Seconde/Inéquations

1. Inéquations du premier degré :

Exercice 343

1. Pour chacune des inéquations ci-dessous, représenter sur une droite graduée l'ensemble des nombres x solutions de l'inéquation :

   a. $-1 \leqslant x \leqslant 2$ b. $\sqrt{2} \leqslant x < \sqrt{3}$

   c. $x > 9$ d. $-5 > x$

2. Reprendre les inéquations ci-dessus en écrivant leur ensemble des solutions sous la forme d'un intervalle.

Exercice 344

1. Parmi les inéquations suivantes, lesquelles acceptent le nombre 9 comme solution :

   a. $-3x+2 \geqslant 0$ b. $5(x+9) > 0$

   c. $\dfrac{x+1}{4} \geqslant -3\times\dfrac{x-2}{3}$ d. $2 > x$

2. Résoudre les inéquations suivantes

   a. $-3x+7 \leqslant x+2$ b. $-6x+1 > 0$

   c. $-\dfrac{x}{4} < 5$ d. $-3(x+5) < x+5$

   e. $-3x+7 \leqslant 9-x$ f. $\dfrac{x-1}{6}+\dfrac{x+1}{3} < 2$

   g. $x+\dfrac{x}{2}-\dfrac{x}{6} \leqslant \dfrac{x+1}{3}+\dfrac{2x-3}{6}$

Exercice réservé 478

Résoudre les inéquations suivantes :

a. $2x+1 \geqslant 3x-1$ b. $-x-\dfrac{1}{2} \leqslant x+2$

d. $\dfrac{x+1}{2}+x < 0$ c. $\dfrac{x-2}{-4} < x+1$

e. $\dfrac{1-x}{2} \leqslant \dfrac{2x+1}{6}$

Exercice 306

Soit n un entier relatif $(n\in\mathbb{Z})$. Déterminer l'ensemble des solutions de l'équation :

$-3{\cdot}n^2+5 > -13$

Exercice 466

Résoudre les inéquations suivantes :

a. $(x+1)^2 > 0$ b. $(x+1)^2 \geqslant 0$

c. $(x+1)^2 < 0$ d. $x^2+1 \leqslant 0$

e. $x^2-4 < (x+2)^2$ f. $(x+1)^2-(x-1)^2 \geqslant 0$

Exercice 461

Résoudre les inéquations suivantes, donner l'ensemble des solutions sous la forme d'intervalle et le représenter sur une droite graduée :

a. $3x+3 \geqslant 1$ b. $\dfrac{3x-1}{4} \leqslant -1$

c. $x^2+x+1 \geqslant (x+1)(x-1)$

2. Construction de tableaux de signe :

Exercice 468

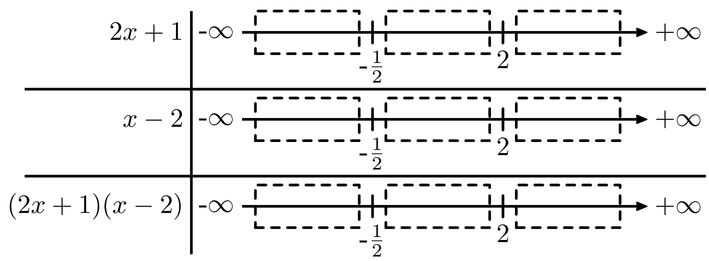
1. On considère la fonction f définie par la relation :
   $f(x)=2x^2-3x-2$

   Dans cette question, nous allons étudier le signe de la fonction f.

   a. Etablir l'égalité : $f(x)=(2x+1)(x-2)$.

   b. Résoudre les deux inéquations suivantes :
   $2x+1 < 0$; $x-2 < 0$

   c. Dans le tableau ci-dessous et pour les deux facteurs $2x+1$ et $x-2$, colorier :
   - en bleu les intervalles sur lesquels le facteur est positif ;
   - en rouge les intervalles sur lesquels le facteur est négatif.



   d. Compléter la troisième ligne en utilisant la règle des signes d'un produit.

   e. Résoudre l'inéquation : $f(x)\leqslant 0$.

2. On considère la fonction g dont l'image d'un nombre x est donné par la relation :
   $g(x)=-3x^2+13x-12$

   a. Etablir l'égalité suivante : $g(x)=(3x-4)(3-x)$

   b. De même que pour la question précédente, compléter le tableau ci-dessous :

$3x-4$	-∞	+∞
$3-x$	-∞	+∞
$g(x)$	-∞	+∞

c. En déduire l'ensemble des solutions de l'inéquation $g(x)<0$

Exercice réservé 469

1. a. Résoudre sur $\mathbb{R}$ les inéquations suivantes :
$4-2x \geqslant 0 \quad ; \quad 5x+15 \geqslant 0$

b. En déduire les solutions des inéquations :
$4-2x < 0 \quad ; \quad 5x+15 < 0$

2. a. Dans les deux premières lignes du tableau de signe, indiquer le signe des expressions sur $\mathbb{R}$:

x	$-\infty$ $\qquad$ $+\infty$
$4-2x$	
$5x+15$	
$(4-2x)(5x+15)$	

b. Compléter la troisième ligne du tableau afin d'indiquer le signe du produit $(4-2x)(5x+15)$ sur $\mathbb{R}$.

c. En déduire l'ensemble des solutions de l'inéquation :
$(4-2x)(5x+15) \geqslant 0$

Exercice 460

Etablir le table de signe des expressions algébriques suivantes :

a. $(x+1)(2-x)$ $\qquad$ b. $-(2x+4)(x-2)$ $\qquad$ c. $(x+1)^2$

Exercice réservé 457

On considère l'expression algébrique suivante :

$$\frac{2x+7}{x+3} - \frac{4x+4}{2x+1}$$

1. Réduire l'expression précédente au même dénominateur.
2. Dresser le tableau de signe de cette expression.
3. En déduire les solutions de l'inéquation :
$$\frac{2x+7}{x+3} \leqslant \frac{4x+4}{2x+1}$$

