Première STMG/Nombre dérivée et fonction du second degré

1. Rappels : fonctions affines :

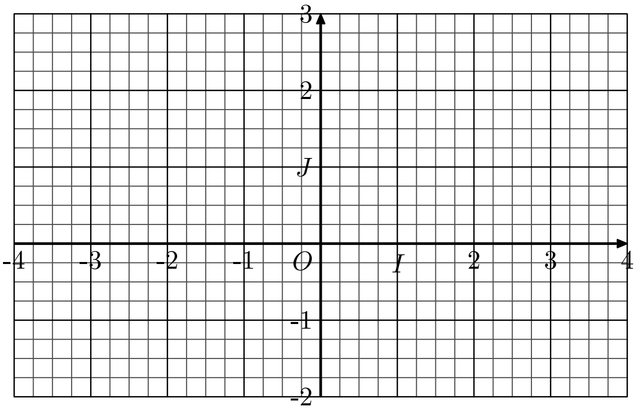
Exercice 7370

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par la relation :
$f(x) = 0{,}75{\cdot}x + 1{,}25$

1. Compléter le tableau de valeur ci-dessous :

x	-3	-2	-1	0	1	2
$f(x)$						

2. Représenter la courbe $\mathscr{C}_f$ de la fonction f dans le repère ci-dessous :



Exercice 7371

1. On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par la relation :
$f(x) = 3{\cdot}x + 4{,}5$
   a. Résoudre l'équation : $f(x) = 0$
   b. Compléter le tableau de signe de la fonction f :

x	$-\infty$ $+\infty$
$f(x)$	

2. On considère la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par la relation :
$g(x) = -2{\cdot}x + 0{,}5$
   a. Résoudre l'équation : $g(x) = 0$
   b. Compléter le tableau de signe de la fonction g :

x	$-\infty$ $+\infty$
$g(x)$	

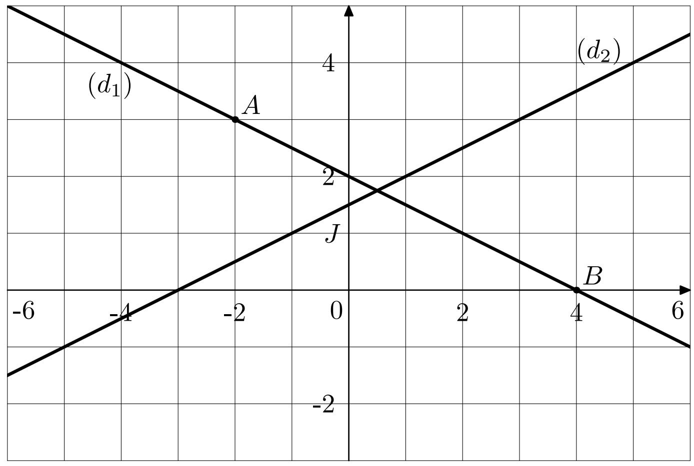
Exercice réservé 7372

Dans chaque cas, on considère la droite (d) passant par les points A et B. Déterminer le coefficient directeur de chacune des droites (d).

a. $A(1\,;2)$; $B(5\,;3)$
b. $A(-1\,;2)$; $B(3\,;-2)$
c. $A(0\,;1)$; $B(2\,;5)$
d. $A(5\,;1)$; $B(1\,;4)$

Exercice 7373

Le graphique suivant présente trois droites représentées dans un repère $(O\,;I\,;J)$ orthonormé :



On considère les deux points $A(-2\,;3)$ et $B(4\,;0)$ appartenant à la droite (d_1) :

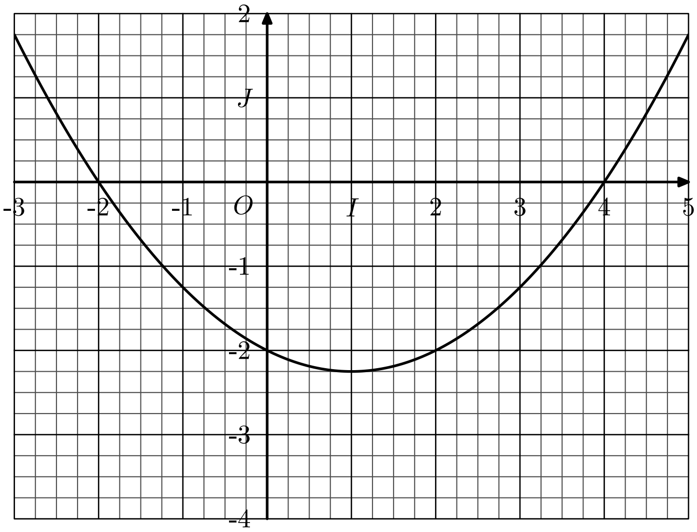
1. a. Montrer que le coefficient directeur de la droite (d_1) a pour valeur $-\dfrac{1}{2}$.
   b. Déterminer l'équation réduire de la droite (d_1).
2. Déterminer l'équation réduite de la droite (d_2).

Exercice 7374

On considère la fonction f définie par la relation est :

$$f(x) = 0{,}25{\cdot}x^2 - 0{,}5{\cdot}x - 2$$

Dans le plan muni d'un repère orthonormé $(O\,;I\,;J)$, on note $\mathscr{C}_f$ la courbe représentative de la fonction f :



1. a. Effectuer le tracé de la droite (d) dont l'équation est :
   $y = 0{,}5{\cdot}x - 3$

   b. Quelle particularité a la droite (d) relativement à la courbe $\mathscr{C}_f$?

2. a. Effectuer le tracé de la droite (Δ) dont l'équation est :
   $y = -1{,}5{\cdot}x - 3$

   b. Quelle particularité a la droite (Δ) relativement à la courbe $\mathscr{C}_f$?

