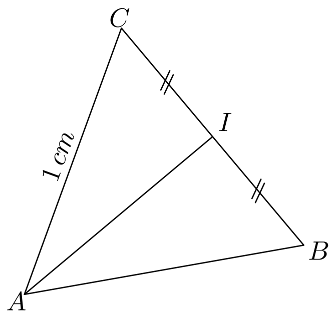
Première S/Trigonométrie

1. Angles remarquables :

Exercice réservé 2180

Soit ABC un triangle équilatéral dont la mesure des côtés vaut $1\,cm$.
On note I le milieu du segment $[BC]$.



1. Que représente la droite (AI) dans le triangle ABC?
2. Compléter le tableau ci-dessous :

	$\widehat{CIA}$	$\widehat{CAB}$	$\widehat{CAI}$	$\widehat{IAC}$
Mesure en radian				

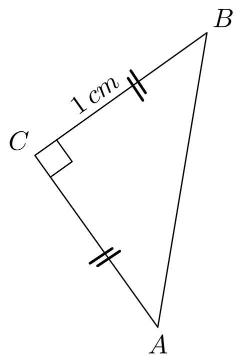
3. a. A l'aide du théorème de Pythagore, démontrer que : $AI = \dfrac{\sqrt{3}}{2}\,cm$.

   b. Dans le triangle AIC, déterminer le sinus, le cosinus et la tangente des angles $\widehat{IAC}$ et $\widehat{ICA}$. Puis, compléter le tableau suivant :

α	$\dfrac{\pi}{6}$ rad	$\dfrac{\pi}{3}$ rad
$\cos\alpha$		
$\sin\alpha$		
$\tan\alpha$		

Exercice réservé 2181

On considère le triangle rectangle-isocèle en C tel que $BC=1\,cm$



1. Compléter le tableau suivant :

	$\widehat{ACB}$	$\widehat{CAB}$
Mesure en radian		

2. a. A l'aide du théorème de Pythagore, déterminer la mesure du côté $[AB]$.

   b. A l'aide du théorème de Pythagore, montrer que : $AB = \sqrt{2}\,cm$.

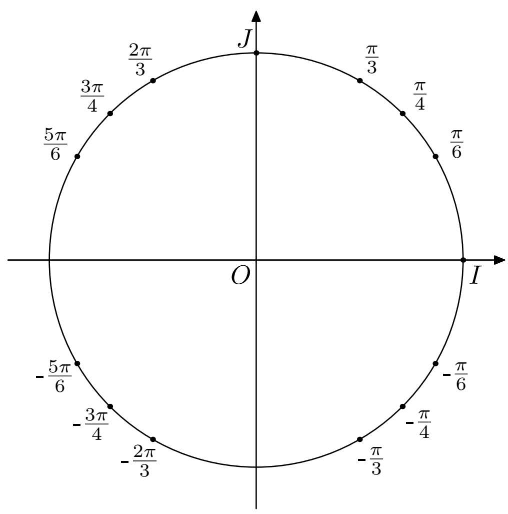
   c. Dans le triangle rectangle ABC, déterminer le sinus, le cosinus et la tangente de l'angle $\widehat{CAB}$, puis compléter le tableau suivant :

α	$\cos\alpha$	$\sin\alpha$	$\tan\alpha$
$\dfrac{\pi}{4}$ rad			

2. Angles associés :

Exercice 7704

On munit le plan d'un repère orthonormé $(O\,;I\,;J)$ et on considère le cercle trigonométrique ci-dessous :



où sont représentés les points M du cercle trigonométrique dont la mesure principale de l'angle orienté $\left(\overrightarrow{OI}\,;\overrightarrow{OM}\right)$ est un angle remarquable.

Donner la valeur exacte des rapports ci-dessous :

a. $\cos\left(\frac{\pi}{6}\right)$ b. $\cos\left(\frac{\pi}{4}\right)$ c. $\cos\left(\frac{5\pi}{6}\right)$ d. $\cos(\pi)$

e. $\sin\left(-\frac{\pi}{4}\right)$ f. $\sin\left(\frac{2\pi}{3}\right)$ g. $\sin\left(-\frac{5\pi}{6}\right)$ h. $\sin\left(\frac{\pi}{2}\right)$

