^{10} < 0{,}5$$
   $$\left(\frac{1}{2}\right)^n \times 10^{10} < 0{,}5$$
   Déterminer le plus petit entier naturel n vérifiant cette l'inégalité.

   e. Existe-t-il un n vérifiant $u_n = 3$?
   Peut-on dire qu'il existe un rang N à partir duquel u_n devienne une valeur approchée de 3 à 10^{-100} près.
   On notera que $\lim\limits_{n \mapsto +\infty} u_n = 3$. Cela signifie que la position u_n sera aussi proche que l'on souhaite de 3, pour autant qu'on augmente la valeur n.

3. a. Montrer que : $f(x) = 1 + \dfrac{5}{x-3}$

   b. Soit n un nombre entier, on pose $x = 3 + \dfrac{1}{2^n}$. Donner l'expression de $f(x)$ en fonction de n. Simplifier cette écriture.

   c. Compléter le tableau suivant à l'aide des valeurs exactes :

x	4	3,5	3,25	3,125	3,0625	3,03125
$f(x)$						

   d. Que peut-on dire de la valeur de $f(x)$ lorsque x s'approche de plus en plus vers 3 par la gauche. On notera cette valeur $\lim\limits_{x \mapsto 3^+} f(x)$.

   e. Que peut-on dire de la position relative de la courbe représentative de f et de la droite d'équation $x = 3$. On dira que la droite d'équation $x = 3$ est une asymptote verticale à la courbe représentative $\mathscr{C}_f$

4. Que peut-on dire de $\lim\limits_{x \mapsto 3^-} f(x)$; c'est à dire de la valeur limite de l'image de x lorsque x vers 3 par la droite *(en gardant des valeurs inférieures à 3)*.

Nous allons maintenant étudier le comportement de la fonction f lorsque x va tendre vers $+\infty$.

5. a. On considère la suite de nombre défini par $v_n = 3 + 2^n$. Compléter le tableau ci-dessous :

n	1	2	3	4	5
v_n					

   b. Compléter le tableau suivant avec les valeurs exacte :

x	v_1	v_2	v_3	v_4	v_5
$f(x)$					

   c. Que peut-on de la valeur de f lorsque x tend vers $+\infty$. On notera cette valeur $\lim\limits_{x \mapsto +\infty} f(x)$ *(la valeur limite de l'image de x par la fonction f lorsque x tend vers*

$+\infty$)

d. Que peut-on dire de la position relative de la courbe relativement à la droite d'équation $y=1$? On dira que la droite d'équation $y=1$ est une asymptote horizontale à la courbe représentative $\mathscr{C}_f$.

e. Imaginer rapidement quel sera la valeur de $\lim_{x\mapsto-\infty} f(x)$

Exercice 594

On appelle fonction homographique toute fonction dont l'expression algébrique est de la forme $\frac{a\cdot x+b}{c\cdot x+d}$ avec a, b, c et d des nombres réels fixés.

1. a. Pour quel valeur de x cette fonction n'est pas définie.

   b. Que pouvez-vous dire dans le cas où $c=0$ et $d=0$.

On admet la proposition suivante :

> Toute fonction homographique $x \longmapsto \dfrac{a\cdot x+b}{c\cdot x+d}$ peut s'écrire sous la forme $x \longmapsto \alpha + \dfrac{\beta}{c\cdot x+d}$

2. Pour chacune des fonctions ci-dessous, déterminer son ensemble de définition, ainsi que leurs valeurs de α et β :

$$g : x \longmapsto \frac{3x+2}{x+1} \quad ; \quad h : \longmapsto \frac{x}{1-2x}$$

$$k : x \longmapsto \frac{2x-4}{5+2x}$$

3. En déduire pour chacune d'elles l'équation de leurs asymptotes horizontales et verticales.

4. Composée de fonctions :

Exercice 421

La plupart des fonctions utilisées sont des fonctions composées à partir des fonctions de référence.
La fonction $x \longmapsto \sqrt{x^2+1}$ peut être vu comme la composée de fonctions de référence de la manière suivante :

$$x \xrightarrow{f} x^2 \xrightarrow{g} x^2+1 \xrightarrow{h} \sqrt{x^2+1}$$

$$\text{où } \begin{cases} f : x \longmapsto x^2 \\ g : x \longmapsto x+1 \\ h : x \longmapsto \sqrt{x} \end{cases}$$

1. Décomposer les fonctions suivantes à l'aide des fonctions de références :

   a. $x \longmapsto 3x^2-1$ b. $x \longmapsto \dfrac{2}{3+x^2}$

   c. $x \longmapsto \sqrt{\dfrac{2}{-2x+3}}$

2. On définit a et b deux éléments de l'intervalle $[1;5]$ tel que $a<b$. Pour chacune des fonctions de la question 1., comparer les images des nombres a et b.

