Seconde/Nombres et opérations

1. Niveau troisième :

Exercice 270

Effectuer les calculs ci-dessous *(chercher de petites astuces pour simplifier votre démarche)*:

a. $8\times\left(\dfrac{3}{4}+\dfrac{5}{8}\right)$ b. $\dfrac{8}{3}\times\left(6-\dfrac{3}{4}\right)$

c. $\dfrac{1}{2}\times\dfrac{2}{3}\times\dfrac{3}{4}\times\dfrac{4}{5}\times\dfrac{5}{6}\times\dfrac{6}{7}\times\dfrac{7}{8}$

Exercice 1021

Effectuer les calculs suivants et donner les résultats sous formes simplifiées:

a. $\dfrac{7\times81\times15}{10\times9\times14}$ b. $\dfrac{2+11\times2}{2+19\times2}$ c. $\dfrac{\sqrt{12}+\sqrt{12}}{7\sqrt{3}+\sqrt{75}}$

d. $\dfrac{5+3\times\dfrac{5}{12}}{1+\dfrac{1}{2}}$ e. $\dfrac{2+3}{3-5}+\dfrac{2\times6}{3+1}$ f. $\dfrac{1}{1+\dfrac{1}{1+\dfrac{1}{3}}}$

Exercice 4377

Effectuer les calculs suivants et donner les résultats sous formes simplifiée:

a. $\dfrac{77\times16\times36}{18\times49\times8}$ b. $\dfrac{4+3\times5}{2-4\times5}$ c. $\dfrac{5\sqrt{3}}{\sqrt{27}+\sqrt{12}}$

d. $\dfrac{1-\dfrac{5}{3}\times4}{2+\dfrac{7}{9}}$ e. $\dfrac{2}{1+\dfrac{1}{3}}-1$ f. $\dfrac{2}{1+\dfrac{3}{1+\dfrac{3}{2}}}$

Exercice 4418

Effectuer les calculs suivants:

a. $\dfrac{5-3\times7}{5+9\times3}$ b. $\dfrac{1+\dfrac{3}{7}}{2-\dfrac{8}{3}}$ c. $\dfrac{\dfrac{5}{2}+\dfrac{7}{2}}{\dfrac{11}{3}-\dfrac{5}{2}}$ d. $\dfrac{1}{1+\dfrac{1}{1+\dfrac{1}{2}}}$

Exercice 244

Déterminer le signe de chacune des opérations ci-dessous:

a. $(-7)^8$ b. -7^8 c. 10^{-5} d. -2^6

e. -4^{-7} f. $(-4)^7$ g. $(-3^{-4})^5$

Exercice réservé 247

Donner la forme simplifiée des expressions ci-dessous:

a. $2^4\times2^{-5}$ b. $\left(a^5\times a^4\right)^2$ c. $\dfrac{a^4\times b^{-5}}{a^7\times b^{-3}}$

d. $\left(\dfrac{2}{3}\right)^{-3}\times5^7\times2^9$ e. $\sqrt{7^{50}}$

Exercice 2700

Simplifier chacune des expressions ci-dessous:

a. $\left(a^2\times b\right)^{-3}\times a^5$ b. $\dfrac{a^5\times\left(a^3\times b^{-2}\right)^5}{a^{-7}\times b^5}$

c. $a^6\times a^6$ d. $\sqrt{a^{52}}$

Exercice 4341

1. Donner les écritures scientifiques des nombres suivants:

   a. $546{,}7\times10^9$ b. $0{,}045\times10^{-3}$ c. $87{,}5\times10^{-4}$

2. Donner les formes simplifiées des expressions suivantes:

   a. $\dfrac{15\times10^5\times12\times10^{-14}}{6\times10^7\times20\times10^{12}}$ b. $\dfrac{\left(5\times10^{-2}\right)^2}{\sqrt{9\times10^4}}$

Exercice 2693

1. Donner l'écriture scientifique des nombres suivants:

   a. 123546 b. $5121{,}1\times10^{780}$

   c. $\dfrac{14\times10^4\times75\times10^{-7}}{35\times10^{-3}}$ d. $\dfrac{33\times10^{-3}\times8\times\left(10^5\right)^2}{12\times10^2}$

2. Simplifier l'écriture des nombres suivants:

   a. $\dfrac{6^{10}\times5^4}{10^{-3}\times2^5}$ b. $\dfrac{12^7\times15^4}{10^3\times21^{-4}}$

Exercice 4419

Simplifier les calculs suivants:

a. $2^5\times3^4\times6^2$ b. $\left(5^2\times6^4\right)^2\times10^4$ c. $\dfrac{2^5\times3^4\times5^2}{2^8\times3^3\times5^4}$

d. $\dfrac{6^3\times14^5}{4^2\times21^9}$ e. $\dfrac{\left(2^3\times3^4\right)^3}{6^6}$ f. $\dfrac{3^{15}+3^{15}}{2^5\times3^{10}}$

Exercice 236

Effectuer les opérations suivantes en mettant le résultat sous la forme suivante $p\sqrt{q}$ où p est un entier relatif et q est un entier naturel le plus petit possible:

a. $\sqrt{500}$ b. $\sqrt{252}$ c. $\sqrt{6}\times\sqrt{48}$

d. $\sqrt{3^2+4^2}$ e. $5\sqrt{3}+2\sqrt{75}-3\sqrt{12}$ f. $\dfrac{\sqrt{10}+\sqrt{2}\cdot\sqrt{5}}{\sqrt{5}}$

