

Seconde/Expressions rationnelles

1. Mise au même dénominateur :

Exercice 7002

Etablir les identités suivantes :

a. $\frac{3x+1}{x+1} + \frac{3}{x-1} = \frac{3x^2+x+2}{(x+1)(x-1)}$

b. $\frac{2-x}{3x+1} + \frac{x+1}{2} = \frac{3x^2+2x+5}{2(3x+1)}$

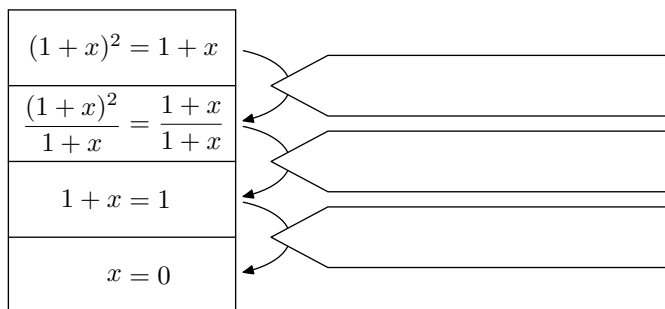
2. Domaine de résolution :

Exercice réservé 1343

Voici ci-contre le travail d'un élève cherchant à résoudre l'équation: $(1+x)^2=1+x$

$$\begin{aligned} (1+x)^2 &= 1+x \\ \frac{(1+x)^2}{1+x} &= \frac{1+x}{1+x} \\ 1+x &= 1 \\ x &= 0 \\ S &= \{0\} \end{aligned}$$

- Vérifier que la valeur -1 est une solution de cette équation.
 - Que peut-on dire de la résolution proposée par l'élève?
- Le diagramme ci-dessous représente les différentes étapes effectuées cet élève. Compléter les "étiquettes" en indiquant l'action effectuée par l'élève:



3. Equations :

Exercice réservé 455

On cherche à résoudre l'équation suivante :

$$\frac{3x-1}{x+1} = \frac{6x-3}{3x+3}$$

- Donner l'ensemble de résolution de l'équation ci-dessus.
- Résoudre cette équation.

Exercice 5904

- Pour quelles valeurs de x sont définies les deux expressions: $(1+x)^2$; $1+x$
 - Pour quelles valeurs de x sont définies les deux expressions: $\frac{(1+x)^2}{1+x}$; $\frac{1+x}{1+x}$
 - Expliquer d'où vient l'erreur faite par l'élève.

Exercice 4389

On souhaite résoudre l'équation: (E): $\frac{(x-2)x}{x+1} = \frac{2x^2+1}{x+1}$

- Quel est le domaine de résolution de cette équation?
- Pour $x \neq -1$, établir l'égalité suivante: $\frac{2x^2+1}{x+1} - \frac{(x-2)x}{x+1} = x+1$
- Que peut-on dire de l'ensemble des solutions de (E)?

Résoudre les équations suivantes :

a. $\frac{2}{x+1} - \frac{3}{2x-1} = 0$ b. $\frac{2x-1}{4x+1} - \frac{3x}{6x-1} = 0$

c. $\frac{2x}{4x+1} = \frac{x+1}{2x-1}$ d. $\frac{1-x}{2-x} = \frac{x+3}{x-1}$

Exercice 6598

Résoudre les équations suivantes :

a. $(3x+1)(5x+2) = (6x+2)(1-x)$ b. $\frac{1}{x+1} - \frac{2}{x-1} = 0$

4. Equations un peu plus loin :

Exercice 454

Résoudre l'équation suivante : $\frac{2x-2}{x-1} = \frac{3x+3}{2x+1}$

Exercice réservé 4487

On considère les deux équations :

$$(E) : \frac{-2x^2 + 7x - 6}{x^2 - 5x + 7} = 0 \quad ; \quad (F) : \frac{3-3x}{2x+2} + \frac{3x-2}{2x+3} = 0$$

1. a. Développer l'expression : $(2x-3)(2-x)$

b. Résoudre l'équation (E).

2. a. Etablir l'égalité suivante :

$$\frac{3-3x}{2x+2} + \frac{3x-2}{2x+3} = \frac{5-x}{(2x+2)(2x+3)}$$

b. Résoudre l'équation (F).

Exercice 464

Pour chacune des équations suivantes, donner l'ensemble de résolution de l'équation, puis résoudre l'équation :

a. $\frac{9x^2 + 6x + 1}{x-1} = 0$ b. $\frac{1-x}{3x+2} - \frac{1}{2(x+1)} = 0$

c. $\frac{1}{2x+1} = \frac{1}{3-x}$ d. $\frac{x^2-9}{x^2-1} = 0$

Exercice 448

On considère les deux équations suivantes :

$$(E) : \frac{x^2 + 2x + 1}{x-1} = 0 \quad ; \quad (F) : \frac{x-5}{x-1} + \frac{4}{x+1} = 0$$

1. a. L'équation (E) est-elle définie pour $x=1$?

b. Pour quelles valeurs de x , l'équation (F) n'est pas définie?

