# Première S/Somme des termes d'une suite

## 1. Rappels sur les puissances :

**Exercice 7585**

Exprimer chacun des calculs sous la forme $a^n$ où $a$ est un nombre réel non-nul $(x \in \mathbb{R}^*)$ et $n$ un entier relatif $(n \in \mathbb{Z})$:

a. $2^5 \times 2^7$ b. $\dfrac{2^8}{2^{-3}}$ c. $\dfrac{5^5}{5^{12}}$

d. $\dfrac{3^5 \times 3^2}{3^4}$ e. $\left(3^2\right)^5$ f. $\left(\dfrac{3^2}{5^3}\right)^4 \times 5^{20}$

**Exercice 7586**

1. Etablir chacune des égalités suivantes :

   a. $3^9 + 2\times 3^9 = 3^{10}$ b. $5^6 + 2^2 \times 5^6 = 5^7$

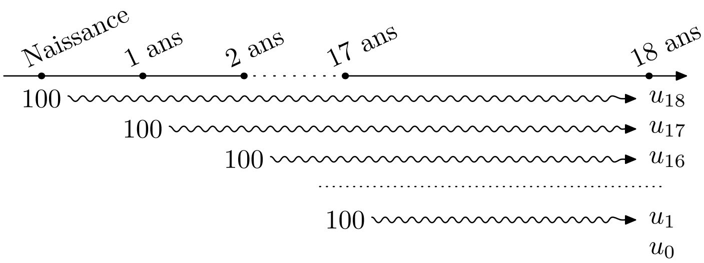
2. Etablir chacune des égalités suivantes :

   a. $2^5 + 2^6 = 3\times 2^5$ b. $3^9 - 3^7 = 8\times 3^7$

## 2. Activité d'introduction :

**Exercice 7581**

Depuis le jour de la naissance de leur fille Aline, les parents ont déposé la somme de 100 € par an sur un livret A au nom de leur enfant.
On suppose que sur la période d'étude, le taux de rémunération du livret est resté constant à 1 %.




Comme indiqué ci-dessus ont construit les termes $u_0$, $u_1$, ..., $u_{18}$ associé à la valeur, le jour des 18 ans d'Aline, de chaque somme déposée par les parents.

1. a. Donner les valeurs des termes $u_0$, $u_1$ et $u_2$.

   b. Donner la valeur de $u_{18}$, approchée au centième près, représentant la somme acquise par les 100 € déposés le jour de sa naissance.

2. Pour déterminer la somme disposant le livret A le jour de ses 18 ans, nous allons utiliser un logiciel de programmation.

   a. Dans le logiciel choisi, saisissez l'algorithme suivant :

```
S ← 0
Pour i allant de 0 à 5
    u ← 3+2×i
    S ← S+u
Fin Pour
```

   b. Justifier qu'à la fin de son exécution, la variable S contient la somme des 6 premiers termes de la suite arithmétique de premier terme 3 et de raison 2.

   c. Modifier cet algorithme pour que la variable S contienne, en fin d'exécution de l'algorithme, la somme présente sur le livret A le jour des 18 ans d'Aline.

3. On note $S_{18}$ la somme des 19 premiers termes de la suite $(u_n)$ :
   $S_{18} = u_0 + u_1 + u_2 + \cdots + u_{18}$

   Parmi les quatre propositions ci-dessous, une seule est exacte.

   a. $S_{18} = 100\times 1{,}01^{18}$ b. $S_{18} = 100\times\dfrac{1-1{,}01^{17}}{1-1{,}01}$

   c. $S_{18} = 100\times\dfrac{1-1{,}01^{18}}{1-1{,}01}$ d. $S_{18} = 100\times\dfrac{1-1{,}01^{19}}{1-1{,}01}$

   A l'aide de la valeur approchée obtenue à l'aide du logiciel, conjecturer l'expression correcte de $S_{18}$.