Exercice 4378

Donner la forme simplifiée de chacune des expressions suivantes:

a. $\sqrt{7\,500}$ b. $\sqrt{50}\times\sqrt{48}$ c. $\sqrt{45}+2\sqrt{500}-\sqrt{80}$

d. $2\sqrt{75}-\sqrt{48}$ e. $\dfrac{15\times10^4}{\sqrt{16\times10^{-6}}}$ f. $\sqrt{98}\times\sqrt{6}$

Exercice 4420

Simplifier les calculs suivants:

a. $4\sqrt{2}+\sqrt{6}\times\sqrt{48}$

b. $\sqrt{27}+2\sqrt{12}-5\sqrt{75}$

c. $\dfrac{\sqrt{75}+\sqrt{12}}{2\sqrt{3}}$

d. $\dfrac{\sqrt{8}\times\sqrt{75}}{\sqrt{5}\times\sqrt{90}+\sqrt{24}\times\sqrt{12}}$

Exercice réservé 4393

Effectuer les calculs suivants et donner les résultats sous forme simplifiée :

a. $\dfrac{25-5\times2}{5-2\times10}$

b. $\dfrac{4-\dfrac{8}{3}}{\dfrac{1}{5}-5}$

c. $\dfrac{15\times10^{-3}\times6\times10^{5}}{5\times10^{5}\times\left[3\times10^{-7}\right]^{2}}$

d. $\dfrac{4^3\times3^2\times10}{15^2\times2^5}$

e. $\sqrt{75}+2\sqrt{27}-\sqrt{8}\times\sqrt{6}$

f. $\dfrac{\sqrt{24}+\sqrt{27}\times\sqrt{8}}{5\sqrt{8}-2\sqrt{18}}$

Exercice réservé 4426

Etablir les égalités suivantes :

a. $\dfrac{3-\dfrac{2}{3}}{\dfrac{3}{2}-\dfrac{4}{12}}=2$

b. $\dfrac{3-3\times2}{1+\dfrac{1}{2}}-\dfrac{5-4\times2}{\dfrac{2}{7}-2}=-\dfrac{15}{4}$

c. $\dfrac{\sqrt{27}+\sqrt{12}}{\sqrt{48}\times\sqrt{36}}=\dfrac{5}{24}$

d. $\dfrac{(3\times15)^{10}\times6^4}{5^8\times12^{12}\times3^3}=2^{-20}\times3^9\times5^2$

e. $\sqrt{24}\times\sqrt{75}+\sqrt{50}=35\sqrt{2}$

f. $\dfrac{3\times10^5\times21\times10^2}{15\times10^{-2}\times3\times10^5}=1{,}4\times10^4$

2. Fractions :

Exercice 243

1. Effectuer les calculs suivant :

   a. $\dfrac{1}{2}-\dfrac{1}{3}$ b. $\dfrac{1}{3}-\dfrac{1}{4}$ c. $\dfrac{1}{4}-\dfrac{1}{5}$ d. $\dfrac{1}{5}-\dfrac{1}{6}$

2. a. Soit m un entier strictement positif, faîtes une conjecture sur l'écriture de la différence suivante :
   $$\frac{1}{m}-\frac{1}{m+1}$$

   b. Démontrer cette conjecture.

Exercice 1717

Effectuer les calculs ci-dessous ; attention, on ne peut simplifier une fraction que lorsque son numérateur et son dénominateur sont entièrement déterminés :

a. $\dfrac{1+\dfrac{1}{2}}{2-\dfrac{23}{7}}$

b. $\dfrac{5-\dfrac{2-3}{5-9}}{\dfrac{3+1}{4}+\dfrac{9-4}{3}}$

c. $\dfrac{1}{1+\dfrac{1}{1+\dfrac{1}{1+\dfrac{1}{1+\dfrac{1}{2}}}}}$

Exercice 241

Etablir que le résultat de chacun des calculs ci-dessous est un nombre relatif négatif :

a. $\dfrac{2}{\dfrac{2}{\dfrac{1}{4}+2}-1}$

b. $\dfrac{\left(1-\dfrac{3}{2}\right)^3}{\dfrac{3}{5^3-101}}$

c. $\dfrac{52}{\dfrac{1}{1+\dfrac{1}{2+\dfrac{5}{6}}}-3}$

Exercice 280

Effectuer les calculs suivants et donner le résultat sous forme de fraction simplifiée :

a. $\dfrac{1}{1+\dfrac{1}{1+\dfrac{1}{1+\dfrac{1}{6}}}}$

b. $\dfrac{\left(\dfrac{1}{2}-\dfrac{5}{6}\right)^2}{\dfrac{1}{9}+\dfrac{1}{12}}$

Exercice 1781

Effectuer les calculs suivants et donner les différents résultats sous la forme de fraction simplifiée :

a. $\dfrac{1}{1+\dfrac{1}{2-\dfrac{1}{3+\dfrac{2}{7}}}}$

b. $\dfrac{\left(2-\dfrac{1}{3}\right)^2}{\dfrac{7}{4}-\dfrac{6^2}{18}}$

Exercice réservé 274

Effectuer les calculs suivants et donner le résultat sous la forme de fraction simplifiée :

a. $\dfrac{1}{\dfrac{\dfrac{1}{6}+\dfrac{4}{3}}{3}+\dfrac{5}{2+\dfrac{2}{7}}}$

b. $\dfrac{\left(\dfrac{1}{4}-\dfrac{5}{6}\right)^2}{\dfrac{5}{9}+1}$

3. Puissances :

Exercice 257

Ecrire les nombres suivants sous la forme $2^n \times 3^m \times 5^k$ où les nombres n, m, k des entiers relatifs.