Exercice 4455

Compléter les tableaux de signe ci-dessous :

1.

x	$-\infty$ $\qquad$ $+\infty$
$2x+1$	
$3+x$	
$(2x+1)(3+x)$	

2.

x	$-\infty$ $\qquad$ $+\infty$
$2-x$	
$4x-3$	
$(2-x)(4x-3)$	

3.

x	$-\infty$ $\qquad$ $+\infty$
$2+x$	
$2-x$	
$\dfrac{2+x}{2-x}$	

4.

x	$-\infty$ $\qquad$ $+\infty$
$4x+1$	
$x-1$	
x	
$\dfrac{(4x+1)(x-1)}{x}$	

Exercice 4876

Compléter les tableaux de signe ci-dessous :

1.

x	$-\infty$ $\qquad$ $+\infty$
$1-x$	
$2x+1$	
$(1-x)(2x+1)$	

2.

x	$-\infty$ $\qquad$ $+\infty$
$x-3$	
$-2x+4$	
$(x-3)(-2x+4)$	

3.

x	$-\infty$ $\qquad$ $+\infty$
$x+5$	
$-2x-8$	
$\dfrac{x+5}{-2x-8}$	

4.

x	$-\infty$ $\qquad$ $+\infty$
$x-1$	
$4-x$	
$-x-1$	
$\dfrac{(x-1)(4-x)}{-x-1}$	

Exercice 4380

On considère les fonctions f et g dont les images du nombre x sont respectivement définies par :

$$f(x) = \sqrt{2-x} \times \sqrt{x-5} \quad ; \quad g(x) = \sqrt{(2-x)(x-5)}$$

1. a. Justifier que la fonction f n'est pas définie pour le nombre 3.

b. Déterminer l'ensemble de définition de la fonction f.

2. a. Déterminer l'image du nombre 3 par la fonction g.

b. Déterminer l'ensemble de définition de la fonction g.

3. Inéquations et tableaux de signes :

Exercice 480

Résoudre les inéquations suivantes :

a. $(x+4)(1-2x) \geqslant 0$ b. $\dfrac{x^2-1}{x+2} < 0$

Exercice réservé 445

On considère la fonction f définie par la relation suivante :

$$f : x \longmapsto \frac{x+1}{-2x^2+7x-3}$$

1. Etablir l'égalité suivante : $-2x^2+7x-3 = (2x-1)(3-x)$
2. Donner l'ensemble de définition de la fonction f.
3. a. Dresser le tableau de signe de la fonction f sur son ensemble de définition.

   b. Résoudre l'inéquation : $f(x) \geqslant 0$

Exercice 465

1. Résoudre l'inéquation : $-\dfrac{(x+1)(x-2)}{1-x} > 0$
2. a. Développer : $(2x+1)(x-1)$

   b. Résoudre l'inéquation suivante : $\dfrac{2x^2-x-1}{x^2+1} \leqslant 0$.

Exercice 473

Résoudre les inéquations suivantes :

a. $(x+1)(1-x) > (2x-1)(x+1)$ b. $x^3 - x \leqslant 0$

c. $(x+1)^2 - (x+1)(2-x) \geqslant 0$ d. $\dfrac{x+1}{x-1} < -1$

Exercice 442

1. Développer : $(x-1)(x-5)$
2. Résoudre : $\dfrac{(x-3)^2-4}{3-2x} < 0$

Exercice 8191

Résoudre les inéquations suivantes :

a. $(3+x)(2-x) \leqslant 0$ b. $\dfrac{x^2-x}{2x+4} \geqslant 0$

c. $(2x-1)(x^2+6x+9) < 0$

4. Manipulations algébriques :

Exercice réservé 471

Voici la résolution d'une inéquation réalisée par un élève :

$$\frac{1}{1+x} \geqslant 2$$
$$\frac{1}{1+x}(1+x) \geqslant 2(1+x)$$
$$1 \geqslant 2 + 2x$$
$$-1 \geqslant 2x$$
$$-\frac{1}{2} \geqslant x$$
$$S = \left]-\infty ; -\frac{1}{2}\right]$$

1. a. -2 est-il solution de l'inéquation : $\dfrac{1}{1+x} \geqslant 2$?

   b. Que peut-on en déduire de la résolution proposée ?
2. On décompose la résolution de l'élève en indiquant la manipulation algébrique effectuée à chaque étape par l'élève.

   Compléter le diagramme ci-dessous :

$\dfrac{1}{1+x} \geqslant 2$	
$\dfrac{1}{1+x}\cdot(1+x) \geqslant 2\cdot(1+x)$	
$1 \geqslant 2+2x$	
$-1 \geqslant 2x$	
$-\dfrac{1}{2} \geqslant x$	

3. a. Quel peut être le signe de l'expression $1+x$?

   b. En déduire l'erreur commise par l'élève.
4. Résoudre l'inéquation : $\dfrac{1}{1+x} \geqslant 2$

Exercice 479

Un élève a produit la résolution suivante d'une inéquation :

$$\frac{x^2+4}{x} \geqslant 4$$
$$x^2+4 \geqslant 4x$$
$$x^2-4x+4 \geqslant 0$$
$$(x-2)^2 \geqslant 0$$

Un carré étant toujours positif

On a : $S = \mathbb{R}$

1. a. Le nombre -1 est-il solution de l'inéquation :
$$\frac{x^2+4}{x} \geqslant 4$$
b. Que peut-on en déduire sur la résolution proposée par l'élève?