Exercice réservé 7420

Compléter les tableaux de signe ci-dessous :

1.

x	$-\infty$ $\qquad$ $+\infty$
$1-x$	
$2x+1$	
$(1-x)(2x+1)$	

2.

x	$-\infty$ $\qquad$ $+\infty$
$x-3$	
$-2x+4$	
$(x-3)(-2x+4)$	

3.

x	$-\infty$ $\qquad$ $+\infty$
$x+5$	
$-2x-8$	
$(x+5)(-2x-8)$	

4.

x	$-\infty$ $\qquad$ $+\infty$
$x-1$	
$4-x$	
$-x-1$	
$(x-1)(4-x)(-x-1)$	

Exercice 7421

On considère l'expression algébrique suivante :

$$\frac{2x+7}{x+3} - \frac{4x+4}{2x+1}$$

1. Réduire l'expression précédente au même dénominateur.
2. Dresser le tableau de signe de cette expression.
3. En déduire les solutions de l'inéquation :
   $$\frac{2x+7}{x+3} \leqslant \frac{4x+4}{2x+1}$$

2. Rappels : second degré :

Exercice 7503

Les racines d'un polynôme sont les valeurs annulant ce polynôme.
Pour un polynôme $a{\cdot}x^2+b{\cdot}x+c$ du second degré, le nombre de racines existantes dépend du discriminant :

$\Delta<0$	$\Delta=0$	$\Delta>0$
Aucune solution	1 solution $-\dfrac{b}{2{\cdot}a}$	2 solutions $\dfrac{-b-\sqrt{\Delta}}{2{\cdot}a}$; $\dfrac{-b+\sqrt{\Delta}}{2{\cdot}a}$

Résoudre les équations suivantes :

a. $2{\cdot}x^2 - 6{\cdot}x + 4 = 0$

b. $4{\cdot}x^2 - 9{\cdot}x + 5 = 0$

c. $x^2 + 4{\cdot}x + 5 = 0$

d. $3{\cdot}x^2 + 6{\cdot}x + 3 = 0$

e. $-x^2 + x - 1 = 0$

f. $-4{\cdot}x^2 - 9{\cdot}x - 5 = 0$

Exercice 7509

Le tableau de signe d'un polynôme du second degré dépend du signe du coefficient du terme du second degré et du signe du discriminant.
Les six possibilités sont représentées ci-dessous :

	$\Delta<0$	$\Delta=0$	$\Delta>0$ α et β sont les deux racines
$a>0$	x : $-\infty$ $\quad$ $+\infty$ Signe : $+$	x : $-\infty$ $\quad$ $-b/2a$ $\quad$ $+\infty$ Signe : $+$ $\quad$ 0 $\quad$ $+$	x : $-\infty$ $\quad$ α $\quad$ β $\quad$ $+\infty$ Signe : $+$ $\quad$ 0 $\quad$ $-$ $\quad$ 0 $\quad$ $+$
$a<0$	x : $-\infty$ $\quad$ $+\infty$ Signe : $-$	x : $-\infty$ $\quad$ $-b/2a$ $\quad$ $+\infty$ Signe : $-$ $\quad$ 0 $\quad$ $-$	x : $-\infty$ $\quad$ α $\quad$ β $\quad$ $+\infty$ Signe : $-$ $\quad$ 0 $\quad$ $+$ $\quad$ 0 $\quad$ $-$

Dresser le tableau de signe de chacune des expressions suivantes :

a. $-x^2+4{\cdot}x+5$ b. $x^2-4{\cdot}x+5$

c. x^2+x-6 d. $-4{\cdot}x^2-4{\cdot}x+8$

e. $2{\cdot}x^2+12{\cdot}x+18$ f. $-4{\cdot}x^2-6{\cdot}x-2$

Exercice réservé 7642

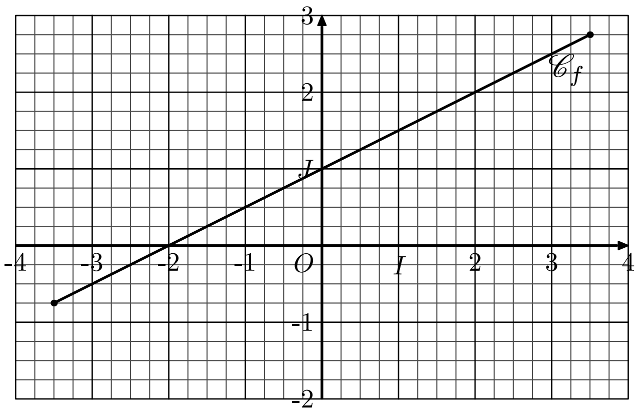
Dresser le tableau de signe de chacun des polynômes du second degré ci-dessous :

a. $-x^2-8{\cdot}x-7$ b. $3{\cdot}x^2+6{\cdot}x-9$

3. Rappels : lecture graphique :

Exercice 7587

On considère dans le repère $\left(O\,;\,\overrightarrow{i}\,;\,\overrightarrow{j}\right)$ la courbe représentative $\mathscr{C}_f$ de la fonction f définie sur l'intervalle $[-3{,}5\,;3{,}5]$:



1. Par lecture graphique, compléter le tableau de valeurs ci-dessous :

x	-3	0	1	2	4
$f(x)$					

2. Résoudre graphique les équations suivantes :

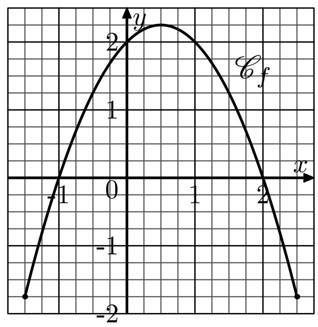
a. $f(x)=0$ b. $f(x)=2$

3. Graphiquement, résoudre les inéquations :

a. $f(x)\leqslant 0$ b. $f(x)\geqslant 2$

Exercice 7588

On muni le plan d'un repère et on considère la fonction f définie sur l'intervalle $[-1{,}5\,;2{,}5]$ dont la courbe représentative $\mathscr{C}_f$ est donnée ci-contre.