**Exercice réservé 7582**

Le tapis de Sierpinski *(1916)* du nom de son créateur polonais, est construit par une succession d'étapes définies par :

*A chaque carré blanc, on le subdivise en 9 carrés identiques en partageant ses côtés en trois segments de même longueur et on colorie en noir le carré central*

Voici les six premières étapes de cette construction :

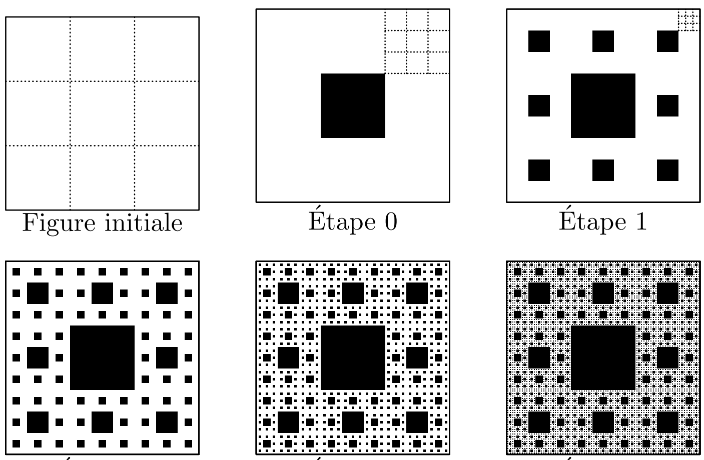


Figure initiale — Étape 0 — Étape 1

Étape 2 — Étape 3 — Étape 4

1. Pour les figures obtenues à l'étape 5 et suivant :
   - Combien de carrés noirs de côté $\dfrac{1}{3}$ contient la figure?
   - Combien de carrés noirs de côté $\dfrac{1}{9}$ contient la figure?

- Combien de carrés noirs de côté $\frac{1}{27}$ contient la figure?

**2.** A l'aide du logiciel de programmation, déterminer le nombre exact $S$ de carré noirs présents à l'étape 4?

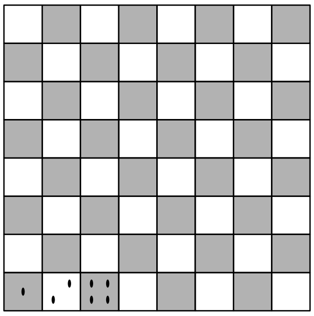
**3.** Déterminer les valeurs de $q$ et $n$ pour que l'égalité soit réalisée :
$$S = \frac{1-q^k}{1-q}$$

## Exercice 7583

Le problème de l'**échiquier de Sissa** [...] est un problème de mathématique pouvant s'exprimer ainsi :

> *"On place un grain de blé sur la première case d'un échiquier. Si on fait en sorte de doubler à chaque case le nombre de grains de la case précédente (un grain sur la première case, deux sur la deuxième, quatre sur la troisième, etc...), combien de grains de riz obtient-on au total"*

*Source : Wikipédia*



Pour rappel, un échiquier est composé de 64 cases blanches ou noires.

Ainsi, ayant complété les trois premières cases, il y a 7 grains de blé sur l'échiquier.

Combien de grains de blé faut-il pour compléter l'échiquier?

**1.** Combien de grain de blé sera mis dans la 10ème case?

On souhaite approcher la réponse à cet exercice à l'aide d'un langage de programmation.

**2.** a. Dans le langage choisi, saisissez l'algorithme suivant :

```
S ← 0
Pour i allant de 0 à 5
    u ← 3+2×i
    S ← S+u
Fin Pour
```

b. Justifier qu'à la fin de son exécution, la variable `S` contient la somme des 6 premiers termes de la suite arithmétique de premier terme 3 et de raison 2.

**3.** Adapter cet algorithme afin que la variable `S` ait, en fin d'exécution, pour valeur le nombre de grains de blé présent sur l'échiquier à la fin du jeu.

Donner la valeur approchée de la variable `S` en fin d'algorithme.