a. $18 \times 15^2 \times 12^4$

b. $\dfrac{6^{10} \times 5^3 \times 10^2}{15^7 \times 2^3}$

c. $\dfrac{(-3)^3 \times 15^2 \times (-4)^3}{16^2 \times (-9)^2}$

Exercice réservé 266

1. Simplifier l'écriture de la fraction ci-dessous puis donner son écriture scientifique :
$$\frac{(6 \times 10)^2 \times 3^2 \times 10^{-4}}{3^3 \times 10^{12}}$$

2. Ecrire chacun des nombres ci-dessous sous la forme $2^m \times 3^m \times 5^p \times 7^q$ avec n, m, p, q entiers relatifs.

a. $6^5 \times 15^4 \times 14^{-5}$

b. $2^5 \times 7^{-2} \times 10^4$

c. $\dfrac{2^5 \times 5^{-3}}{3^4 \times 21^{-7}}$

d. $\dfrac{(10^2 \times 21^{-2})^2}{3^3 + 3^3}$

Exercice réservé 242

Ecrire les nombres suivant sous la forme $2^m \times 3^n \times 5^p \times 7^q$ avec m, n, p, q sont des entiers relatifs.

a. $\dfrac{2^5 \times 15^{-2} \times 14^2}{7^{-5} \times 9^4}$

b. $\left(\dfrac{10^4 \times 6^{-8}}{35^5}\right)^2$

c. $\dfrac{10^4 + 10^4}{\sqrt{\sqrt{7^4}}}$

Exercice 245

Transformer chacun des calculs ci-dessous afin d'obtenir une écriture de la forme :

$2^m \times 3^n \times 5^p \times 7^q$ où m, n, p, q sont des entiers relatifs :

a. $9^4 \times 3^8 \times 2^4 \times 6^2$

b. $\dfrac{6^{-4} \times 12^2 \times (5^3)^{-2}}{(30 \times 5^2)^2}$

c. $\dfrac{(-16)^2 \times (-5^3)^2 \times (-27)^5}{(-21)^4 \times 10}$

Exercice réservé 1780

Ecrire les entiers suivants sous la forme $2^m \times 3^n \times 5^p \times 7^q$ où m, n, p, q sont des entiers relatifs.

a. $(16+2)^5 \times \left(14^2\right)^{-1} \times 21^{-2}$

b. $\dfrac{(-10)^3 \times 42^2 \times 12^{-11}}{6^4 \times (-35)^{-9}}$

Exercice 271

Les deux questions suivantes sont indépendantes :

1. On considère la somme suivante :
$S = 3^0 + 3^1 + 3^2 + 3^3 + 3^4$

a. Par laquelle des phrases ci-dessous peut-on traduire cette somme :
- La somme des puissances des cinq premiers entiers naturels à l'exposant 3.
- La somme des cinq premières puissances de 3 dont l'exposant est un entier naturel.

b. Montrer que S est le carré d'un entier dont on précisera la valeur.

2. Trouver l'entier $n \in \mathbb{N}$ vérifiant l'égalité : $10^n = 100^{100}$

Exercice réservé 248

1. En physique, on utilise de nombreuses constantes au cours de calcul. En voici quelques-unes :

a. La gravité : $g = 980{,}665 \times 10^{-2}\ m{\cdot}s^{-2}$

b. Le nombre d'Avogadro : $\mathcal{N}_a = 6022{,}045 \times 10^{20}\ mol^{-1}$

c. La vitesse de la lumière : $c = 299792458\ m{\cdot}s^{-1}$

Exprimer chacune de ces constantes à l'aide de la notation scientifique.

2. Les astronomes utilisent, comme unité, l'année-lumière. Une année-lumière équivaut au nombre de kilomètres que parcourt la lumière en 365,25 jours. Exprimer cette distance en kilomètre grâce à la notaion scientifique *(Utiliser la constante c)*.

Exercice réservé 2699

1. Donner l'écriture scientifique des expressions suivantes :

a. $354{,}78 \times 10^{-19}$

b. $(3 \times 10^2) \times \left(\dfrac{2}{5} \times 10^{-4}\right)^{-3}$

2. Simplifier l'écriture de chacune des expressions ci-dessous afin d'obtenir une écriture de la forme $2^m \times 3^n \times 5^p \times 7^q$ où m, n, p, q sont des entiers relatifs :

a. $(75 \times 4)^6 \times 14^{-5}$

b. $\dfrac{45 \times 8^{-3}}{14^2 \times 20^2}$

3. Effectuer les opérations suivantes et donner leurs formes simplifiées :

a. $13 \times 10^{-5} + 0{,}024 \times 10^{-2}$

b. $4^4 \times 4^4$

4. Racines carrées :

Exercice réservé 252

1. a. Donner la définition du nombre $\sqrt{3}$.

b. Justifier que l'écriture $\sqrt{-1}$ ne définit aucun nombre réel.

c. Justifier les deux égalités suivantes :
$$\left(\sqrt{\sqrt{3}}\right)^4 = 3 \quad ; \quad \sqrt{7^{10}} = 7^5$$