1. Compléter,graphiquement, le tableau de valeurs ci-dessous :

x	-1	0	$0{,}5$	1	$1{,}5$
$f(x)$					

2. Graphiquement, résoudre les équations :

a. $f(x)=0$ b. $f(x)=2$

3. Graphiquement résoudre les inéquations :

a. $f(x)\geqslant 0$ b. $f(x)\leqslant 2$

4. Rappels : tableau de variations :

Exercice 7601

1. On considère la fonction f définie sur l'intervalle $[-2\,;0]$ par l'expression :
$f(x)=0{,}5{\cdot}x^2-x+2$

Ci-dessous est donné le tableau de variations de la fonction f où certaines informations n'ont pas été donnés :

x	-2		0		3
Variation de f	...	$\searrow$	...	$\nearrow$	...

2. On considère la fonction g définie sur l'intervalle $[-1\,;4]$ par l'expression :
$g(x)=-x^2+2{\cdot}x-1$

Ci-dessous est donné le tableau de variations de la fonction g où certaines informations n'ont pas été donnés :

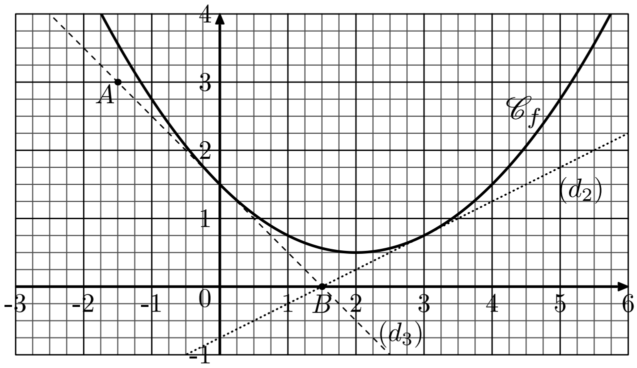
x	-1		1		4
Variation de g	...	$\nearrow$	...	$\searrow$	...

5. Introduction :

Exercice 7510

On considère la fonction f du second degré définie pour tout nombre réel x par la relation :

$f(x) = 0{,}25 \cdot x^2 - x + 1{,}5$



1. La droite (d_1) est une fonction affine ayant pour équation réduite :
   (d_1) : $y = a \cdot x + b$
   où a et b sont deux nombres dérivés.
   a. Donner les coordonnées des points A et B.
   b. Déterminer le coefficient directeur de la droite (d_1).
   c. En déduire l'expression de l'équation réduite de la droite (d_1).
2. a. Choisir un point C de la droite (d_2) et donner ses coordonnées.
   b. Déterminer l'équation réduite de la droite (d_2).

6. Fonction dérivée :

Exercice 7643

Soit f une fonction du second degré définie par l'expression :

$f(x) = a \cdot x^2 + b \cdot x + c$

où a, b et c sont trois nombres réels avec $a \neq 0$.

On appelle la **fonction dérivée de la fonction** f, la fonction f' définie par :

$f'(x) = 2a \cdot x + b$

Recopier et compléter le tableau ci-dessous afin d'obtenir l'expression de la fonction f' dérivée de la fonction f :

$f(x)=a \cdot x^2+b \cdot x+c$	a	b	c	$f'(x)=2a \cdot x+b$
$-2 \cdot x^2 - x + 1$				
$0{,}25 \cdot x^2 + x - 1$				
$x^2 - x$				
$-4 \cdot x^2 - 2$				

Exercice réservé 7742

Recopier et compléter le tableau ci-dessous afin d'obtenir l'expression de la fonction f' dérivée de la fonction f :

$f(x)=a \cdot x^2+b \cdot x+c$	a	b	c	$f'(x)=2a \cdot x+b$
$2 \cdot x^2 - 3 \cdot x + 1$				
$-2 \cdot x^2 + 0{,}25 \cdot x - 1$				
$2 \cdot x^2 - 3$				
$3 \cdot x^2 + 2 \cdot x$				

Exercice 7551

Donner l'expression des fonctions f' des fonctions f du second degré définies ci-dessous :

a. $f(x) = 2 \cdot x^2 + x - 1$ b. $f(x) = 4 \cdot x^2 + 8 \cdot x + 4$

c. $f(x) = x^2 - 3 \cdot x + 3$ d. $f(x) = -2 \cdot x^2 + 2$

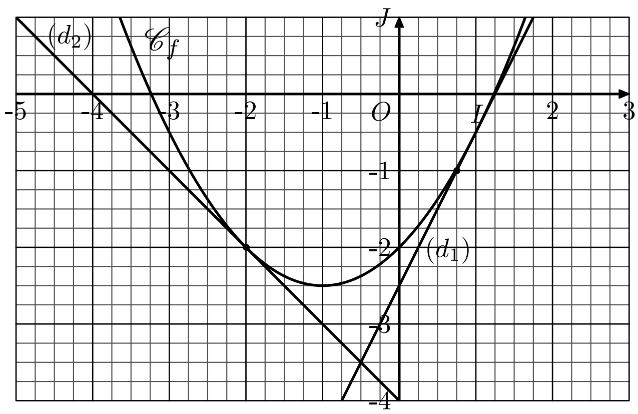
e. $f(x) = -x^2 - 3 \cdot x + 4$ f. $f(x) = 0{,}4x^2 + x - 4$

Exercice 7552

1. On considère la fonction f du second degré définie par :
   $f(x) = 3 \cdot x^2 - x + 1$
   a. Déterminer l'expression de la fonction f' dérivée de la fonction f.
   b. Calculer les images suivantes par la fonction f' :
      - $f'(2)$ • $f'(1)$ • $f'(0{,}5)$ • $f'(0)$
2. On considère la fonction f du second degré définie par :
   $f(x) = -x^2 + 2 \cdot x - 4$
   a. Déterminer l'expression de la fonction f' dérivée de la fonction f.
   b. Calculer les images suivantes par la fonction f' :
      - $f'(1)$ • $f'(0)$ • $f'(-2)$ • $f'(-0{,}5)$

Exercice 7553

On considère la fonction f du second degré dont la courbe représentative est donnée dans le repère ci-dessous :



1. a. La droite (d_1) est la tangente a la courbe $\mathscr{C}_f$ au point de coordonnées $(1\,;-0{,}5)$.
   Déterminer le coefficient directeur de la droite (d_1).

b. La droite (d_2) est la tangente a la courbe $\mathscr{C}_f$ au point de coordonnées $(-2\,;-2)$.
Déterminer le coefficient directeur de la droite (d_2).