Exercice 2871

1. Tracer un cercle trigonométrique et placer les points suivants dont le repérage par leur mesure principale :

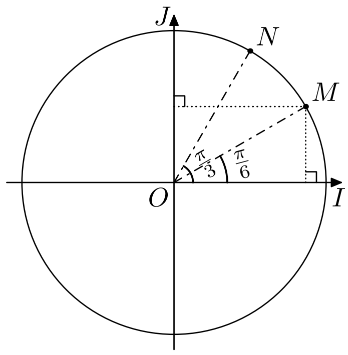
   a. $A\left(\frac{2\pi}{3}\right)$ b. $B\left(-\frac{3\pi}{4}\right)$ c. $C\left(\frac{5\pi}{6}\right)$

   d. $D\left(\frac{\pi}{4}\right)$ e. $E\left(-\frac{\pi}{4}\right)$ f. $F\left(-\frac{\pi}{6}\right)$

2. Préciser les valeurs du cosinus et du sinus associées à chacun des angles repérant les points précédents.

Exercice 2179

On considère le cercle trigonométrique $\mathscr{C}$ dans le plan muni d'un repère $(O\,;I\,;J)$



1. a. Déterminer les coordonnées cartésienne du point M.

   b. Placer le point M' symétrique du point M par la symétrie d'axe (OJ). Donner les coordonnées cartésiennes du point M'. Puis, donner l'angle repérant le point M' dans le cercle $\mathscr{C}$.

   c. Placer le point M'' symétrique du point M par la symétrie d'axe (OI). Donner les coordonnées cartésiennes du point M''. Puis, donner l'angle repérant le point M'' dans le cercle $\mathscr{C}$.

2. a. Déterminer les coordonnées cartésienne du point N.

   b. Placer le point N' symétrique du point N par la symétrie d'axe (OJ). Donner les coordonnées cartésiennes du point N'. Puis, donner l'angle repérant le point N' dans le cercle $\mathscr{C}$.

   c. Placer le point N'' symétrique du point N par la symétrie d'axe (OI). Donner les coordonnées cartésiennes du point N''. Puis, donner l'angle repérant le point N'' dans le cercle $\mathscr{C}$.

3. Angles associés et formule trigonométrique :

Exercice réservé 2229

Simplifier l'écriture de chacune des expressions ci-dessous :

a. $\sin(3\pi+x)$ b. $\cos\left(\frac{5\pi}{2}-x\right)$

c. $\cos\left(x-\frac{\pi}{2}\right)$ d. $\cos\left(\frac{\pi}{2}+x\right)$

e. $\sin(\pi-x)+\cos\left(\frac{\pi}{2}-x\right)$

f. $3\cdot\sin(\pi+x)-2\cdot\sin(\pi-x)+4\cdot\sin(x-\pi)$

Exercice 7605

Soit α un nombre réel. Simplifier les écritures suivantes :

a. $\cos\left(\frac{\pi}{2}+\alpha\right)$ b. $\sin(\alpha+3\cdot\pi)$

c. $\cos\left(\alpha-\frac{\pi}{2}\right)$ d. $\sin\left(\frac{\pi}{2}-\alpha\right)$

Exercice 2235

1. Simplifier chacune des expressions suivantes :

   a. $\cos(x-\pi)$ b. $\sin\left(x-\frac{\pi}{2}\right)$

   c. $\sin\left(x+\frac{\pi}{2}\right)$ d. $\cos\left(x+\frac{\pi}{2}\right)$

2. A l'aide de la relation : $\tan x=\frac{\sin x}{\cos x}$ où $x\neq\frac{\pi}{2}+k\cdot\pi$ simplifier les expressions suivantes :

   a. $\tan(x+\pi)$ b. $\tan\left(\frac{\pi}{2}-x\right)$

Exercice 2230

1. Etablir l'égalité : $\cos\frac{\pi}{6}+\cos\frac{5\pi}{6}=0$

2. Déterminer la valeur des coefficients α et β réalisant l'égalité suivante :

$$2\cdot\cos\left(-\frac{\pi}{7}\right)+3\cdot\cos\frac{8\pi}{7}-2\cdot\sin\frac{6\pi}{7}+\sin\left(-\frac{\pi}{7}\right)=\alpha\cdot\cos\frac{\pi}{7}+\beta\cdot\sin\frac{\pi}{7}$$

Exercice 2304

1. Déterminer les valeurs exactes des expressions ci-dessous :

   a. $\sin\left(\frac{7\pi}{3}\right)$ b. $\cos\left(-\frac{5\pi}{4}\right)$ c. $\cos\left(\frac{5\pi}{6}\right)$

2. Exprimer l'expression suivante à l'aide des rapports trigonométriques de $\frac{\pi}{5}$:

$$A=2\cdot\cos\frac{4\pi}{5}+3\cdot\sin\frac{6\pi}{5}-4\cdot\sin\frac{3\pi}{10}$$

Exercice 2244

1. On donne la valeur exacte : $\cos\frac{\pi}{8}=\frac{\sqrt{2+\sqrt{2}}}{2}$.

   a. En utilisant la formule $(\cos x)+(\sin x)^2=1$, déterminer la valeur exacte de $\sin\frac{\pi}{8}$.

   b. En déduire la valeur exacte de $\cos\frac{5\pi}{8}$ en justifiant votre démarche.

   c. Etablir l'égalité : $\tan\frac{\pi}{8}=\sqrt{3-2\sqrt{2}}$.