3. En analysant vos résultats de la question 1., compléter les deux phrases suivantes :
   - La composée de deux fonctions croissantes est ....
   - La composée d'une fonction croissante et d'une fonction décroissante est ....

4. Que peut-on dire du sens de variation de la somme de deux fonctions croissantes? de deux fonctions décroissantes? d'une fonction croissante et d'une fonction décroissante?
   Justifier par une démonstration ou un contre-exemple chacune de vos affirmations.

Exercice réservé 1943

On considère les trois fonctions suivantes :

$$f : x \longmapsto -\frac{1}{2}x+1 \quad ; \quad g : x \longmapsto x^2 \quad ; \quad h : x \longmapsto 2x-1$$

On définit une nouvelle fonction F appelée "*la composée des fonctions f, g et h*" :
L'image de x a pour valeur la valeur des images successives de x par les fonction f, g et h.

Le diagramme suivant représente cette situation pour le cas particulier $x=6$:

$$F : \quad 6 \xmapsto{f} -2 \xmapsto{g} 4 \xmapsto{h} 7$$

1. a. Montrer que $F(4)=1$.

   b. Déterminer les images de -4 et 3 par la fonction F .

   c. Déterminer l'antécédent de 97 par la fonction F.

2. a. Parmi les trois expressions suivantes, quel est celle qui représente $F(x)$:

$$A = -\frac{1}{2}(2x-1)^2+1 \quad ; \quad B = 2\Big(-\frac{1}{2}x+1\Big)^2-1$$

$$C = \Big(-\frac{1}{2}x+1\Big)+x^2+(2x-1)$$

   b. Donner l'écriture développée et réduite de la fonction F

3. Pour chaque question, donner une écriture algébrique de la fonction F obtenue par composition des fonctions f, g et h *(aucune factorisation ou développement n'est demandé)*.

   a. $f : x \longmapsto x^2$; $g : x \longmapsto 3x+2$; $h : x \longmapsto \dfrac{1}{x}$

   b. $f : x \longmapsto \dfrac{1}{x}$; $g : x \longmapsto \sqrt{x}$; $h : x \longmapsto 3x+1$

4. On considère la fonction F obtenue par composition des fonctions f, g, h définies ci-dessous :

$$f : x \longmapsto 2x \quad ; \quad g : x \longmapsto 3x+2 \quad ; \quad h : x \longmapsto \sqrt{x}$$

   a. Effectuer le calcul suivant : $h\Big(g\big(f(2)\big)\Big)$

   b. Que représente ce calcul vis-à-vis de la fonction F?

   c. Donner l'écriture algébrique de la fonction F

Exercice réservé 1944

On considère la fonction F définie comme la composée des trois fonctions de référence suivante :

$$f : x \longmapsto 2x - 2 \quad ; \quad g : x \longmapsto x^2 \quad ; \quad h : x \longmapsto -x+1$$

1. a. Déterminer le sens de variation des fonctions f et h sur $\mathbb{R}$.
   b. Donner les intervalles sur lesquels la fonction g est monotone. Préciser.

On souhaite étudier le sens de variation de la fonction F uniquement sur l'intervale $]-\infty\,;1]$.
Pour cela, on considère dans la suite de l'exercice deux nombres réels a et b appartenant à l'intervalle $]-\infty\,;1]$ vérifiant la relation :
$a < b$:

2. Justifier l'inégalité suivante : $f(a) < f(b)$
3. a. Quel est le sens de variation de la fonction g sur $\mathbb{R}_-$?
   b. Quel est le signe des deux nombres $2a-2$ et $2b-2$?
   c. En déduire la comparaison de : $(2a-2)^2$ et $(2b-2)^2$
4. a. En utilisant le sens de variation de la fonction h, déterminer le sens de comparaison des nombres suivant :
   $-(2a-2)^2+1$ et $-(2b-2)^2+1$
5. En déduire le sens de variation de la fonction F sur $]-\infty\,;1]$

Exercice 1964

Soit f une fonction dont l'image d'un nombre x est définie par :

$$f : x \longmapsto \frac{1}{\sqrt{x+1}}$$

1. Donner l'ensemble de définition de la fonction f.
2. Décomposer cette fonction à l'aide de trois fonctions de référence.
3. Prouver la décroissance de la fonction f sur D_f.