2. L'expression de la fonction est définie par :
$f(x) = 0{,}5{\cdot}x^2 + x - 2$

a. Déterminer l'expression de la fonction f' dérivée de la fonction f.

b. Calculer les images suivantes par la fonction f' :
- $f'(1)$
- $f'(-2)$

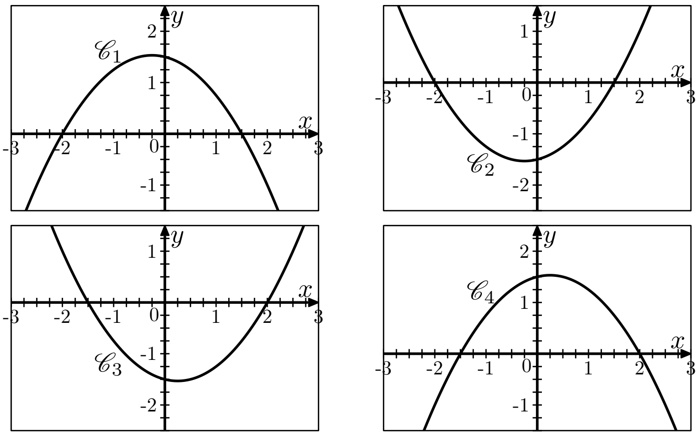
Exercice réservé 7705

On considère la fonction f définie sur $[\,;\,]$ par la relation :
$f(x) = -0{,}5{\cdot}x^2 - 0{,}25{\cdot}x + 1{,}5$

On note $\mathscr{C}_f$ la représentation de la fonction f dans un repère.

1. a. Résoudre l'équation $f(x)=0$

b. Parmi les quatre représentation de courbes ci-dessous, une seule est la courbe $\mathscr{C}_f$. Laquelle? Justifier votre réponse.



2. a. Déterminer l'expression de la fonction f' dérivée de la fonction f.

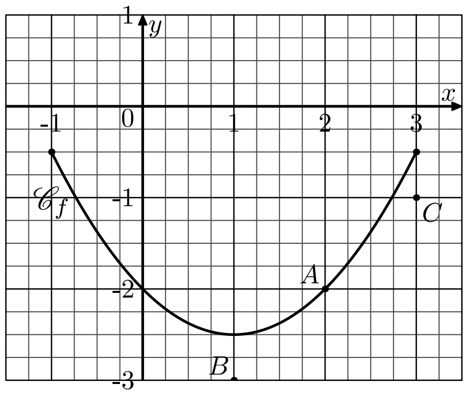
b. Parmi les quatre proposition ci-dessous, une seule est exacte. Laquelle? Justifier votre réponse.
- $f'(2) = -2{,}25$
- $f'(2) = -1{,}75$
- $f'(2) = -1{,}25$
- $f'(2) = -0{,}75$

7. Tangente : recherche de l'équation :

Exercice 7564

On considère la fonction f définie sur $[-1\,;3]$ par la relation :
$f(x) = 0{,}5{\cdot}x^2 - x - 2$

On donne ci-dessous la courbe représentative de la fonction f dans le plan muni d'un repère :



1. Déterminer l'expression de la fonction f' dérivée de la fonction f.

2. On note (T) la tangente à la courbe $\mathscr{C}_f$ au point d'abscisse 2.

a. Déterminer les coordonnées du point A d'abscisse 2 de la courbe $\mathscr{C}_f$.

b. Déterminer le coefficient directeur de la tangente (T).

c. Déterminer l'équation réduite de la tangente (T).

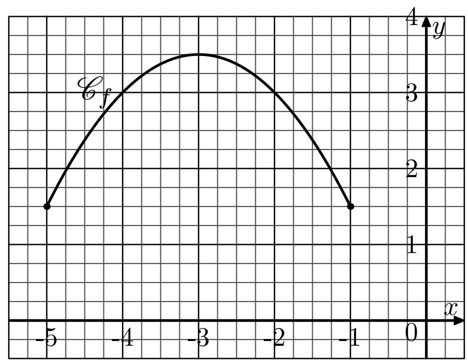
3. a. Donner les coordonnées de deux points appartenant à la tangente (T).

b. Tracer la tangente (T) dans le repère ci-dessus.

Exercice 7565

On considère la fonction f définie sur $[-5\,;-1]$ par la relation : $f(x)=-0{,}5{\cdot}x^2-3{\cdot}x-1$

On donne ci-dessous la courbe représentative de la fonction f dans le plan muni d'un repère :



1. Déterminer l'expression de la fonction f' dérivée de la fonction f.

2. On note (T) la tangente à la courbe $\mathscr{C}_f$ au point d'abscisse -2.

a. Déterminer le coefficient directeur de la tangente $\mathscr{C}_f$.

b. Détermine l'équation réduite de la tangente (T).

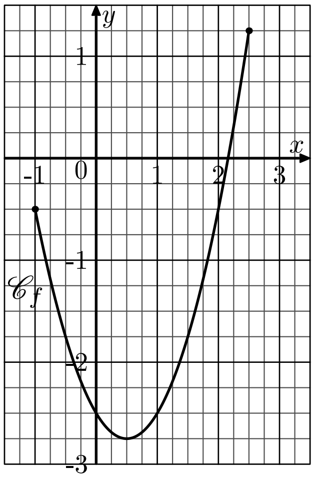
3. Tracer la tangente (T) dans le repère ci-dessus.