2. Résoudre correctement cette inéquation.

Exercice réservé 300

1. Voici la résolution de quatre inéquations par des élèves. Chacune d'elles comportent une ou des erreurs. Identifier la ou les erreurs commises par chacun des élèves :

Elève 1 : $5x+2 \leqslant 7x-3$; $12x \leqslant -1$; $x \leqslant -\frac{1}{12}$; $\mathcal{S} = \left]-\infty\,;\,\frac{1}{2}\right]$	*Elève 2 :* $3x-8 \leqslant 4x+2+\sqrt{2}$; $-x \leqslant 10+\sqrt{2}$; $x \leqslant -10-\sqrt{2}$; $\mathcal{S} = \left]-\infty\,;\,-10-\sqrt{2}\right[$
Elève 3 : $\frac{1}{x} < 1$; $1 < 1\times x$; $1 < x$; $\mathcal{S} = \left]1\,;\,+\infty\right[$	*Elève 4 :* $x^2 \geqslant x$; $x \geqslant 1$; $\mathcal{S} = \left[1\,;\,+\infty\right[$

2. Reprendre correctement la résolution de chacune de ces inéquations.

Exercice 6688

1. Résoudre l'inéquation :
$$(2x-1)(3-x) \geqslant (2x-1)(5x+1)$$

2. a. Etablir l'égalité :
$$\frac{3x-6}{2x+3} - \frac{4-7x}{2x-2} = \frac{5x(4x-1)}{(2x-2)(2x+3)}$$
b. En déduire l'ensemble des solutions de l'inéquation :
$$\frac{3x-6}{2x+3} < \frac{4-7x}{2x-2}$$

5. *Inéquations (un peu plus loin) :*

Exercice réservé 475

A l'aide d'un tableau de signe, résoudre les inéquations suivantes :

a. $(3-2x)(5x+2) \geqslant 0$ b. $(4x+4)(x+2) < -1$

c. $\dfrac{3x+1}{-2x+1} > 1$ d. $\dfrac{1}{x} + \dfrac{1}{x+5} \geqslant 0$

e. $(3x-2)(4-2x) > 2(3-2x)(x-2)$

Exercice réservé 456

1. On considère l'équation :
$$(E) \ : \ (3x-1)(4x+5) - 3(3-2x)(2-6x) > 0 :$$
a. Factoriser l'expression :
$(3x-1)(4x+5) - 3(3-2x)(2-6x)$.
b. Résoudre l'inéquation (E).

2. a. Etablir la factorisation :
$$2x^2 + 2\sqrt{6}x + 3 = (\sqrt{2}x + \sqrt{3})^2$$
b. Résoudre l'inéquation suivante :
$$(F) \ : \ \frac{2x^2+2\sqrt{6}x+3}{(4x-1)(3-x)} < 0$$

Exercice réservé 2876

Résoudre les inéquations suivantes :

a. $(3x+2)(2-3x) \geqslant (3x+2)(5x-2)$

b. $\dfrac{9x^2+36x+36}{2x-3} < 0$

c. $\dfrac{4(2x+1)}{4x-1} + \dfrac{2-4x}{2x+3} \geqslant 0$

Exercice 447

Résoudre les inéquations suivantes :

a. $\dfrac{1}{1+x} < \dfrac{1}{1-x}$ b. $\dfrac{-(2x+1)^2}{(4x-3)(1-2x)} \leqslant 0$

Exercice 2860

1. Développer l'expressions suivante : $(x-1)(x+3)$

2. Résoudre l'inéquation suivante :
$$\frac{5x+1}{1-2x} + \frac{3x+3}{x} > 0$$

Exercice 2859

Résoudre les inéquations suivantes :

a. $\dfrac{3x-2}{6} + \dfrac{1}{3} \leqslant \dfrac{1}{4} + \dfrac{5}{2}x$

b. $(3x-4)(5-2x) \geqslant (4x-10)(2-3x)$

c. $\dfrac{5x+1}{2x-1} + \dfrac{3x+3}{x+1} \geqslant 0$

Exercice 482

Résoudre les inéquations suivantes dans $\mathbb{R}$:

a. $\dfrac{2x-4}{4x+1} \leqslant \dfrac{3x+5}{6x}$ b. $\dfrac{x^2-5}{3x^2+2\sqrt{3}x+1} \leqslant 0$

Exercice réservé 483

Résoudre l'inéquation : $16x^2 \geqslant 25(x+1)^2$

Exercice 2856

1. Déterminer l'expression de P afin de réaliser la factorisation suivante :
$$2x^2+x-1 = (x+1)\times P$$
2. Dresser le tableau de signe de : $\dfrac{2x^2+x-1}{x^2-4}$
3. Résoudre l'inéquation suivante : $\dfrac{5x^2+x-13}{x^2-4} \leqslant 3$

Exercice réservé 4916

Résoudre les inéquations suivantes :

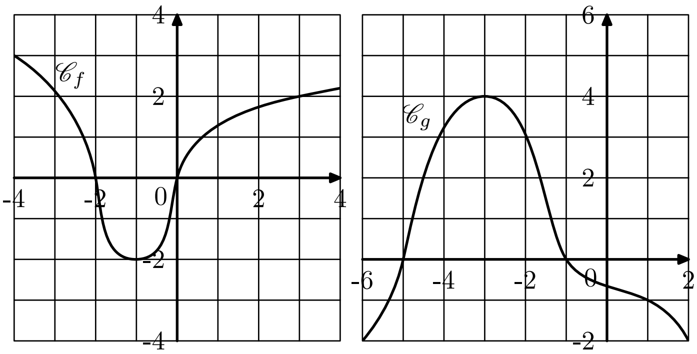
a. $(3x+1)(4-2x) \geqslant 0$ b. $\dfrac{(5-2x)(x-1)}{3x-2} > 0$

c. $\dfrac{6-2x}{2x+4} \leqslant \dfrac{x-3}{5-x}$ d. $x(4x-3) > (x-1)(3x+4)$

6. Lectures graphiques :

Exercice 472

On représente ci-dessous les représentations graphiques des fonctions f et g définies respectivement sur $[-4\,;\,4]$ et $[-6\,;\,2]$