Exercice réservé 1966

On considère la fonction f dont les images sont définis de manière algébrique par :

$$f : x \longmapsto \frac{-2}{x^2-1}$$

1. Donner l'ensemble D_f de définition de la fonction f.
2. Décomposer la fonction f à l'aide de quatre fonctions de référence.
3. a. Sur $]-\infty\,;0]\cap\mathcal{D}_f$, établir la décroissance de la fonction f
   b. Prouver la croissance de la fonction f sur l'intervalle $[0\,;+\infty[\cap\mathcal{D}_f$
4. Donner le tableau de variations de la fonction f.

Exercice réservé 2124

On considère la fonction F obtenu par composée des fonctions f, g, h suivante :

$$f : x \longmapsto 2x+4 \quad ; \quad g : \longmapsto \frac{1}{x}$$

$$h : \longmapsto 1-x$$

1. a. Donner, parmi les expressions algébriques ci-dessous, celle qui représente la fonction F :

$$A = 1-\Big(2\cdot\frac{1}{x}+4\Big) \quad ; \quad B = (2x+4)+\frac{1}{x}+(1-x) \quad ; \quad C = 1-\frac{1}{2x+4}$$

   b. Justifier que : $f(x) = \dfrac{2x+3}{2x+1}$
2. a. Donner le sens de variation des fonctions f et h sur l'intervalle $\mathbb{R}$.
   b. Donner les intervalles sur lesquels la fonction g est monotone. Préciser.
3. Pour étudier le sens de variation de la fonction F sur l'intervalle $\big]-\infty\,;-2\big[$, nous considérons deux nombres a et b appartenant à $\big]-\infty\,;-2\big[$ et vérifiant :
   $a < b$
   a. Comparer $f(a)$ et $f(b)$.
   b. Quel est le signe de $2a+4$ et $2b+4$?
   c. Donner le sens de variation de la fonction g sur $\mathbb{R}_-$.
   d. En déduire le sens de comparaison de $\dfrac{1}{2a+4}$ et $\dfrac{1}{2b+4}$.
   e. Comparer les deux nombres suivants :
   $1-\dfrac{1}{2a+4} \quad ; \quad 1-\dfrac{1}{2b+4}$.
   f. En déduire le sens de comparaison de $F(a)$ et $F(b)$.
   g. Donner le sens de variation de la fonction F sur $\big]-\infty\,;-2\big[$.

Exercice réservé 417

Completement faux

essaye de voir la factorisation $a^3-b^3=(a-b)(a^2+ab+b^2)$

On considère la fonction $f : x \longmapsto x^3 - x$.

1. Montrer que $x^3-3x = x(x^2-3)$
2. Montrer que la fonction f est :
   - croissante sur $]-\infty\,;-1]$
   - décroissante sur $[-1,;1]$
   - croissante sur $[1\,;+\infty[$
3. Dans chaque cas donné un encadrement de $f(x)$:
   a. $-4 \leqslant x \leqslant -1{,}5$ b. $0 \leqslant x \leqslant 2$

Exercice 1761

1. Après avoir observé le sens de variation sur votre calculatrice de chacune des fonctions suivantes, appuyez votre observation au travers d'une preuve algébrique.
   a. Soit f la fonction définie par la formule :
   $f(x) = x+3$ sur $\mathbb{R}$.
   b. Soit g la fonction définie par la formule :
   $g(x) = -\dfrac{1}{4}x - 1$ sur $\mathbb{R}$.
   c. Soit j la fonction définie par la formule :
   $j(x) = 3(1-x)^2+2$ sur $\mathbb{R}$.
   d. Soit k la fonction définie par la formule :
   $k(x) = \sqrt{x}$ sur l'intervalle $\mathbb{R}_+$.
   e. Soit l la fonction définie par la formule :
   $l(x) = \dfrac{1}{x^2}$ sur $\mathbb{R}^*$
2. a. Etablir l'identitié : $x^2+2x+1=(x+1)^2$

b. On considère la fonction m définie sur $\mathbb{R}$ par la relation :
$m(x)=x^2+2x+1$.
Etablir la stricte décroissance de la fonction m sur $]-\infty\,;-1]$.