Exercice réservé 7589

On considère la fonction f définie sur $[-1\,;3]$ par la relation :

$f(x) = x^2 - x - 2{,}5$

On donne ci-dessous la courbe représentative de la fonction f dans le plan muni d'un repère :



1. Déterminer l'expression de la fonction f' dérivée de la fonction f.

2. On note (T) la tangente à la courbe $\mathscr{C}_f$ au point d'abscisse $1{,}5$.

   a. Déterminer les coordonnées du point A d'abscisse $1{,}5$ de la courbe $\mathscr{C}_f$.

   b. Déterminer le coefficient directeur de la tangente (T).

   c. Déterminer l'équation réduite de la tangente (T).

1. a. Donner les coordonnées de deux points appartenant à la tangente (T).

   b. Tracer la tangente (T) dans le repère ci-dessus.

8. Tangente : utilisation de la formule :

Exercice 7609

Soit f une fonction f dérivable en a et notons $\mathscr{C}$ la courbe représentative de la fonction f dans un repère.
La tangente à la courbe $\mathscr{C}$ au point d'abscisse a a pour équation réduite :

$y = f'(a)\cdot(x-a) + f(a)$

On considère la fonction f définie pour tout nombre x appartenant à l'intervalle $[0\,;7]$ par :

$f(x) = -0{,}5\cdot x^2 + 3{,}5\cdot x - 3$

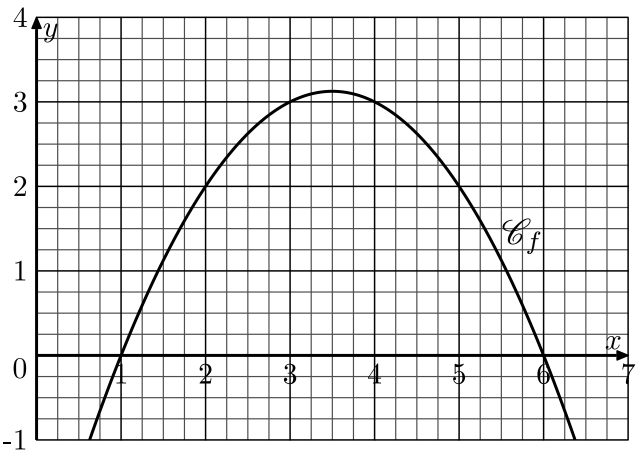
On note $\mathscr{C}_f$ la courbe représentative de la fonction f dans un repère et A le point d'abscisse 2 appartenant à $\mathscr{C}_f$.

1. Donner les coordonnées du point A.

2. Déterminer la valeur du nombre dérivée de la fonction f en $x=2$.

3. Déterminer l'équation réduite de la tangente (T) à la courbe $\mathscr{C}_f$ au point A.

4. Tracer la tangente (T) dans le repère ci-dessous :



Exercice 7610

On considère la fonction f définie pour tout nombre x appartenant à l'intervalle $[-3\,;1{,}5]$ par :

$f(x) = 0{,}5\cdot x^2 + 1{,}5\cdot x - 1$

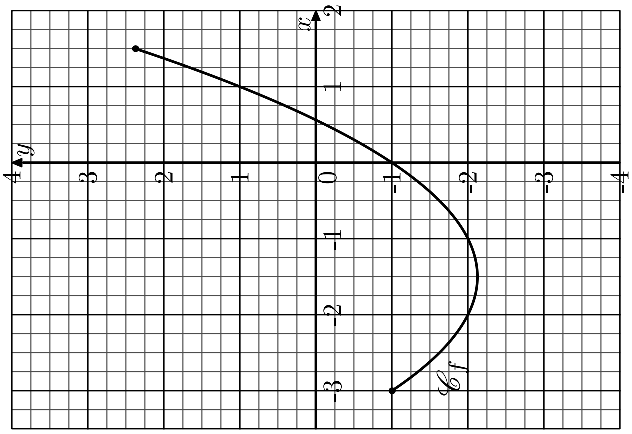
On note $\mathscr{C}_f$ la courbe représentative de la fonction f dans un repère et A le point d'abscisse 1 appartenant à $\mathscr{C}_f$.

1. Donner les coordonnées du point A.

2. Déterminer la valeur du nombre dérivée de la fonction f en $x=1$.

3. Déterminer l'équation réduite de la tangente (T) à la courbe $\mathscr{C}_f$ au point A.

4. Tracer la tangente (T) dans le repère ci-dessous :



Exercice réservé 7641

On considère la fonction f définie pour tout nombre x appartenant à l'intervalle $[-2\,;5]$ par :

$f(x) = 0{,}25\cdot x^2 - 0{,}75\cdot x - 1$

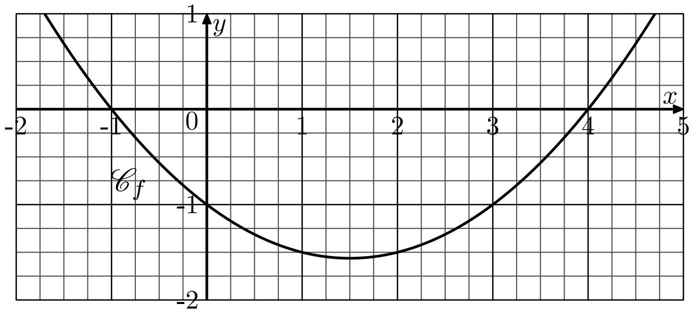
On note $\mathscr{C}_f$ la courbe représentative de la fonction f dans un repère et A le point d'abscisse 2 appartenant à $\mathscr{C}_f$.