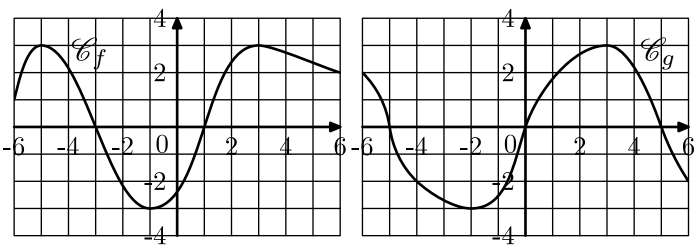
1. Déterminer, graphiquement, les solutions des inéquations :
$f(x) \geqslant 0$; $g(x) \geqslant 0$
2. Dresser les tableaux de signes des fonctions f et g :

x	-4 $\qquad\qquad\qquad$ 4
$f(x)$	

x	-6 $\qquad\qquad\qquad$ 2
$g(x)$	

Exercice 481

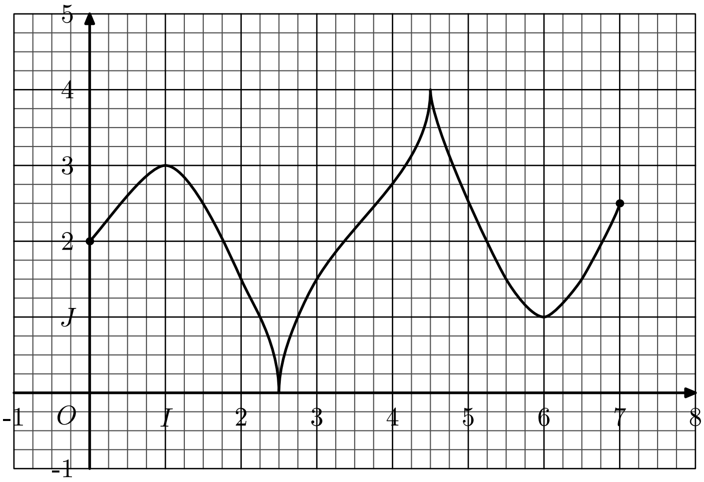
On considère les deux fonctions f et g définies sur $[-6\,;6]$ dont les représentations graphiques sont données ci-dessous :



Dresser les tableaux de signes des fonctions f et g sur $[-6\,;6]$

Exercice 2752

Dans un repère orthonormé $(O\,;I\,;J)$, on considère la fonction f définie sur l'intervalle $[0\,;7]$ dont la représentation graphique est donnée ci-dessous :



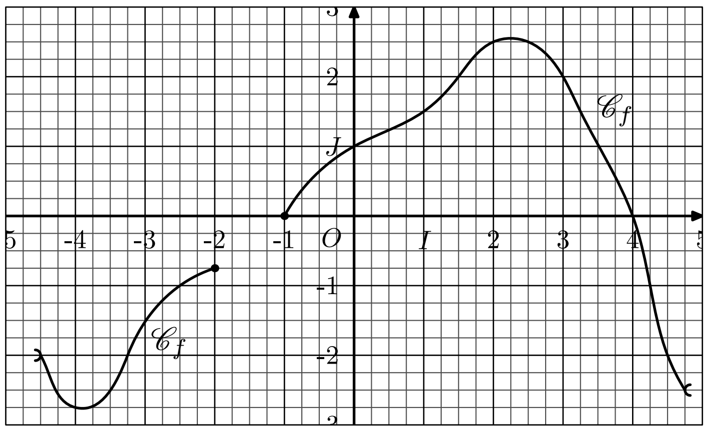
Résoudre graphiquement les inéquations suivantes :

a. $f(x) \geqslant 1{,}5$ b. $f(x) \leqslant 1$

On laissera quelques traits de constructions.

Exercice réservé 4384

Dans le repère $(O\,;I\,;J)$ ci-dessous est représentée la courbe $\mathscr{C}_f$ représentative de la fonction f

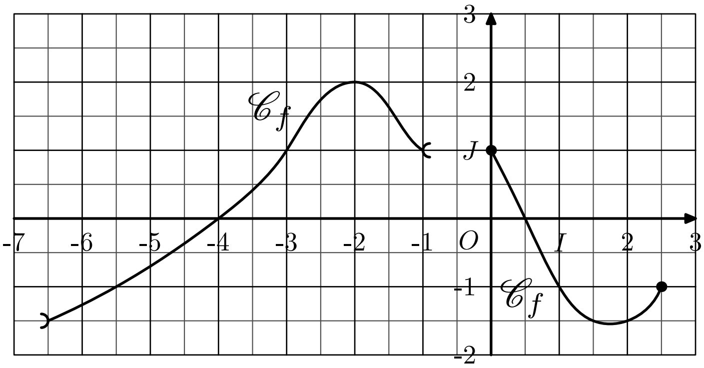


Résoudre graphiquement les deux inéquations suivantes :

a. $f(x) \geqslant 1{,}5$ b. $f(x) \leqslant -1$

Exercice réservé 2782

On considère la fonction f dont la représentation est donnée ci-dessous dans le repère $(O\,;I\,;J)$ orthonormé :

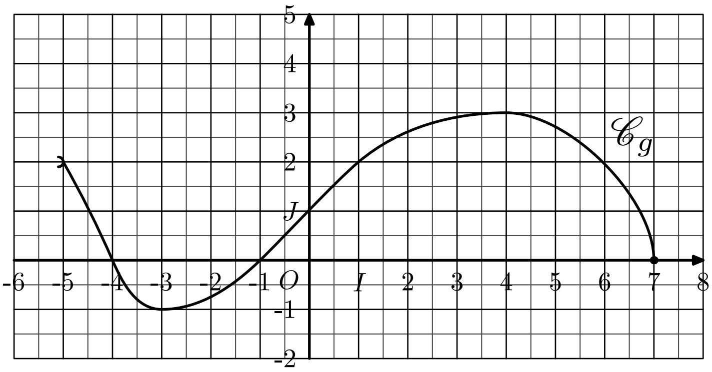


On répondra à toutes les questions à l'aide du graphique ci-dessous.