Exercice 1758

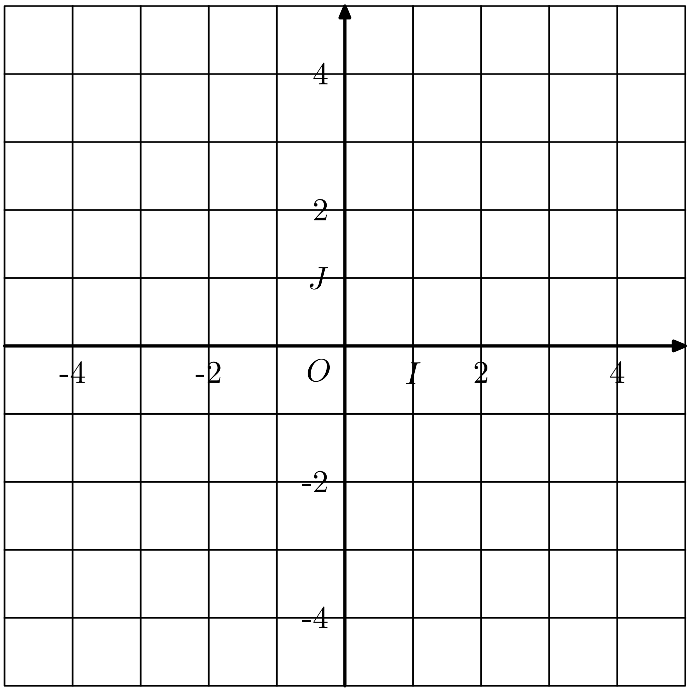
1. Etudier le sens de variation des fonctions suivantes :
   - f définie sur $\mathbb{R}$ par la relation : $f(x)=2x-1$
   - g définie sur $\mathbb{R}$ par la relation : $g(x)=-2x-1$
   - h définie sur $\mathbb{R}$ par la relation : $h(x)=x^2$
   - k définie sur $\mathbb{R}$ par la relation : $k(x)=(x-1)^2-2$
   - l définie sur $\mathbb{R}^*$ par la relation : $l(x)=\dfrac{1}{x}$
   - m définie sur $\mathbb{R}\backslash\{3\}$ par la relation : $m(x)=\dfrac{1}{(x-3)^2}$
2. a. Etablir la relation : $x^2-2x-1=(x-1)^2-2$

   b. Etablir le sens de variation de la fonction n définie sur $\mathbb{R}$ par la relation : $n(x)=x^2-2x-1$

5. Symétries de courbes :

Exercice réservé 411

1. a. Dans le repère ci-dessous, placer les points $A(-3\,;4)$, $B(4\,;2)$ et $C(-1\,;-2)$



b. Placer les symétriques des points A, B, C par rapport à l'axe (yy') et par rapport à l'origine O du repère.

c. Compléter le tableau suivant :

	Coordonnées		
	du point	de l'image par (yy')	de l'image par O
A	$(-3\,;4)$		
B	$(4\,;2)$		
C	$(-1\,;-2)$		

d. Compléter les phrases suivantes :
- Les points $(x\,;y)$ et $(-x\,;y')$ sont symétriques par rapport à l'axe (yy')

  si, et seulement si, ...
- Les points $(x\,;y)$ et $(-x\,;y')$ sont symétriques par rapport à l'origine O

  si, et seulement si, ...

2. On considère les fonctions suivantes :
$f: x \longmapsto x^2$; $g: x \longmapsto x^3-x$; $h: x \longmapsto |2x-1|$

a. Compléter le tableau suivant :

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
$(x\,;f(x))$							
$(x\,;g(x))$							
$(x\,;h(x))$							

b. Réaliser une conjecture quant à la possibilité que les courbes $\mathscr{C}_f$, $\mathscr{C}_g$ et $\mathscr{C}_h$ admette la droite (yy') comme axe de symétrie ou l'origine du repère comme centre de symétrie.

c. Tracer les courbes représentatives de ces fonctions sur votre calculatrice.