**4.** Parmi les quatre propositions ci-dessous, une seule :

a. $S = 1\times 2^{63}$     b. $S = \frac{1-2^{63}}{1-2}$

c. $S = \frac{1-2^{64}}{1-2}$     d. $S = \frac{1-2^{65}}{1-2}$

A l'aide de la valeur approchée obtenue à l'aide du logiciel, conjecturer la réponse correcte.

## Exercice réservé 7584

Un globe-trotter a parié de parcourir $5\,000\,km$ à pied.
Il peut, frais et dispos, parcourir $50\,km$ en une journée, mais chaque jour, la fatigue s'accumule et donc sa performance diminue de $1\,\%$ tous les jours.

On note $u_0$ la distance parcourue le premier jour de course et de manière générale $u_n$ le $n^{\text{ème}}$ jour de course.

**1.** a. Donner la valeur des termes $u_0$, $u_1$, $u_2$.

b. Déterminer la distance parcourue le 30ème jour de course arrondie au mètre près.

**2.** Pour déterminer la distance parcourue après 45 jours de course, nous allons utiliser une feuille de calcul automatisée :

a. Recopier et compléter la feuille de calcul ci-dessous jusqu'à la colonne `AY`.

| | A | B | C | D | E | F | G | H |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | Jour de course | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| 2 | Distance parcourue *(en km)* | | | | | | | |
| 3 | | | | | | | | |

b. Quelle formule doit-on saisir dans la cellule `B2` afin d'être recopiée vers la droite et que la plage de cellules `B2:AT2` représentent les distances des 45 premiers jours de course.

c. Donner la valeur approchée, au mètre près, de la distance parcourue par le coureur sur les 45 premiers jours de courses.

**3.** On note $S_{45}$ la somme des 45 premiers termes de la suite $(u_n)$ :
$$S_{45} = u_0 + u_1 + \cdots + u_{44}$$

Parmi les quatre propositions ci-dessous, une seule est exacte.

a. $S_{45} = 50\times 0{,}99^{45}$     b. $S_{45} = 50\times\frac{1-0{,}99^{44}}{1-0{,}99}$

c. $S_{45} = 50\times\frac{1-0{,}99^{45}}{1-0{,}99}$     d. $S_{45} = 50\times\frac{1-0{,}99^{46}}{1-0{,}99}$

A l'aide de la valeur approchée obtenue à l'aide du logiciel, conjecturer l'expression correcte de $S_{45}$.

# 3. Première approche ⚠ :

## Exercice réservé 7554

On considère la suite $(u_n)$ géométrique de premier terme 5 et de raison 3. On note $S_n$ la somme des $n{+}1$ termes de la suite $(u_n)$ :
$$S_n = u_0 + u_1 + \cdots + u_n$$

**1.** Déterminer la valeur de $S_3$.

**2.** a. On admet l'égalité $S_6 = \frac{5}{2}\cdot\left(3^7-1\right)$. Etablir :

$$S_6+u_7=\frac{5}{2}\cdot\left(3^8-1\right)$$

b. En utilisant le résultat et la démarche précédente, établir une forme simplifiée de la somme $S_8$

3. Parmi les formules ci-dessous, exprimant la somme $S_n$ en fonction de $n$, une seule est correcte. Laquelle?

a. $u_0+u_1+\cdots+u_n=5\cdot\dfrac{3^{n+1}-1}{1-3}$

b. $u_0+u_1+\cdots+u_n=5\cdot\dfrac{1-3^n}{1-3}$

c. $u_0+u_1+\cdots+u_n=5\cdot\dfrac{1-3^{n+1}}{1-3}$

d. $u_0+u_1+\cdots+u_n=5\cdot\dfrac{3^{n+1}-1}{1-3}$

**Exercice réservé 7555**

On considère la suite $(u_n)$ de premier terme 3 et de raison $r$.
On note $S_n$ la somme des $n{+}1$ termes de la suite $(u_n)$ :
$S_n=u_0+u_1+\cdots+u_n$