2. Résoudre chacune de ces deux équations.

Exercice 4473

Résoudre les équations suivantes :

a. $\frac{-3x-3}{3x+4} + \frac{2x+2}{2x+1} = 0$ b. $\frac{3-x}{4x+3} + \frac{2x-3}{3x+3} = 0$

c. $\frac{2x-3}{3x+1} + \frac{3-2x}{x+4} = 0$ d. $\frac{x-3}{x+2} + \frac{x+2}{3x+1} = 0$

Exercice réservé 4528

1. Factoriser les expressions suivantes :

a. $(3x+2)(5-x) + (6x+4)$

b. $(5-2x)(x+1) - 3x(2x-5)$

c. $(5-2x) + (4x-10)(7-2x)$

d. $-5(3x+2) - 5x(2x+1)$

2. Résoudre les équations suivantes :

a. $(4x+2)(3x-1) + x(6x+3) = 0$

b. $(3x+9)^2 = 2(2x+6)(3x-2)$

c. $(-5x-4)(2x+1) = (-4x-3)(3x+2)$

d. $(1-5x)(2x+1) = (1-3x)(3x+2)$

3. Résoudre les équations suivantes :

a. $\frac{x}{3x+2} = \frac{5x}{2x+1}$ b. $\frac{4x-2}{2x-3} - \frac{6x-2}{3x+1} = 0$

Exercice 2858

Résoudre les équations suivantes :

a. $(3x+1)(1-3x) + (6x+2)(3x-1) = 0$

b. $(6x+1)(3x+1) + (2x+1)(2-9x) = 0$

c. $\frac{x+2}{-3x-3} + \frac{x+2}{4x+5} = 0$

d. $(x+1)(3x-2) = (x+1)^2$

Exercice réservé 2113

Résoudre les équations suivantes avec la méthode de votre choix :

a. $(3x-1)(2+x) = (7-3x)(2+x)$

b. $(2x-3)(4x-2) + (3-6x)(x-3) = 0$

c. $(2-6x)(3x+3) = (-9x+3)(2x+1)$

d. $2x + \frac{1}{2x+2} = 0$

Exercice 4551

1. Factoriser les expressions suivantes :

a. $(3x+2)(5x-1) - (2-10x)(2-4x)$

b. $(x+3)(3x+6) + (4x+8)^2$

c. $(2x+3)(5x-4) - (2x-2)(6-x)$

d. $(x-3)(-3x-3) - (2x+2)(3-3x)$

2. Résoudre les équations suivantes :

a. $(5x+2)(4x-3) = (2x-1)(3-4x)$

b. $(2-3x)(2x-4) + (10-5x)(3x-1) = 0$

c. $(x-3)(2x-3) = (2x-2)(x+3)$

d. $(x-3)(2x-3) = (3-3x)(2x-3)$

3. Résoudre les équations suivantes :

a. $\frac{x+3}{3x+2} = \frac{x-2}{3x+3}$

b. $\frac{x-1}{x+2} + \frac{x+3}{2x+3} = 0$

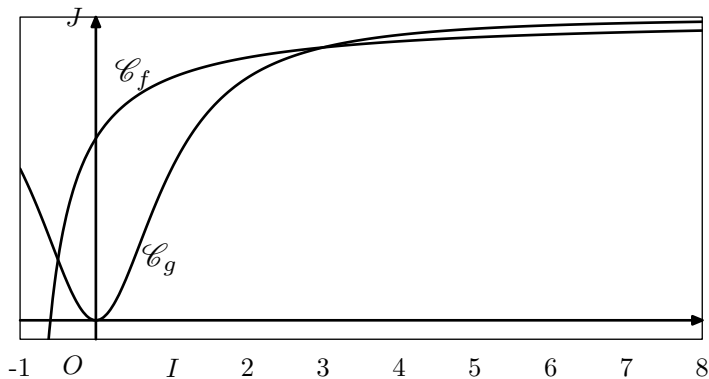
6. Etude de fonctions :

Exercice 4561

On considère les deux fonctions f et g définies sur $] -1; +\infty[$ dont les images d'un nombre x sont définies par les relations :

$$f(x) = \frac{5x+3}{5x+5} \quad ; \quad g(x) = \frac{x^2}{x^2+1}$$

Dans le repère $(O; I; J)$, sont tracés les courbes \mathcal{C}_f et \mathcal{C}_g représentatives des fonctions f et g :