2. Parmi les expressions ci-dessous, dîtes celles qui définissent un nombre :

a. $\sqrt{5}$

b. $\sqrt{(-2)^2}$

c. $\sqrt{-16}$

d. $\sqrt{\sqrt{3}}$

e. $\sqrt{5+\sqrt{6}}$

f. $\sqrt{13-\sqrt{136}}$

Exercice 272

Simplifier l'écriture des expressions suivantes :

a. $\sqrt{(2+\sqrt{3})^2}$ b. $\sqrt{\left(2+\sqrt{12}\right)^2-8\sqrt{3}}$

c. $\sqrt{(\pi-3)^2}$ d. $\sqrt{\sqrt{81}}$

e. $\sqrt{(-2)^2}$ f. $\sqrt{(\sqrt{3}-2)^2}$

Exercice réservé 253

Développer puis simplifier chacune des expressions ci-dessous :

a. $\left(1+\sqrt{3}\right)^2$ b. $\left(5-\sqrt{2}\right)^2$

c. $\left(3+\sqrt{7}\right)\left(3-\sqrt{7}\right)$ d. $\left(\sqrt{5}-\sqrt{2}\right)^2$

e. $\left(2\sqrt{2}+3\sqrt{3}\right)^2$ f. $\left(2+\sqrt{5}+\sqrt{6}\right)\left(2\sqrt{5}-\sqrt{6}\right)$

g. $\left(5-2\sqrt{7}\right)\left(1-\sqrt{7}\right)$ h. $\left(\sqrt{5}-\sqrt{3}\right)^2-\left(\sqrt{5}+\sqrt{3}\right)^2$

Exercice réservé 264

On considère le triangle ABC ayant les mesures suivantes :

$$AB=\sqrt{5}-2 \quad ; \quad BC=\sqrt{5}-1 \quad ; \quad AC=2\times\sqrt{5}$$

Le triangle ABC est-il rectangle ? Justifier.

Exercice réservé 250

En vous servant de l'exemple suivant, écrire les quotients suivants sans radicaux au dénominateur et simplifier au maximum l'écriture des quotients.

$$\frac{2}{\sqrt{6}}=\frac{2\times\sqrt{6}}{\sqrt{6}\times\sqrt{6}}=\frac{2\sqrt{6}}{6}=\frac{\sqrt{6}}{3}$$

a. $\dfrac{5}{2\sqrt{10}}$ b. $\dfrac{\sqrt{6}}{\sqrt{3}\sqrt{5}}$ c. $\dfrac{\sqrt{2}+1}{\sqrt{6}}$ d. $\dfrac{\sqrt{21}}{\sqrt{70}}$

Exercice réservé 1742

1. Justifier chacune des égalités suivantes :

   a. $\dfrac{3}{\sqrt{7}}\times\dfrac{\sqrt{7}}{\sqrt{7}}=\dfrac{3\sqrt{7}}{7}$ b. $\dfrac{4}{\sqrt{2}}\times\dfrac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}}=2\sqrt{2}$

   c. $\dfrac{1}{\sqrt{3}}=\dfrac{\sqrt{3}}{3}$

2. En vous servant de la question précédente, établir les égalités suivantes :

   a. $\dfrac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}=\dfrac{\sqrt{6}}{3}$ b. $\dfrac{\sqrt{7}+3}{\sqrt{7}}=1+\dfrac{3\sqrt{7}}{7}$

   c. $\dfrac{4}{\sqrt{2}}+\sqrt{2}=3\sqrt{2}$

Exercice réservé 249

Après une interrogation, trois élèves discutent de leurs résultats ; voici leurs réponses à la question :

"*Donner l'inverse de* $\dfrac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$"

- L'élève A a répondu $\dfrac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$;
- La réponse de l'élève B a été $\dfrac{3}{\sqrt{6}}$;
- L'élève C a écrit $\dfrac{1}{2}\times\sqrt{6}$ sur sa copie.

En se servant de la *définition de l'inverse d'un nombre*, montrer que ces trois réponses sont exactes.

Exercice 275

Justifier que chacune des expressions présentées ci-dessous représentent l'inverse du nombre $\dfrac{\sqrt{8}}{3}$:

a. $\dfrac{3}{\sqrt{8}}$ b. $\dfrac{3\sqrt{8}}{8}$ c. $\dfrac{\sqrt{18}}{\sqrt{16}}$

Exercice 267

1. Montrer que les deux nombres suivants sont inverses l'un de l'autre :

   $$\frac{\sqrt{5}+1}{2} \quad ; \quad \frac{\sqrt{5}-1}{2}$$

2. Montrer que : $\left(\dfrac{\sqrt{5}+1}{2}\right)^2=1+\dfrac{\sqrt{5}+1}{2}$

Exercice 268

1. a. Montrer que $\left(2+\sqrt{3}\right)\left(2-\sqrt{3}\right)$ est un nombre entier.

   b. Pour simplifier l'écriture du quotient $\dfrac{2\sqrt{3}}{2+\sqrt{3}}$, nous allons multiplié son numérateur et son dénominateur par $\left(2-\sqrt{3}\right)$.

   Remarquer que le dénominateur a, alors, une valeur entière.

2. a. Montrer que $\left(2+3\sqrt{5}\right)\left(2-3\sqrt{5}\right)$ est un nombre entier relatif.

   b. Utiliser ce résultat pour écrire $\dfrac{\sqrt{5}-2}{2-3\sqrt{5}}$ avec un dénominateur entier.