1. Etablir que la somme $S_3$ admet pour expression : $S_3=12+6{\cdot}r$

2. a. On admet la formule : $S_{10}=\dfrac{11\times(6+10{\cdot}r)}{2}$
En déduire la relation : $S_{11}=6\times(6+11{\cdot}r)$

b. Etablir l'implication suivante :
$$S_{11}=6\times(6+11{\cdot}r)\implies S_{12}=\frac{13\times(6+12{\cdot}r)}{2}$$

3. Parmi les formules ci-dessous, une seule est exacte :

a. $S_n=\dfrac{n{\cdot}(2{\cdot}u_0+n{\cdot}r)}{2}$

a. $S_n=\dfrac{(n+1){\cdot}(2{\cdot}u_0+n{\cdot}r)}{2}$

a. $S_n=\dfrac{n{\cdot}\left[2{\cdot}u_0+(n+1){\cdot}r\right]}{2}$

a. $S_n=\dfrac{(n+1){\cdot}\left[2{\cdot}u_0+(n+1){\cdot}r\right]}{2}$

Quelle formule peut-on conjecturer exacte?

# 4. Nombre de termes d'une somme :

**Exercice 5124**

Soit $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ une suite numérique. Pour chacune des questions, donner le nombre de termes composant la somme :

a. $u_0+u_1+\cdots+u_{32}$

b. $u_5+u_6+\cdots+u_{15}$

c. $u_0+u_1+\cdots+u_n$

d. $u_5+u_6+\cdots+u_n$

e. $u_k+u_{k+1}+\cdots+u_{100}$

f. $u_k+u_{k+1}+\cdots+u_n$

g. $u_0+u_2+\cdots+u_{88}$

h. $u_{3k}+u_{3k+3}+\cdots+u_{99}$

i. $\displaystyle\sum_{k=0}^{64}u_k$

j. $\displaystyle\sum_{k=5}^{16}u_{2k}$

**Exercice 6528**

On considère une suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$. Déterminer le nombre de termes de chacune des sommes ci-dessous :

a. $u_0+u_1+u_2+u_3+u_4+u_5+u_6+u_7+u_8$

b. $u_5+u_6+u_7+u_8+u_9+u_{10}+u_{11}+u_{12}$

c. $u_{11}+u_{12}+u_{13}+\ldots+u_{25}+u_{26}$

d. $u_8+u_9+u_{10}+\cdots+u_{31}+u_{32}$

**Exercice réservé 6529**

Ci-dessous sont présentées des suites "*logiques*" de nombres. Déterminer le nombre de termes de chacune de ces sommes :

a. $1+4+9+16+\ldots+144+169$

b. $3+7+11+15+\ldots+79+83$

c. $\dfrac{1}{4}+\dfrac{1}{2}+1+2+\ldots+256+512$

d. $16+32+64+\ldots+2^{15}+2^{16}$

# 5. Somme de termes d'une suite arithmétique :

**Exercice réservé 6532**

On considère une suite $(u_n)$ arithmétique de premier terme $u_0$ et de raison $r$.

1. Exprimer $u_1$, $u_2$ et $u_3$ en fonction de $u_0$ et de $r$.

2. Exprimer les termes $u_n$, $u_{n-1}$ et $u_{n-2}$ en fonction de $n$, de $u_0$ et de $r$.

3. Justifier l'égalité suivante :
$u_2+u_{n-2}=u_1+u_{n-1}=u_0+u_n$

**Exercice 8171**

On considère la suite $(u_n)$ arithmétique de premier terme $u_0$ et de raison $r$. On note $S$ la somme des $n{+}1$ premiers termes de la suite $(u_n)$. On a :
$$S=u_0+u_1+\cdots+u_n=\frac{(n+1)(u_0+u_n)}{2}$$

1. On considère la suite $(u_n)$ arithmétique de premier terme 2 et de raison 2. Déterminer la somme $S$ des 100 premiers termes de la suite $(u_n)$.