1. Donner les coordonnées du point A.

2. Déterminer la valeur du nombre dérivée de la fonction f en $x=2$.

3. Déterminer l'équation réduite de la tangente (T) à la courbe $\mathscr{C}_f$ au point A.

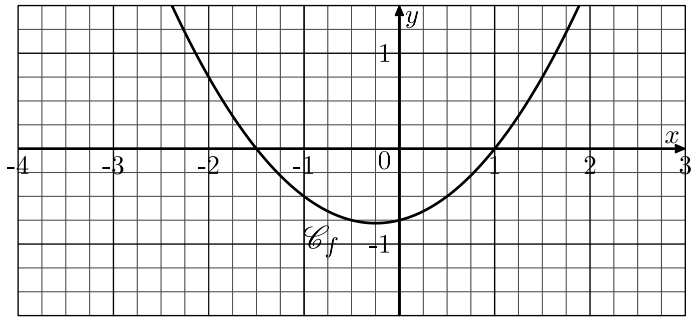
4. Tracer la tangente (T) dans le repère ci-dessous :



Exercice réservé 7707

On considère la fonction f définie pour tout nombre x appartenant à l'intervalle $[-2\,;5]$ par :
$f(x) = 0{,}5{\cdot}x^2 + 0{,}25{\cdot}x - 0{,}75$
On note $\mathscr{C}_f$ la courbe représentative de la fonction f dans un repère et A le point d'abscisse 1 appartenant à $\mathscr{C}_f$.

1. Donner les coordonnées du point A.
2. Déterminer la valeur du nombre dérivée de la fonction f en $x{=}1$.
3. Déterminer l'équation réduite de la tangente (T) à la courbe $\mathscr{C}_f$ au point A.
4. Tracer la tangente (T) dans le repère ci-dessous :



On indiquera sur la copie les coordonnées des deux points utilisés pour tracer la tangente.

9. Signe du nombre dérivé et variation :

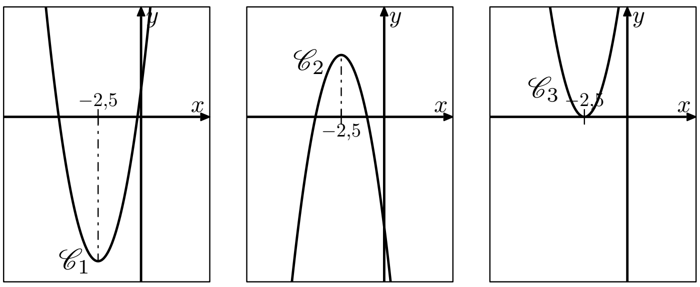
Exercice 7563

Soit f la fonction du second degré définie sur $[-4\,;4]$ par la relation : $\quad f(x){=}x^2{+}5{\cdot}x{+}1$

1. a. Déterminer l'expression de la fonction f' dérivée de la fonction f.
   b. Résoudre l'équation : $\quad f'(x){=}0$
   c. Compléter le tableau de signe ci-dessous :

x	-4 $\qquad\qquad\qquad\qquad$ 4
$f'(x)$	

2. On note $\mathscr{C}$ la courbe représentative de la fonction f dans le plan muni d'un repère. Laquelle de ces trois courbes est la courbe $\mathscr{C}$:



Exercice 7566

Soit f la fonction du second degré définie sur $[-2\,;5]$ par la relation : $\quad f(x){=}{-}x^2{+}2{\cdot}x{+}1$

1. a. Déterminer l'expression de la fonction f' dérivée de la fonction f.
   b. Résoudre l'équation : $\quad f'(x) = 0$
   c. Compléter le tableau de signe ci-dessous :

x	-2 $\qquad\qquad\qquad\qquad$ 5
$f'(x)$	

2. Parmi les tableaux de variations ci-dessous, lequel est le tableau de variations de la fonction f :

a.

x	-2		1		5
Variation de f			1		
		↗		↘	
	-7				-14

b.

x	-2		1		5
Variation de f			2		
		↗		↘	
	-7				-14

c.

x	-2		1		5
Variation de f	7				14
		↘		↗	
			1		

Exercice réservé 7602

1. On considère la fonction f définie sur l'intervalle $[-2\,;5]$ par l'expression :
   $f(x) = 2{\cdot}x^2 + x + 1$
   a. Déterminer l'expression de la fonction f' dérivée de la fonction f.
   b. Déterminer la valeur de $f'(2)$.
   c. On considère la tableau de variations ci-dessous :

x	-1		1		4
Variation de ...	...	↗	...	↘	...

Justifier que ce tableau de variations ne peut pas être le tableau de variations de la fonction f.

2. On considère la fonction g définie sur l'intervalle $\big[-4\,;3\big]$ par l'expression :
$g(x) = -x^2 + 2{\cdot}x - 1$

a. Déterminer l'expression de la fonction g' dérivée de la fonction g.

b. Déterminer la valeur de $g'(-1)$.

c. On considère la tableau de variations ci-dessous :

x	-2		0		3
Variation de ...	...	↘	...	↗	...

Justifier que ce tableau de variations ne peut pas être le tableau de variations de la fonction g.

10. Etude des variations :

Exercice 7603

Soit f une fonction définie sur un intervalle $\big[a\,;b\big]$ dont on notera la fonction f' sa fonction dérivée :

- Si f' est positive sur $\big[a\,;b\big]$ alors la fonction f est croissante :
  Pour $x \in \big[a\,;b\big]$, $f'(x) \geqslant 0 \implies f$ est croissante.
- Si f' est négative sur $\big[a\,;b\big]$ alors la fonction f est décroissante :
  Pour $x \in \big[a\,;b\big]$, $f'(x) \leqslant 0 \implies f$ est décroissante.