1. Donner l'ensemble de définition de la fonction f.
2. On laissera les traits de construction nécessaire pour répondre aux questions suivantes :
   a. Déterminer l'image de $-5{,}5$ par la fonction f.
   b. Déterminer l'ensemble des antécédents de 1 par la fonction f.
3. En surlignant les parties concernées de la courbe $\mathscr{C}_f$, résoudre graphiquement les deux inéquations suivantes :
   a. $f(x) \leqslant -1$ b. $f(x) \geqslant 0$

Exercice 365

Dans un repère $(O\,;I\,;J)$ orthonormé, on considère la courbe $\mathscr{C}_g$ représentative de la fonction g :

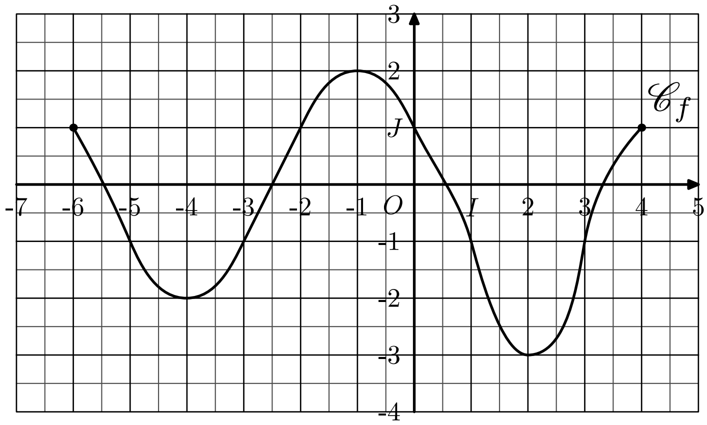


1. Donner, sans justification, l'ensemble de définition de la fonction g.
2. Donner, sans justification, les solutions des deux équations suivantes :
   a. $g(x) = 2$ b. $g(x) = 0$
3. Résoudre graphiquement les inéquations :
   a. $g(x) \geqslant 2$ b. $g(x) < 0$

   On surlignera les parties utilisées de la courbe $\mathscr{C}_g$ pour répondre à ces questions.

Exercice réservé 380

Dans un repère $(O\,;I\,;J)$, on considère la courbe $\mathscr{C}_f$ représentative de la fonction f :

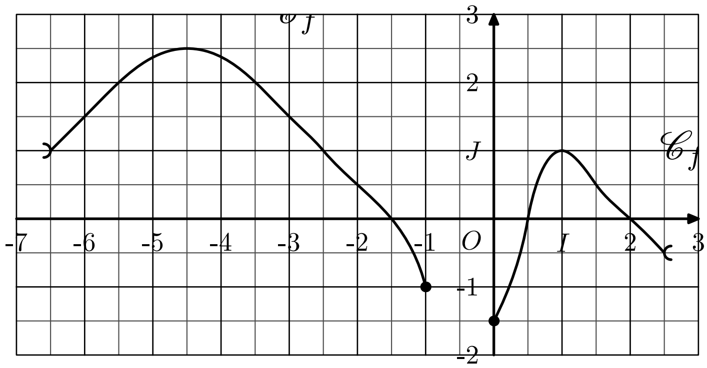


On répondra graphiquement aux questions suivantes :

1. Donner l'ensemble de définition de cette fonction.
2. On laissera les traits de construction nécessaire pour répondre aux questions ci-dessous :
   a. Déterminer l'image du nombre 1 par la fonction f
   b. Déterminer l'ensemble des antécédents par la fonction f du nombre 1.
3. Résoudre graphiquement l'inéquation $f(x) \leqslant -1$. On surlignera la partie consid'erée de la courbe $\mathscr{C}_f$.

Exercice réservé 4914

On considère la fonction f dont la représentation est donnée ci-dessous dans le repère $(O\,;I\,;J)$ orthonormé :

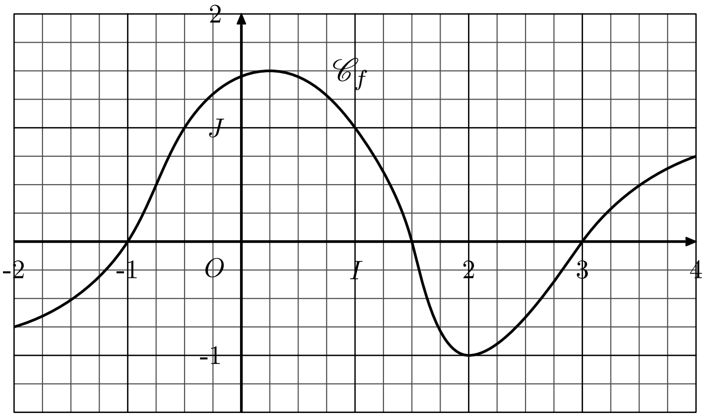


On répondra à toutes les questions à l'aide du graphique ci-dessous.

1. Donner l'ensemble de définition de la fonction f.
2. On justifiera les réponses aux questions suivantes :
   a. Déterminer l'image du nombre 1 par la fonction f.
   b. Déterminer l'ensemble des antécédents du nombre 1,5 par la fonction f.
3. Déterminer l'image des intervalles suivants par la fonction f :
   a. $[-5{,}5\,;-2]$ b. $[0\,;2]$
4. Déterminer, pour chaque question, l'ensemble des réels x vérifiant les inégalités suivantes :
   a. $f(x) \geqslant 0$ b. $1 < f(x) \leqslant 2$

Exercice 5027

On considère la fonction f définie sur l'intervalle $[-2\,;4]$ dont la courbe représentative $\mathscr{C}_f$ est donnée dans le repère $(O\,;I\,;J)$ orthonormé ci-dessous :