3. Ecrire $\dfrac{4}{\sqrt{5}-1}$ avec un dénominateur entier.

4. Ecrire $\dfrac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}$ avec un dénominateur entier.

Exercice 258

Simplifier l'écriture de chacun des expressions suivantes :

a. $\sqrt{63}-5\sqrt{7}+2\sqrt{2800}$ b. $\left(2\sqrt{3}+4\sqrt{2}\right)\left(\sqrt{2}-\sqrt{3}\right)$

c. $\dfrac{2+\sqrt{24}}{\sqrt{6}}$ d. $\dfrac{\sqrt{5}-2}{1-\sqrt{2}}$

Exercice réservé 1779

Effectuer les calculs suivants et donner le résultat sous forme simplifiée :

a. $\sqrt{4800}-2\sqrt{75}+\sqrt{2}\times\sqrt{54}$

b. $\left(\sqrt{6}+\sqrt{72}\right)\left(3\sqrt{2}-\sqrt{24}\right)$

c. $\dfrac{\sqrt{2}}{2}-\dfrac{3}{\sqrt{7}}$ d. $\dfrac{1-\sqrt{7}}{\sqrt{14}-4}+2$

Exercice réservé 281

Effectuer les calculs suivant et donner leurs résultats sous forme simplifiée.

a. $\sqrt{150}+3\sqrt{600}-7\sqrt{294}$

b. $\sqrt{2}\left(\dfrac{\sqrt{18}}{3}-\sqrt{2}\right)$

c. $\left(\sqrt{2}-\sqrt{3}\right)\left(3\sqrt{3}+2\sqrt{2}\right)$

d. $\dfrac{\sqrt{28}-3}{\sqrt{7}}$

e. $\dfrac{2+\sqrt{5}}{1-\sqrt{5}}$

f. $\dfrac{1+\sqrt{3}}{\sqrt{3}-\sqrt{2}}$

Exercice 239

Simplifier les écritures suivantes :

a. $\sqrt{175}-10\sqrt{112}+\sqrt{7}$

b. $\left(2\sqrt{2}-2\right)\left(\sqrt{200}+\sqrt{98}+\sqrt{18}\right)$

c. $\dfrac{3\sqrt{3}-6}{\sqrt{3}}$

d. $\dfrac{\sqrt{27}-5}{\sqrt{3}-2}$

e. $\dfrac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}$

Exercice réservé 261

1. Montrer que : $(3+\sqrt{6})(3-\sqrt{6})-\dfrac{6\sqrt{3}}{\sqrt{12}}=0$
2. Ecrire $\dfrac{7}{4-\sqrt{3}}$ sans racine au dénominateur
3. Effectuer le calcul suivant : $(\sqrt{6}+2)(\sqrt{3}-\sqrt{2})$
4. Etablir l'égalité suivante : $\dfrac{\sqrt{2}}{\sqrt{6}-2}-\sqrt{3}=\sqrt{2}$

Exercice réservé 246

Etablir l'égalité ci-dessous :

$$\frac{1}{\sqrt{2}+1}+\frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}+\frac{1}{\sqrt{4}+\sqrt{3}}=1$$

Exercice 232

Démontrer les égalités suivantes :

1. $\dfrac{\sqrt{3}+\sqrt{2}}{\sqrt{3}-\sqrt{2}}+\dfrac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}=10$
2. $\sqrt{4-2\sqrt{3}}=\sqrt{3}-1$

   Rechercher l'expression simplifié de $\left(\sqrt{3}-1\right)^2$
3. $\dfrac{\sqrt{x}-\sqrt{y}}{\sqrt{x-y}}=\dfrac{\sqrt{x-y}}{\sqrt{x}+\sqrt{y}}$

   avec $x\in\mathbb{R}_*^+$ *et* $y\in\mathbb{R}_*^+$ *tels que :* $x\neq y$.

Exercice 254

1. Ecrire $(2+\sqrt{3})^2$ sous la forme $a+b\sqrt{3}$ où a et b sont des nombres réels.
2. En déduire une siplification d'écriture de $\sqrt{7+4\sqrt{3}}$.

Exercice 263

1. a. Etablir l'égalité suivante : $(1-2\sqrt{2})^2=9-4\sqrt{2}$

   b. En déduire une expression simplifiée de $\sqrt{9-4\sqrt{2}}$
2. Démontrer l'égalité suivante : $\sqrt{37+12\sqrt{7}}=3+2\sqrt{7}$

5. Valeurs approchées :

Exercice 251

1. a. Soit ABC un triangle équilatéral de côté $x\,cm$. Déterminer la longueur de ses hauteurs.

   b. Déterminer la valeur approchée à 10^{-3} près de la longueur de la hauteur d'un triangle équilatéral de $4\,cm$ de côté.
2. Déterminer la mesure, au millimètre près, de la longueur des cotés d'un triangle équilatéral dont l'aire est de $25\,cm^2$.

Exercice 237

1. Ecrire A sous forme de fraction irréductible.

$$A=2+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{4}}}$$

2. a. Montrer que A est une valeur approchée de $\sqrt{7}$ à 10^{-1} près.

   b. A est-il une valeur approchée de $\sqrt{7}$ à 10^{-2} près?

6. Nature des nombres :

Exercice réservé 265

Dans cet exercice, nous allons montrer que, pour tout entier naturel a, $\sqrt{a}$ est soit un nombre entier, soit un nombre non-décimal.

Un nombre décimal X *(en base 10)* est un nombre admettant l'écriture :

$$X=x_0{,}x_1x_2x_3\cdots x_n$$

où $\begin{cases} x_0 \text{ est sa partie entière,} \\ n \text{ est le nombre décimale de } X \\ x_1,\ x_2,\ldots,x_n \text{ des entiers compris entre 0 et 9} \end{cases}$

La première remarque est que puisque X est un nombre ayant n décimales, alors x_n est non-nul.