2. On considère l'expression suivante :

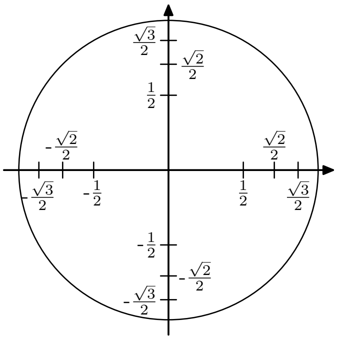
$$A = \cos\frac{9\pi}{8} - 3\cdot\sin\frac{5\pi}{8} + 2\cdot\cos\frac{7\pi}{8}$$

Déterminer une écriture de l'expression de A en fonction des rapports trigonométriques de l'angle $\frac{\pi}{8}$.

4. Equations :

Exercice 5482

Dans le plan muni d'un repère $(O\,;I\,;J)$, on considère le cercle trigonométrique représenté ci-dessous :



1. a. Sur le cercle trigonométrique, placer les deux points M et M' ayant pour abscisse $-\frac{\sqrt{2}}{2}$.

   b. Dans l'intervalle des mesures principales, résoudre l'équation :
   $$\cos x = -\frac{\sqrt{2}}{2}$$

2. Dans l'intervalle des mesures principales, résoudre les équations suivantes :

   a. $\sin x = \frac{1}{2}$ b. $\cos x = \frac{1}{2}$ c. $\sin x = -\frac{\sqrt{3}}{2}$

3. Résoudre dans $\mathbb{R}$, l'équation suivante :
   $$\cos x = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

Exercice 2624

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes :

a. $\sin x = \frac{\sqrt{3}}{2}$ b. $\cos x = \frac{\sqrt{2}}{2}$

Exercice 2874

1. Résoudre dans l'ensemble $]-\pi\,;\pi]$ des mesures principales, les équations suivantes :

   a. $\cos x = \frac{\sqrt{2}}{2}$ b. $\sin x = -\frac{1}{2}$

   c. $\sin x = \frac{\sqrt{3}}{2}$ d. $\cos x = -\frac{1}{2}$

2. Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes :

   a. $\cos x = \frac{\sqrt{3}}{2}$ b. $\sin x = -\frac{\sqrt{2}}{2}$

5. Equations :

Exercice 7726

1. On considère l'équation : $(E)\colon\ \sin(x) = \frac{1}{2}$
   Justifier que chaque élément de l'ensemble :
   $$\left\{\frac{\pi}{6}\,;\frac{13\cdot\pi}{6}\,;\frac{25\cdot\pi}{6}\,;\frac{37\cdot\pi}{6}\right\}$$
   est une solution de l'équation (E).

2. On considère l'équation : $(F)\colon\ \cos(2\cdot x) = \frac{1}{2}$

   a. Justifier que chaque élément de l'ensemble $\left\{-\frac{\pi}{6}\,;\frac{\pi}{6}\right\}$ est une solutions de l'équation (F).

   b. Pour tout entier relatif k $(k\in\mathbb{Z})$, justifier que les nombres $-\frac{\pi}{6}+k\cdot\pi$ et $\frac{\pi}{6}+k\cdot\pi$ sont solution de l'équation (F).

   c. En déduire les valeurs des quatre solutions de l'équation (F) appartenant à l'intervalle des mesures principales $]-\pi\,;\pi]$.

Exercice 7703

Résoudre les équations suivantes dans l'intervalle $]-\pi\,;\pi]$ des mesures principales :

a. $\sin\left(x+\frac{\pi}{4}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2}$ b. $\cos\left(2x+\frac{\pi}{3}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2}$

Exercice 7725

Dans l'intervalle $]-\pi\,;\pi]$ des mesures principales, résoudre les deux équations suivantes :

a. $\cos(2\cdot x) = \frac{1}{2}$ b. $\sin(2\cdot x) = \frac{\sqrt{3}}{2}$

Exercice 8203

Résoudre, dans l'intervalle $]-\pi\,;\pi]$, les équations suivantes :

a. $\sin(2\cdot x) = \frac{\sqrt{2}}{2}$ b. $\cos\left(3\cdot x+\frac{\pi}{3}\right) = \frac{1}{2}$