3. Etude algébrique des fonctions f et g :

a. Exprimer $f(-x)$ en fonction de x. Simplifier l'écriture de $f(-x)$. Que remarque-t-on?

b. Exprimer $g(-x)$ en fonction de x. Simplifier l'écriture de $g(-x)$. Que remarque-t-on?

Exercice 413

Pour chacune des fonctions suivantes, donner leurs ensembles de définition puis étudier leurs parités :

a. $f: x \longmapsto \sqrt{1-x^2}$

b. $g: x \longmapsto \dfrac{|x|}{x(x^2-1)}$

c. $h: x \longmapsto 3x^2-x+1$

d. $j: x \longmapsto \dfrac{3}{x}\times|x|$

Exercice réservé 415

On considère la fonction f définie sur $[0\,;8]$ dont on connait uniquement le tableau de variations suivant :

x	0	1	2	3	4	5	6	7	8
$f(x)$	0	1	2,5	1	-2	-0.5	0	1	2

On suppose de plus que cette fonction est strictement monotone sur chacun des intervalles suivants : $[0\,;2]$, $[2\,;4]$ et $[4\,;8]$.

1. Dresser le tableau de variations de la fonction f.
2. Donner un encadrement de $f(x)$ dans chacun des cas

suivants :

a. $0 \leqslant x \leqslant 4$ b. $4 < x < 8$ c. $2 \leqslant x < 7$

3. Tracer, en noir, une représentation possible la fonction f dans le repère ci-dessous.

4. Dans cette question, on considère la fonction f_1 définie sur $[-8\,;8]$ comme le prolongement paire de la fonction f :
   a. Compléter correctement le tableau ci-dessous :

x	-8	-7	-6	-5	-4	-3	-2	-1
$f_1(x)$								

   b. Donner l'ensemble des antécédent de 1.

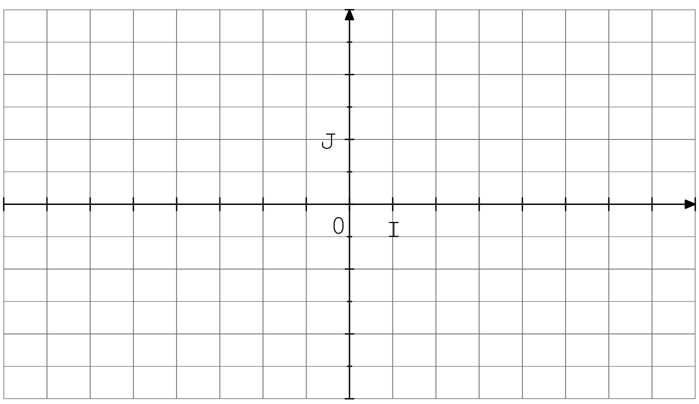
   c. Tracer dans le repère ci-dessous la courbe représentative de f_1 en rouge.

5. Dans cette question, on considère la fonction f_2 définie sur $[-8\,;8]$ comme le prolongement impaire de la fonction f :
   a. Compléter correctement le tableau ci-dessous :

x	-8	-7	-6	-5	-4	-3	-2	-1
$f_2(x)$								

   b. On considère les points du plan suivant :
   $A(-4\,;2)$; $B(3\,;1)$; $C(4\,;-2)$; $D(-3\,;-1)$
   Justifier que le quadrilatère $ABCD$ est un parallélogramme.

   c. Tracer dans le repère ci-dessous la courbe représentative de f_2 en vert.



Exercice réservé 422

1. Soit f une fonction définie sur un intervalle I centré en O.
   On définit les deux fonctions suivantes :
   $$g : x \longmapsto \frac{f(x)+f(-x)}{2} \quad ; \quad h : x \longmapsto \frac{f(x)-f(-x)}{2}$$
   Etudier la parité de la fonction g et h.