Exemple : *pour* $X=25{,}153$. *On a :*

- $x_0=25$
- $n=3$
- $x_1=1,\ x_2=5,\ x_3=3$

Soit a un entier naturel, supposons que $\sqrt{a}$ est un nombre décimal non entier : $a\in\mathbb{D}$; $a\notin\mathbb{N}$

Ainsi, $\sqrt{a}$ admet la décomposition décimale suivante :
$\sqrt{a} = x_0{,}x_1x_2x_3\dots x_n$
où n est non-nul.

1. a. Effectuer, en les posant, les opérations suivantes :
$1{,}1\times1{,}1$; $1{,}2\times1{,}2$; $1{,}3\times1{,}3$; ... ; $1{,}9\times1{,}9$
b. Justifier que le carré d'un nombre décimal possédant un seul chiffre dans la partie décimale ne peut être un entier.
2. En déduire que $\sqrt{a}$ ne peut être un nombre décimal.

Exercice 278

Indiquer la nature de chacun des nombres présentés ci-dessous *(indiquer vos calculs si nécessaire)* :

a. $1+\dfrac{1}{3}$ b. $\dfrac{\frac{5}{3}}{\frac{2}{9}}$ c. $\sqrt{2}$ d. $\sqrt{7^{500}}$

e. $\dfrac{\sqrt{2}}{\sqrt{12}}$ f. $1+\pi$ g. $\left(1+\sqrt{2}\right)^2$ h. $\left(\cos\dfrac{\pi}{3}\right)^2$

Exercice réservé 1735

On cherche a comparer les nombres suivants :

$$A = \frac{1}{8463} \quad ; \quad B = 0{,}000118161408 \quad ; \quad C = \frac{28\,848}{244\,140\,625}$$

1. Comparer ces trois nombres à l'aide de votre calculatrice.
Faîtes une conjecture.
2. En remarquant qu'on a l'écriture suivante : $C = \dfrac{28848}{5^{12}}$
Justifier que C est un nombre décimal à 12 chiffres dans la partie décimale.

Remarque : *On admettra le théorème suivant :*

> *Une fraction $\frac{a}{b}$ irréductible est un nombre décimal si, et seulement si, son dénominateur admet une décomposition en produits de facteurs premiers de la forme $2^m\times5^n$ avec m et n des entiers naturels.*

3. Vérifier que : $8463 = 3\times7\times13\times31$.
En déduire que A est un nombre rationnel.
4. Reprendre votre conjecture de la question 1..

Exercice 269

Pour chacun des nombres ci-dessous, déterminer son ensemble d'appartenance :

a. $\dfrac{3}{4}$ b. $\dfrac{5}{3}$ c. $\dfrac{0{,}3}{24}$ d. $\dfrac{5{,}1}{1{,}7}$

e. $\sqrt{18}$ f. $\sqrt{121}$ g. $\dfrac{\sqrt{24}}{\sqrt{6}}$ h. $\sqrt{1{,}44}$

7. Intervalles :

Exercice 316

Compléter à l'aide des symboles $\in$ et $\notin$:

a. $\pi \dots]3{,}14\,;\,5]$ b. $3\dots\left[0\,;\,\dfrac{5}{2}\right[$ c. $\sqrt{2}\dots[2\,;\,3]$

d. $0{,}33\dots\left[\dfrac{1}{3}\,;\,1\right]$ e. $-3\dots[2\,;\,4]$

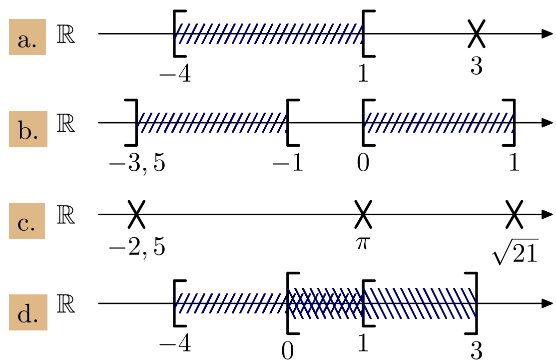
Exercice 311

1. Recopier et compléter à l'aide du symbole d'appartenance ($\in$) et de non-appartenance les lignes suivantes :
a. $\sqrt{2}$ ... $]1\,;3[$ b. $\dfrac{2}{\sqrt{2}}$ ... $[\sqrt{2}\,;5]$
c. $\dfrac{1-\sqrt{11}}{\sqrt{11}}$ ... $]-\infty\,;0[$
2. Pour chaque couple d'intervalle, donner l'ensemble résultat de leur intersection et de leur réunion :
a. $\left[-\sqrt{2}\,;\dfrac{1}{3}\right[$ et $\left]\dfrac{1}{3}\,;5\right]$ b. $[1\,;6[$ et $[3\,;8]$
c. $]-\infty\,;\pi]$ et $]1\,;+\infty[$

Exercice 1794

Pour chaque question, on a représenté un sous-ensemble de $\mathbb{R}$:
- en hachurant les intervalles constituants ce sous-ensemble ;
- en marquant les points isolés lui-appartenant.