Ainsi, si la fonction f' admet le tableau de signe suivant :

x	a		α		β		b
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

alors la fonction f admet le tableau de variations :

x	0	10
Variation de f		

1. On considère la fonction f définie sur l'intervalle $\big[0\,;\,10\big]$ définie par :
$f(x) = x^2 - 12{\cdot}x - 10$

a. Déterminer l'expression de la fonction f' dérivée de la fonction f.

b. Compléter le tableau de signes ci-dessous :

x	0	10
$f'(x)$		

c. Compléter le tableau de variations ci-dessous :

x	0	10
Variation de f		

2. On considère la fonction g définie sur l'intervalle $\big[-3\,;\,4\big]$ définie par :
$g(x) = -x^2 + 2{\cdot}x + 3$

a. Déterminer l'expression de la fonction g' dérivée de la fonction g.

b. Compléter le tableau de signes ci-dessous :

x	-3	4
$g'(x)$		

c. Compléter le tableau de variations ci-dessous :

x	-3	4
Variation de g		

Exercice 7606

1. On considère la fonction f définie sur l'intervalle $\big[-4\,;2\big]$ par :
$f(x) = -2{\cdot}x^2 - 4{\cdot}x + 3$

a. Donner l'expression de la fonction f' dérivée de la fonction f.

b. Etudier le signe de la fonction f' sur l'intervalle $\big[-4\,;2\big]$.

c. Dresser le tableau de variations de la fonction f sur $\big[-4\,;2\big]$.

2. On considère la fonction g définie sur l'intervalle $\big[0\,;5\big]$ par :
$g(x) = 6{\cdot}x^2 - 3{\cdot}x + 3$

a. Donner l'expression de la fonction g' dérivée de la fonction g.

b. Etudier le signe de la fonction g' sur l'intervalle $[0\,;5]$.

c. Dresser le tableau de variations de la fonction g sur $[0\,;5]$.

Exercice réservé 7708

On considère la fonction f définie sur l'intervalle $[-3\,;3]$ par :

$f(x) = 2{\cdot}x^2 - 3{\cdot}x + 3$

1. Donner l'expression de la fonction f' dérivée de la fonction f.
2. Etudier le signe de la fonction f' sur l'intervalle $[-3\,;3]$.
3. Dresser le tableau de variations de la fonction f sur $[-3\,;3]$.

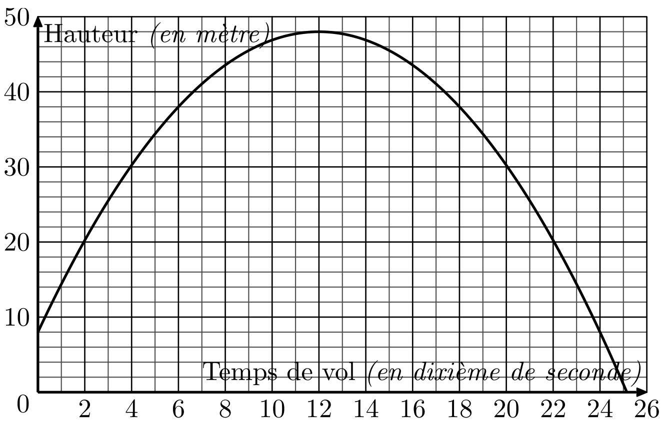
11. Problèmes :

Exercice 7709

A l'occasion d'un festival pyrotechnique, un artificier se prépare à lancer des fusées à partir d'une plate-forme située à 8 mètres de hauteur. Il dispose de deux types de fusée, notés A et B.

Partie A

La hauteur, en mètre, atteinte par les fusées de type A en fonction de leur temps de vol x, en dixième de seconde, est modélisée par la courbe ci-dessous.



Répondre aux deux questions suivantes avec la précision permise par le graphique.

1. Quelle hauteur atteindra la fusée après 0,7 seconde de vol?
2. Pour des raisons de sécurité, la fusée doit exploser à une altitude supérieure à 40 mètres. Déterminer l'intervalle de temps auquel doit appartenir x pour satisfaire cette contrainte.

Partie B

On modélise la hauteur, en mètre, atteinte par les fusées de type B en fonction de leur temps de vol x, en dixième de seconde, par la fonction f définie pour tout réel x appartenant à l'intervalle $[0\,;20]$:

$f(x) = -0{,}5{\cdot}x^2 + 10{\cdot}x + 8$

Comme dans le cas des fusées de type A, l'explosion des fusées de type B doit avoir lieu lorsque celles-ci sont situées à une altitude supérieure ou égale à 40 mètres. On cherche à déterminer l'intervalle dans lequel doit se trouver x pour satisfaire à cette contrainte.

1. a. Montrer que pour satisfaire à la contrainte posée, x doit être solution de l'inéquation :

   $-0{,}5{\cdot}x^2{+}10{\cdot}x{-}32 \geqslant 0$.

   b. Dresser le tableau de signes de la fonction qui à x associe $-0{,}5{\cdot}x^2{+}10{\cdot}x{-}32$ sur l'intervalle $[0\,;20]$ et répondre alors au problème posé.

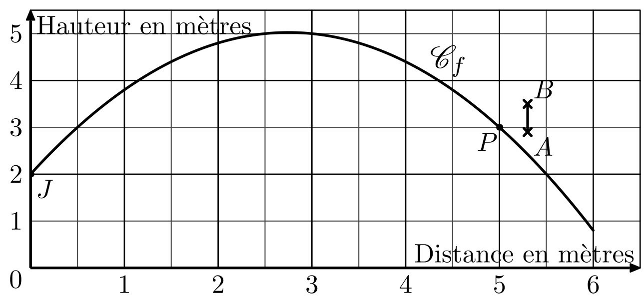
2. a. Pour tout réel x de l'intervalle $[0\,;20]$, calculer $f'(x)$, f' étant la fonction dérivée de f.

   b. L'artificier souhaite connaître le coefficient directeur de la tangente au point d'abscisse 0 de la courbe représentative de f.
   Donner le coefficient directeur recherché.