2. Soit h une fonction impaire définie sur $\mathscr{D}_h$ tel que $0 \in \mathscr{D}_h$.
   Montrer que : $h(0)=0$

Exercice 423

Donner l'ensemble de définition et la parité des fonctions suivantes :

a. $f\colon x \longmapsto x(x+2)^2$ b. $g\colon x \longmapsto \sqrt{x^2-1}$

c. $h\colon x \longmapsto \dfrac{1}{(x-4)(x+4)}$ d. $j\colon x \longmapsto \dfrac{1}{2}x \cdot |x|$

Exercice 1754

On se place dans un repère orthogonal $(O; I; J)$

1. a. Soit M un point du plan de coordonnée $(x\,;y)$. Donner les coordonnées de l'image du point M par la symétrie orthogonal d'axe (OJ).

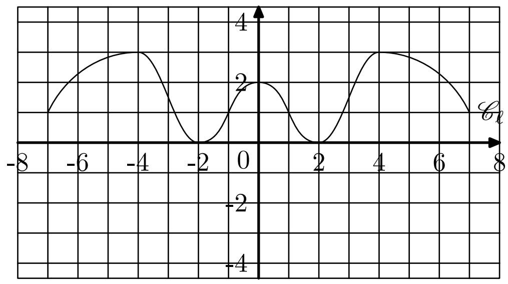
   b. Soit f une fonction définie sur $\mathbb{R}$, vérifiant pour tout nombre réel x :
   $f(x) = f(-x)$
   Montrer que la fonction f est paire.

2. a. Soit M un point du plan de coordonnée $(x\,;y)$. Donner les coordonnées de l'image du point M par la symétrie centrale de centre O.

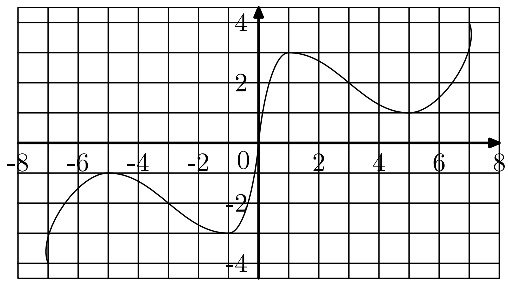
   b. Soit f une fonction définie sur $\mathbb{R}$, vérifiant pour tout nombre réel x :
   $f(x) = -f(-x)$
   Montrer que la fonction f est impaire.

Exercice réservé 1759

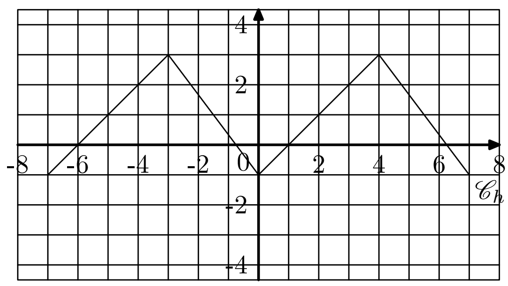
1. Pour chacune des fonctions, calculer les images demandées :



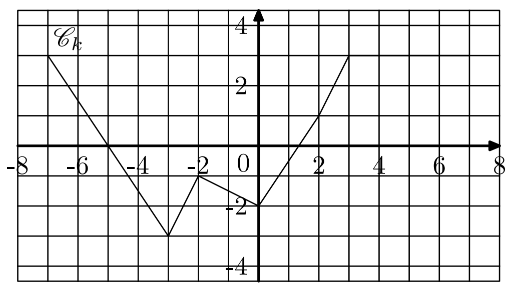
- Calculer $f(-6)$, $f(-2)$, $f(0)$, $f(2)$ et $f(6)$



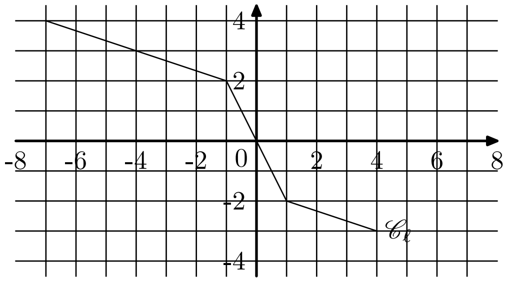
- Calculer $g(-7)$, $g(-1)$, $g(0)$, $g(1)$ et $g(7)$



- Calculer $h(-3)$, $h(0)$ et $g(3)$



- Calculer $k(-3)$, $k(-2)$, $k(0)$, $k(2)$ et $k(3)$.



2. Pour chacune des fonctions suivantes dites si elle est paire, impaire ou aucun des deux.