A l'aide des notations ensemblistes, décrire chacun de ces sous-ensembles :



Exercice réservé 1905

Représenter sur une droite graduée chacun des ensembles ci-dessous et donner leur écriture algébrique :

a. $[-1\,;\,\pi]\cup\left]\sqrt{2}\,;\,5\right[$
b. $]-\infty\,;\,2]\cup]-1{,}5\,;\,+\infty[$
c. $]-2\,;\,8]\cap]-\infty\,;\,3[$
d. $\left]-\infty\,;\,-\sqrt{3}\right]\cap\left[-\sqrt{3}\,;\,+\infty\right[$

Exercice 2711

1. Simplifier l'écriture des ensembles suivants :
a. $]-\infty\,;3]\cap[-2\,;5[$ b. $\left[\dfrac{5}{2}\,;\sqrt{10}\right[\cap[3\,;\pi[$
c. $\left]-\dfrac{12}{5}\,;\sqrt{3}\right[\cup\left[-\sqrt{3}\,;\dfrac{9}{4}\right[$

2. Dire si les inclusions suivantes sont vraies ou fausses :

a. $]3\,;\sqrt{17}] \subset [-\infty\,;4]$

b. $\left[-\frac{2}{3}\,;\frac{\sqrt{2}}{2}\right[\subset \left]-1\,;\frac{1}{\sqrt{2}}\right]$

Exercice réservé 298

Dans chaque cas, représenter sur une droite graduée les deux intervalles. Puis, déterminer leurs intersections et leurs réunions :

a. $[0\,;2]\quad;\quad[1\,;3]$ b. $[0\,;2]\quad;\quad]2\,;3]$

c. $[0{,}33\,;2]\quad;\quad\left[\frac{1}{3}\,;\frac{8}{9}\right[$

Exercice 1935

Avant d'effectuer l'opération sur les intervalles demandées, représenter chacun des deux intervalles sur une droite graduée, puis donner l'ensemble résultant.

a. $[2\,;5] \cup]-1\,;7]$ b. $]3\,;+\infty[\cup [0\,;3[\cup \{3\}$

c. $[2\,;5] \cap]-1\,;7]$ d. $]-\infty\,;3] \cap]3\,;+\infty[$

Exercice réservé 337

1. Donner deux nombres réels a et b vérifiant les deux conditions suivantes :

$$b-a=1 \quad\text{et}\quad [a\,;b]\subset\left[\frac{3}{4}\,;\frac{5}{2}\right]$$

2. A l'aide des symbols d'appartenance $(\in)$ et de non-appartenance $(\notin)$, indiquer les nombres appartenant à l'intervalle $[-2;1]$:

$$0\quad;\quad-\sqrt{2}\quad;\quad\sqrt{3}\quad;\quad\frac{4}{3}\quad;\quad\frac{\pi}{4}$$

3. Dans chaque cas, représenter sur une droite graduée l'ensemble correspondant à la réunion ou à l'intersection demandée.
Puis donner, si possible, une écriture simplifié de cet ensemble.

a. $[1\,;2]\cup\left[\frac{3}{2}\,;\frac{14}{8}\right]$ b. $[-1\,;1]\cup[1\,;4]$

c. $[1\,;4]\cup[-4\,;-1]$ d. $[4\,;5]\cap[-1\,;4]$

e. $[-1\,;1]\cap[2\,;3]$ f. $\left[-2\,;\frac{3}{4}\right]\cap[1\,;100]$

8. Divers :

Exercice 262

1. Effectuer le calcul suivant : $A = 1+\cfrac{2}{1+\cfrac{2}{3+\cfrac{1}{3}}}$

2. Donner l'écriture du quotient suivant sous la forme $2^m\times3^n\times5^p\times7^q$ où m, n, p, q sont des entiers relatifs :

$$B=\frac{3\times15^2\times\left(2\times5^3\right)^{-2}}{7^3\times12^4}$$

3. Simplifier l'écriture des expressions suivantes :

$$C=\left(3\sqrt{2}+5\sqrt{2}\right)\left(3\sqrt{6}-2\sqrt{2}\right)\quad;\quad D=\frac{1-\sqrt{6}}{1+\sqrt{6}}$$

Exercice réservé 238

Donner l'inverse de chacun des nombres suivants sous la forme la mieux adaptée :

a. $-0{,}8$ b. $-\frac{2}{3}$ c. $\sqrt{2}$ d. 3^2

e. $-0{,}8^2$ f. $2\times0{,}15$ g. $(-0{,}8)^2$

Exercice 1782

1. Etablir pour tout entier naturel non nul p l'égalité suivante :

$$\frac{1}{p}-\frac{1}{p+1}=\frac{1}{p(p+1)}$$

2. En déduire la valeur de la somme suivante :

$$S=\frac{1}{1\times2}+\frac{1}{2\times3}+\frac{1}{3\times4}+\cdots+\frac{1}{2003\times2004}+\frac{1}{2004\times2005}$$

Exercice réservé 1728

Demonstration de l'infinité des entiers premiers par Euclide (je crois)

C'est un raisonnement par l'absurde. Admettons que l'ensemble P des entiers premiers soit fini. Par exemple on le note $P=P1,P2,...,Pr$

Admettons que l'ensemble P des entiers premiers soit fini. Par exemple on le note $P=P1,P2,...,Pr$ On va appeler n l'entier $n=P1P2...Pr+1$ Cet entier a un diviseur premier : p (Tout entier supérieur à 1 admet un diviseur premier).

Mais p n'appartient pas à P. Ben oui, sinon p serait un diviseur de $P1P2...Pr$, et aussi un diviseur de n. Donc p serait aussi un diviseur de $n-P1P2...Pr$.