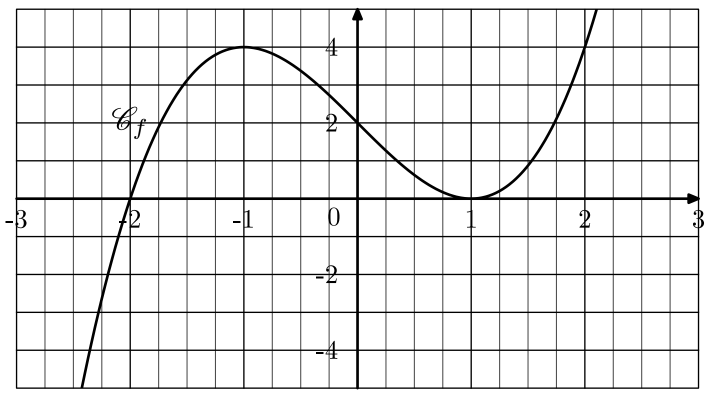


1. On laissera les traits de constructions nécessaire à la résolution des questions suivantes :
   a. Déterminer graphiquement l'image du nombre 2 par la fonction f.
   b. Déterminer graphiquement les antécédent du nombre 1 par la fonction f.
2. Graphiquement, déterminer l'ensemble des solutions de l'inéquation $f(x) \geqslant 0$

7. *Lectures graphiques et manipulations algébriques :*

Exercice 458

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par la relation :
$f(x) = x^3 - 3x + 2$

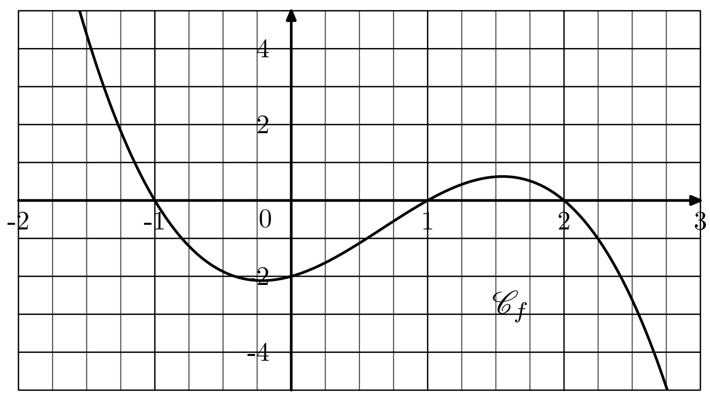


1. Graphiquement, déterminer l'ensemble des solutions de l'inéquation $f(x) > 0$.
2. a. Etablir l'égalité suivante : $f(x) = (x+2)(x-1)^2$
   b. Dresser le tableau de signes de la fonction f sur $\mathbb{R}$.
   c. En déduire l'ensemble des solutions de l'inéquation : $f(x) > 0$

Exercice réservé 446

On considère la fonction f dont l'image d'un nombre x est définie par l'expression :
$f(x) = -x^3 + 2x^2 + x - 2$

Dans le plan muni d'un repère orthogonal, on a tracé la courbe $\mathscr{C}_f$ représentative de la fonction f :

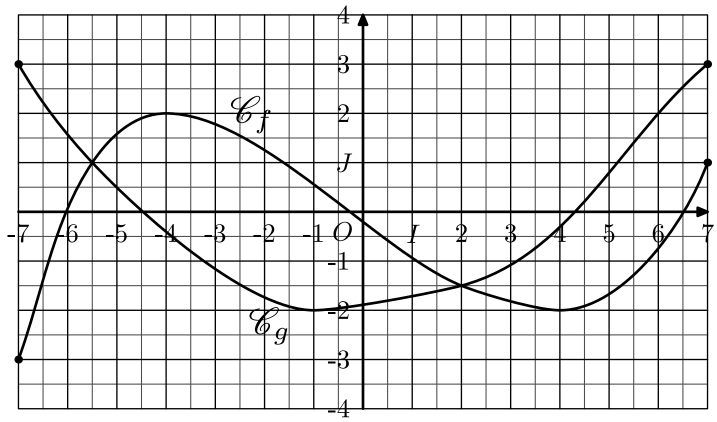


1. Par lecture graphique, donner les intervalles sur lesquels la fonction f est strictement positive.
2. Montrer l'égalité : $-x^3+2x^2+x-2 = -(x-2)(x^2-1)$
3. a. Dresser le tableau de signe de f.
   b. En déduire les solutions de l'inéquation : $f(x) > 0$.

8. *Positions relatives de courbes :*

Exercice 462

Dans le plan muni d'un repère $(O; I; J)$, on considère les deux courbes $\mathscr{C}_f$ et $\mathscr{C}_g$ représentatives respectivement des fonctions f et g définies sur $[-7; 7]$:

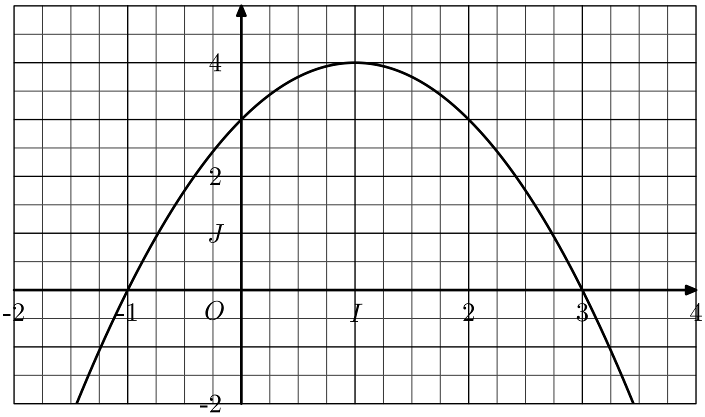


1. Déterminer,graphiquement, les coordonnées des points d'intersection des courbes $\mathscr{C}_f$ et $\mathscr{C}_g$.

2. Graphiquement, résoudre l'inéquation : $g(x) \geqslant f(x)$

Exercice 372

On considère la fonction f dont la représentation est donnée ci-dessous dans le repère orthogonal $(O\,;I\,;J)$:



On s'intéresse à la fonction affine g définie par la relation : $g : x \longmapsto x+1$

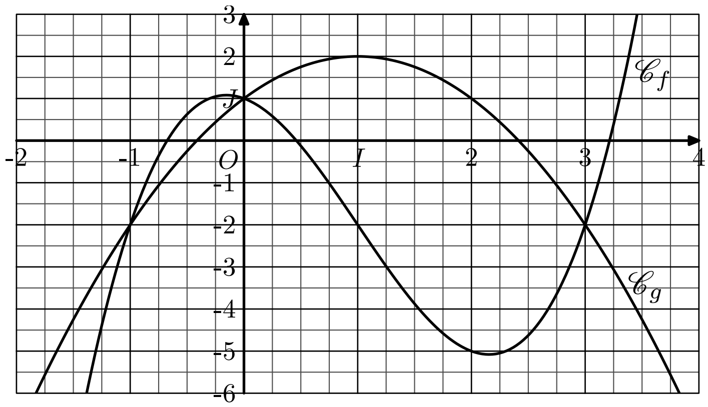
1. Tracer la courbe représentative de la fonction g dans le repère ci-dessus.

2. Graphiquement, résoudre l'équation : $f(x)=g(x)$.

3. Résoudre graphiquement l'inéquation : $f(x) \geqslant g(x)$

Exercice réservé 4915

1. Dans le plan muni d'un repère $(O\,;I\,;J)$ orthogonal, on considère les courbes représentatives $\mathscr{C}_f$ et $\mathscr{C}_g$ représentatives des fonctions f et g.



Résoudre grahpiquement sur l'intervalle $[-2\,;4]$ l'inéquation suivante : $f(x) < g(x)$

2. Les fonctions f et g sont définies sur $\mathbb{R}$ par les expressions :
   $f(x) = x^3 - 3x^2 - x + 1 \quad ; \quad g(x) = -x^2 + 2x + 1$

   a. Déterminer l'expression du polynôme P de degré 1 vérifiant l'égalité : $x^3-2x^2-3x=(x^2-3x)\times P$

   b. En déduire sur quels intervalles la courbe $\mathscr{C}_g$ est strictement au dessus de $\mathscr{C}_f$.

Exercice 8192

Dans le plan muni d'un repère $(O\,;I\,;J)$ orthogonal, on considère les courbes représentatives $\mathscr{C}_f$ et $\mathscr{C}_g$ représentatives des fonctions f et g où les fonctions f et g sont définies par :

$f(x) = 6x^3 + 2x^2 + x + 1 \quad ; \quad g(x) = 2x^2 + 19x + 13$

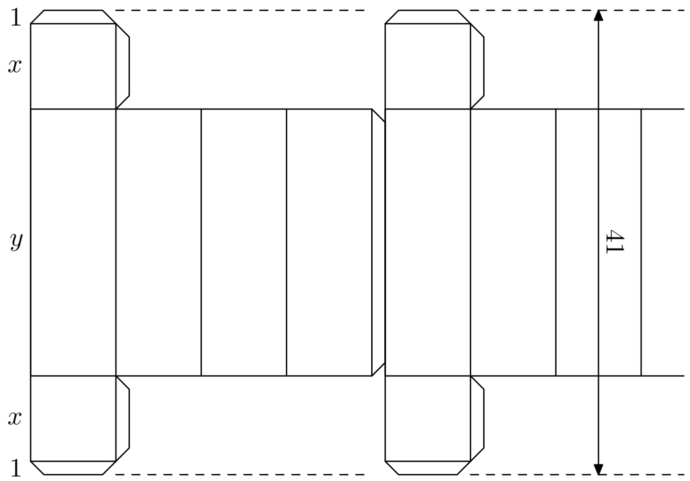
1. Déterminer les réels a et b réalisant l'identité : $6x^3-18x-12=(2x+2)(3x+3)(ax+b)$

2. En déduire sur quels intervalles la courbe $\mathscr{C}_g$ est strictement au dessus de $\mathscr{C}_f$.

9. Problemes :

Exercice 2868

Un fabricant de boîtes en carton dispose, pour sa fabrication, de rouleaux donnant une bande de carton de $41\,cm$ de large dans laquelle il trace et découpe les patrons de boîtes avant de les coller. Il dispose ses patrons de la manière indiquée dans le dessins ci-dessous :



Les boîtes, en forme de pavés droits, comportent deux faces carrées de $x\,cm$ de côté, munies de deux languettes de $1\,cm$ de large pour le collage, et quatre autres faces dont les dimensions en cm sont x et y, ainsi qu'un rabat pour la fermeture.

1. a. Donner une expression de y en fonction de x.

   b. Justifier que la valeur de x appartient à l'intervalle $]0\,;19{,}5[$.

2. Démontrer que le volume $\mathcal{V}$, en cm^3, de la boîte est donné, en fonction de x, par la formule : $\mathcal{V} = 39x^2 - 2x^3$

3. a. Déterminer l'expression du polynôme P vérifiant l'égalité : $39x^2 - 2x^3 - 972 = (x-18)(x-6)\times P$

   b. En déduire les valeurs de x pour lesquelles le volume $\mathcal{V}$ est supérieure à $972\,cm^3$.

4. a. Déterminer l'expression du polynôme Q vérifiant l'égalité : $\mathcal{V}(x)-2197=(-2x-13)\times Q$

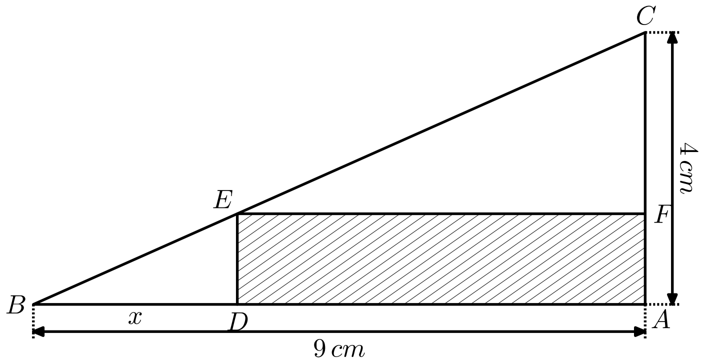
   b. En déduire le tableau de signe de l'expression : $\mathcal{V}(x) - 2197$.

   c. Donner le volume maximal que le fabricant peut obtenir avec ce type de bôite ; pour quelle valeur de x, ce maximum est-il atteint?