1. Etablir l'égalité suivante :

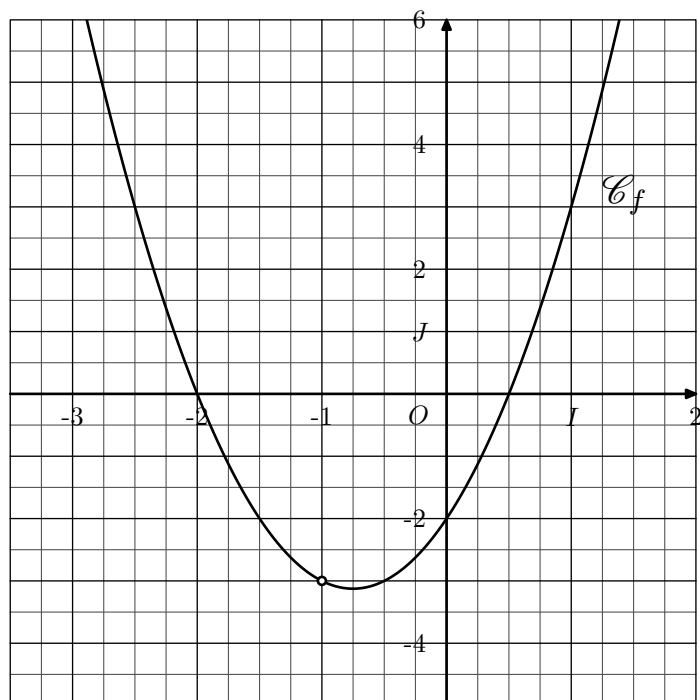
$$g(x) - f(x) = \frac{2x^2 - 5x - 3}{(x^2 + 1)(5x + 5)}$$

2. a. Justifier que 3 est une solution de l'équation : $f(x) = g(x)$.
- b. Déterminer les valeurs des réels a et b vérifiant l'égalité suivante :
- $$2x^2 - 5x - 3 = (x - 3)(a \cdot x + b)$$

3. En déduire l'ensemble des solutions de l'équation : $f(x) = g(x)$

Exercice 4445

Dans le repère $(O; I; J)$ orthogonal représenté ci-dessous, la courbe \mathcal{C}_f est la représentation graphique d'une fonction f définie sur $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$:



1. a. Déterminer, graphiquement, l'image du nombre 1 par la fonction f . Justifier votre réponse.
- b. Résoudre, graphiquement, l'équation $f(x)=0$.
2. L'image d'un nombre x par la fonction f est donnée par la relation :

$$f(x) = \frac{2x^3 + 5x^2 + x - 2}{x + 1}$$
 - a. Justifier que la fonction f admet pour ensemble de définition $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$.
 - b. Justifier, par le calcul, la valeur de l'image du nombre 1.
 - c. Etablir les égalités suivantes :

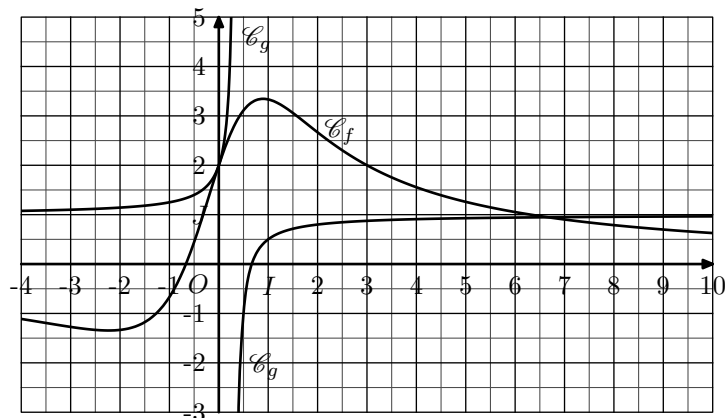
$$\frac{2x^3 + 5x^2 + x - 2}{x + 1} = 2x^2 + 3x - 2 = (x + 2)(2x - 1)$$
 - d. Résoudre, par le calcul, l'équation $f(x)=0$.

Exercice 1016

On considère les fonctions f et g dont les images d'un nombre x sont définies par :

$$f(x) = \frac{6x+4}{x^2+2} \quad ; \quad g(x) = \frac{3x-2}{3x-1}$$

Dans le repère $(O; I; J)$ ci-dessous, sont données les courbes représentatives des fonctions f et g :



On répondra aux questions suivantes par des calculs algébriques ; les représentations sont là pour vérifier vos résultats :

1. a. Justifier que la fonction f est définie sur \mathbb{R} .
- b. Déterminer l'image du $-\frac{5}{2}$ nombre par la fonction f .
- c. Déterminer les antécédents du nombre 2 par la fonction f .
2. a. Donner l'ensemble de définition de la fonction g .
- b. Déterminer par la fonction g l'ensemble des antécédents de -1 .
3. Déterminer les coordonnées des points d'intersections des courbes \mathcal{C}_f et \mathcal{C}_g .