En gros p serait un diviseur de 1 et il n'y a que 1 qui soit diviseur de 1 qui n'est pas premier, donc ce n'est pas possible.

Il existait donc un entier p premier qui ne soit pas un élément de l'ensemble P qu'on s'est donné au début.

Contradiction avec l'hypotése de départ on conclut que P n'est pas un ensemble fini ! Il y a donc une infinité d'entiers premiers. D'où la conclusion.

Exercice 233

Dans cet exercice, nous utiliserons le fait que tout entier naturel pair *(resp. impair)* s'écrit sous la forme $2\times n$ *(resp.* $2\times n+1$*)* où n est un entier naturel.

Démontrer les assertions suivantes :

1. La somme de deux entiers impairs est un entier pair.
2. Le produit d'un entier pair par un entier impair est pair.
3. Le produit de deux entiers consécutifs est un entier pair.
4. La somme de cinq entiers consécutifs est un multiple de 5.

9. Comparaison de nombres :

Exercice 292

Comparer sans l'aide de la calculatrice :

a. 6 et $\sqrt{33}$

b. $\sqrt{6}\times\sqrt{5}$ et 6

c. $10\sqrt{10}$ et 30

d. $\dfrac{1}{4}$ et $\dfrac{1}{\sqrt{15}}$

e. $\sqrt{5+3}$ et $\sqrt{5}+\sqrt{3}$

f. $2\sqrt{2}-3$ et $\sqrt{17-12\sqrt{2}}$

Exercice 355

Comparer les nombres suivants en justifiant votre méthode :

a. $\dfrac{\sqrt{8}}{\sqrt{2}}$ et $\dfrac{7\sqrt{3}}{\sqrt{7}}$

b. $\sqrt{3}+\sqrt{5}$ et $\sqrt{8+2\sqrt{15}}$

c. $\dfrac{1}{1+\sqrt{2}}$ et $\sqrt{2}-1$

d. $\dfrac{15-\sqrt{2}}{14}$ et $\dfrac{14-\sqrt{2}}{15}$

Exercice réservé 327

Comparer les nombres suivants en justifiant votre raisonnement :

a. $7\sqrt{8}$ et $8\sqrt{7}$

b. $\dfrac{1}{3\sqrt{5}}$ et $\dfrac{1}{5\sqrt{3}}$

c. $\dfrac{11+\sqrt{2}}{12}$ et $\dfrac{12+\sqrt{2}}{13}$

d. $\sqrt{4}+\sqrt{2}$ et $\sqrt{6+2\sqrt{8}}$

e. $3-\sqrt{2}$ et $\sqrt{11-6\sqrt{2}}$

f. $\dfrac{1}{1-\sqrt{6}}$ et $1+\sqrt{6}$

Exercice 1934

Sans l'aide de la calculatrice, effectuer la comparaison des couples de nombres proposées :

a. $2\sqrt{19}$ et $5\sqrt{3}$

b. $\dfrac{1}{\sqrt{35}}$ et $\dfrac{1}{6}$

c. $\dfrac{1}{\sqrt{2}-\sqrt{3}}$ et $\sqrt{3}+\sqrt{2}$

d. $\sqrt{12}-\sqrt{7}$ et 5

e. $3\sqrt{5}+\sqrt{2}$ et $\sqrt{47+6\sqrt{10}}$

f. $\dfrac{6^{11}\times3\times4^{7}}{3^{12}}$ et $\sqrt{2^{50}}$

Exercice réservé 294

Comparer sans l'aide de la calculatrice :

a. $\dfrac{152}{240}$ et 110

b. $\dfrac{7}{21}$ et $\dfrac{1}{3}$

c. $\dfrac{23}{15}$ et $\dfrac{23}{13}$

d. $\dfrac{12}{25}$ et $\dfrac{77}{125}$

e. $\dfrac{3+\sqrt{2}}{3}$ et $\dfrac{2+\sqrt{2}}{2}$

f. $\sqrt{2}-1$ et $\dfrac{1}{\sqrt{2}+1}$

g. $\sqrt{2}+\sqrt{3}$ et $\sqrt{5+2\sqrt{6}}$

Exercice réservé 295

Comparer les réels suivants, et justifier votre résultat :

a. $32\sqrt{5}$ et $15\sqrt{14}$

b. $\dfrac{1}{2\sqrt{3}}$ et $\dfrac{1}{3\sqrt{2}}$

c. $\sqrt{3}+\sqrt{2}$ et $\sqrt{2\sqrt{6}+4}$

d. $\dfrac{3+\pi}{3}$ et $\dfrac{4+\pi}{4}$

e. $3-\sqrt{12}$ et $\sqrt{19-12\sqrt{3}}$

f. $(n-1)^2$ et n^2-1 pour $n\geqslant 1$

g. $\dfrac{2n}{n+1}$ et $\dfrac{3n-1}{n}$ pour $n\geqslant 1$

Exercice 2848

Comparer les nombres suivants en justifiant votre méthode :

a. $\dfrac{1}{\sqrt{46}}$ et $\dfrac{1}{3\sqrt{5}}$

b. $3\sqrt{3}-2\sqrt{2}$ et $\sqrt{35+12\sqrt{6}}$

c. $\dfrac{2+\sqrt{3}}{1-\sqrt{2}}$ et $\dfrac{2-\sqrt{3}}{1+\sqrt{2}}$

d. $\sqrt{\dfrac{3^4\times12^2}{3^8\times4^4}}$ et $\dfrac{1}{36}$