Exercice réservé 1979

On considère le triangle ABC rectangle en A tel que :

$AB = 9\,cm \quad ; \quad AC = 4\,cm$



On considère un point D appartenant au segment $[AB]$ et on note x la longueur du segment $[BD]$. On construit à partir du point D un rectangle $DEFA$ tel que :

$E \in [BC] \quad ; \quad F \in [AC]$

On note $\mathcal{A}$ l'aire du rectangle $DEFA$.

1. a. Déterminer l'expression de la longueur FA en fonction de x.
   b. Justifier, brièvement, que le nombre réel x appartient à l'intervalle $\big[0\,;9\big]$.
2. Etablir que l'aire $\mathcal{A}$ s'exprime en fonction de x par :
   $\mathcal{A}(x) = 4x - \dfrac{4}{9}\cdot x^2$
3. a. Dresser le tableau de variations de la fonction $\mathcal{A}$ sur l'intervalle $\big[0\,;9\big]$.
   b. Quelle est l'aire maximale atteint par l'aire $\mathcal{A}$?
4. On souhaite connaître les valeurs de x pour lesquelles l'aire $\mathcal{A}$ ait supérieure ou égale à $5\,cm^2$:
   a. Etablir la factorisation suivante :
   $-4x^2 + 36x - 45 = (2x-15)(3-2x)$
   b. Résoudre l'inéquation : $\quad \mathcal{A}(x) \geqslant 5$.

10. Un peu plus loin :

Exercice 319

Donner la valeur de a afin que le système ci-dessous ait pour solution l'intervalle $\big[1\,;3\big]$:

$$\begin{cases} 3x+2 \geqslant 5 \\ \dfrac{1}{2} - x \geqslant a \end{cases}$$

Exercice réservé 1800

On considère la fonction f dont l'image de x est définie par la relation :

$$f(x) = \sqrt{\frac{3}{1-x}}$$

1. Déterminer l'ensemble de définition de la fonction f.
2. Déterminer l'image, sous forme simplifiée, des nombres par la fonction f :
   a. -3 b. -1
3. Déterminer l'ensemble des antécédents de 9 par la fonction f.

Exercice réservé 318

Trois nombres réels a, b et c vérifient le système suivant :

$$\begin{cases} a\cdot b\cdot c < 0 \\ a\cdot b > 0 \\ a+b > 0 \end{cases}$$

Trouver le signe de ces trois nombres.

Exercice 348

Résoudre les systèmes d'équations suivantes :

1. $\begin{cases} 2x-3 < 5x-1 \\ x+4 \geqslant 3x-2 \end{cases}$
2. $\begin{cases} 3x-3 > x+\dfrac{1}{2} \\ x+1 \leqslant 2x+1 \end{cases}$

255. Exercices non-classés :

Exercice réservé 470

On appelle "*domaine de résolution*" lors d'une résolution d'équation ou d'inéquation, l'ensemble sur l'inconnue x peut prendre ses valeurs. On cherchera alors les solutions parmi les valeurs du domaine de résolution.

1. Voici la résolution de l'équation $x^2 = 3x$ par un élève :

$$(E) \ :\quad x^2 = 3x$$
$$\frac{x^2}{x} = \frac{3x}{x}$$
$$x = 3$$

Il en déduit que l'équation admet une solution : 3.

   a. Cette équation admet une seconde solution. Laquelle?
   b. Par sa méthode de résolution, cet élève a utilisé $\mathbb{R}^*$ pour domaine de résolution et non pas $\mathbb{R}$. Expliquer

pourquoi?

2. Un élève résoud une inéquation de la manière suivante :

$$(I) \quad : \quad \begin{aligned} \frac{x+1}{x} &\leqslant 2 \\ x+1 &\leqslant 2x \\ 1 &\leqslant x \end{aligned}$$

Il en déduit que l'ensemble des solution est l'intervalle $[1\,;\,+\infty[$

a. Donner l'ensemble de définition de l'expression algébrique $\frac{x+1}{x}$.

b. Montrer que -1 est solution de l'inéquation.

c. Quelle erreur a commis l'élève? Implicitement, quel ensemble de résolution a-t-il utilisé?

d. Résoudre l'inéquation (I) à l'aide d'un tableau de signe.

Question subsidiaire :

3. Sans utiliser de tableaux de signe :

a. On suppose que x est un nombre strictement négatif, résoudre l'inéquation (I).

b. On suppose que x est un nombre strictement positif, résoudre l'inéquation (I).

c. En déduire et retrouver la réponse de la question 3..

Exercice réservé 2091

On considère x un nombre relatif :

1. x vérifie l'encadrement $1 \leqslant x < 3$. Donner un encadrement de l'expression littérale suivante :

$2x-3$

2. x vérifie l'encadrement $-3 < x \leqslant 4$. Donner un encadrement de l'expression littérale :

$\dfrac{3-x}{2}-1$

Exercice réservé 4379

utilise une fonction du type $\sqrt{1-x^2}$ avec ensemble de définition et valeur antecedent possible et impossible

Exercice 6686

Résoudre les inéquations suivantes :

a. $(2x-1)(3x+1) \leqslant (4-x)(3x+1)$

b. $(x-2)(x+1) > (2x+1)(2x+2)$

c. $(x+1)^2 \geqslant x^2-1$

d. $(3-x)(2x+3) < (x-3)(2x+6)$