3. Pour des raison d'esthétique, l'artificer souhaite faire exploser ses fusées de type B lorsque celles-ci seront à la hauteur maximale.
   Quel temps de vol avant l'explosion doit-il alors programmer?

Exercice réservé 7711

On s'intéresse à la trajectoire d'un ballon de basketball lancé par un joueur faisant face au panneau. Cette trajectoire est modélisée dans le repère ci-dessous.



Dans ce repère, l'axe des abscisses correspond à la droite passant par les pieds du joueur et la base du panneau, l'unité sur les deux axes est le mètre. On suppose que la position initiale du ballon se trouve au point J et que la position du panier se trouve au point P.
La trajectoire du ballon est assimilée à la courbe $\mathscr{C}$ représentant d'une fonction f.
Les coordonnées du ballon sont donc $(x\,;f(x))$.

1. **Etude graphique**
   En exploitant la figure ci-dessus, répondre aux questions suivantes :

   a. Quelle est la hauteur du ballon lorsque $x{=}0{,}5\,m$?

   b. Le ballon atteint-il la hauteur de $5{,}5\,m$?

2. **Etude de la fonction f**
   La fonction f est définie sur l'intervalle $[0\,;6]$ par :

   $f(x) = -0{,}4{\cdot}x^2 + 2{,}2{\cdot}x + 2$

   a. Calculer $f'(x)$ où f' est la dérivée de la fonction f.

b. Etudier le signe $f'(x)$ et en déduire le tableau de variations de f sur l'intervalle $[0;6]$.

c. Quelle est la hauteur maximale atteinte par le ballon lors de ce lancer?

3. **Modification du lancer**
En réalité, le panneau, représenté par le segment $[AB]$ dans la figure ci-dessus, se trouve à une distance de $5{,}3\,m$ du joueur. Le point A est à une hauteur de $2{,}9\,m$ et le point B est à une hauteur de $3{,}5\,m$.
Le joueur décide de modifier son lancer pour tenter de faire rebondir le ballon sur le panneau. Il effectue alors deux lancers successifs.
Dans le premier lancer, la trajectoire du ballon est modélisée par la fonction g est définie sur l'intervalle $[0;6]$ par :
$g(x) = -0{,}2\cdot x^2 + 1{,}2\cdot x + 2$
Dans le second lancer, la trajectoire du ballon est modélisée par la fonction h définie sur l'intervalle $[0;6]$ par :
$h(x) = -0{,}3\cdot x^2 + 1{,}8\cdot x + 2$

Pour chacun de ces deux lancers, déterminer si le ballon rebondit ou non sur le panneau.

Exercice 7710

En 2012, le gérant d'une brasserie de bord de plage propose le midi, un menu à 9,80 €.
A ce tarif, il sert en moyenne 420 couverts par semaine. Cette formule rencontre un tel succès qu'il décide d'augmenter son prix les étés suivants.
Il observe une légère diminution du nombre de couverts mais sa formule demeure rentable.

1. Le nombre hebdomadaire moyen de couverts en fonction du prix x du menu est : $N(x)=-19\cdot x+604$
Le prix x du menu est exprimé en euro.

a. Calculer le nombre hebdomadaire moyen de couverts lorsque le prix du menu est de 11 €.

b. Calculer le chiffre d'affaires hebdomadaire réalisé par la brasserie lorsque le menu est au prix de 11 €.

c. On note $C(x)$ le chiffre d'affaires hebdomadaire en euro pour un prix du menu de x euros.
Montrer que : $C(x)=-19\cdot x^2+604\cdot x$.

2. On considère la fonction c définie sur l'intervalle $[0;25]$ par : $C(x)=-19\cdot x^2+604\cdot x$

a. Déterminer l'expression de la fonction dérivée C' de C.

b. Donner le signe de $C'(x)$ sur l'intervalle $[0;25]$.

c. Dresser le tableau de variations de la fonction C sur l'intervalle $[0;25]$.

3. a. Pour quel prix du menu le chiffre d'affaires hebdomadaire de la brasserie est-il maximal?
On arrondira le résultat au centième.

b. A ce prix, quel est le chiffre d'affaires hebdomadaire de la brasserie? On arrondira le résultat à l'unité.

Exercice réservé 7712

Une entreprise fabrique un modèle de meuble de bois. Elle peut produire au maximum 100 meubles par jour. Pour x meubles fabriqués et vendus, le coût de production journalier *(exprimé par jour)*, noté $C(x)$, est donné par :
$C(x) = 2{,}25\cdot x^2 - 6\cdot x + 20$

Chaque meuble est vendu 299 €.
L'entreprise est ouverte cinq jours par semaine.
Le chef d'entreprise a réalisé la feuille de calcul suivante :

	A	B	C	D
1	x	Recette	Coût	Bénéfice
2	0	0	20	-20
3	10	2990	185	2805
4	20			
5	30			
6	40			
7	50			
8	60			
9	70			
10	80			
11	90			
12	100			

1. a. Donner une formule qui, saisie dans la cellule `B2`, permet d'obtenir par recopie vers le bas, la recette en fonction du nombre de meubles fabriqués et vendus chaque jour.

b. Donner une formule qui, saisie dans la cellule `C2`, permet d'obtenir, par recopie vers le bas, le coût en fonction du nombre de meubles fabriqués et vendus chaque jour.

c. Calculer les valeurs associées aux cellules `B7`, `C7` et `D7`.

2. Montrer que le bénéfice journalier correspond à la production et la vente de x meubles $(x\in[0;100])$ est donné par :
$B(x) = -2{,}25\cdot x^2 + 305\cdot x - 20$

3. Calculer $B'(x)$ et donner le tableau de variations de B sur $[0;100]$.

4. Combien de meubles faut-il produire et vendre pour réaliser un bénéfice journalier maximal?
Déterminer le bénéfice maximal que peut réaliser l'entreprise sur une période de quatre semaines?