2. On considère la suite $(v_n)$ définie pour tout entier $n$ naturel par :
$v_n=4+3{\cdot}n$

Déterminer la somme $S'$ des 20 premiers termes de la suite $(v_n)$.

3. On considère la somme $S''$ définie par :
$S''=5+2-1-4-\cdots-37$
En déduire la valeur de $S''$.

**Exercice 7644**

Soit $(u_n)$ une suite arithmétique de premier terme $u_0$ et de raison $r$. On a la propriété :

$$u_k+u_{k+1}+\cdots+u_n=\frac{\overbrace{(n-k+1)}^{\text{Nombres de termes}}\cdot\left(\overset{\text{Premier terme}}{u_k}+\overset{\text{Dernier terme}}{u_n}\right)}{2}$$

1. On considère la suite $(u_n)$ arithmétique de premier terme 3 et de raison 2. Déterminer la valeur de la somme :
$S=u_0+u_1+\cdots+u_{34}$

2. On considère la suite $(v_n)$ définie pour tout entier naturel $n$ $(n\in\mathbb{N})$ par : $v_n=2-3\cdot n$
Déterminer la valeur de la somme :
$S'=v_4+v_5+\cdots+v_{15}$

**Exercice réservé 2426**

1. Soit $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ la suite arithmétique de premier terme 5 et de raison 2.
   a. Déterminer la somme $S$ de ses cent-un premiers termes : $S=u_0+\cdots+u_{100}$
   b. Déterminer la valeur de la somme $S'$ :
   $S'=u_{14}+u_{15}+\cdots+u_{21}$

2. En identifiant les termes de la somme aux termes d'une suite arithmétique, déterminer les sommes suivantes :
   a. $S_1=1+3+5+\cdots+101$
   b. $S_2=\dfrac{2}{3}+1+\dfrac{4}{3}+\dfrac{5}{3}+\cdots+10$

**Exercice 2419**

1. Soit $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ une suite arithmétique de premier terme 2 et de raison $\dfrac{1}{2}$
   a. Calculer la somme des 13 premiers termes de $(u_n)$ :
   $S=u_0+u_1+\cdots+u_{11}+u_{12}$
   b. Calculer la somme des termes de $(u_n)$ allant de $u_5$ à $u_{20}$ : $S'=u_5+u_6+\cdots+u_{19}+u_{20}$

2. On considère les deux sommes suivantes :
$$S_1=1+\frac{5}{2}+4+\frac{11}{2}+\cdots+100$$
$$S_2=\frac{\sqrt{3}}{3}+\frac{2\sqrt{3}}{3}+\sqrt{3}+\cdots+\frac{16\sqrt{3}}{3}$$
   a. Déterminer les caractéristiques des suites arithmétiques $(v_n)$ et $(w_n)$ définissant respectivement les termes des sommes $S_1$ et $S_2$.
   b. En déduire la valeur des sommes $S_1$ et $S_2$.

**Exercice 2430**

1. Soit $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ la suite arithmétique de premier terme 2 et de raison $\dfrac{1}{4}$. Déterminer la somme $S$ définie par :
$S=u_{11}+u_{12}+\cdots+u_{25}$

2. Soit $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ la suite arithmétique de premier terme 12 et de raison $-\sqrt{3}$. Déterminer la somme $S'$ définie par :
$S'=v_5+v_6+\cdots+v_{13}$

**Exercice 5860**

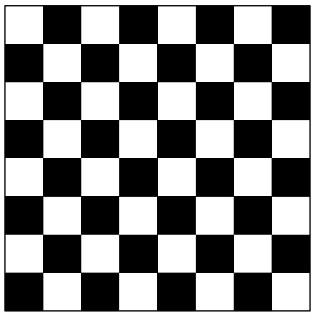
On considère la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ arithmétique de premier terme $-3$ et de raison 4.

1. Donner l'expression du terme $u_n$ en fonction de son rang $n$.

2. Quel est le rang du terme de la suite $(u_n)$ ayant pour valeur 605

3. Déterminer la valeur de la somme $S$ définie par :
$S=u_0+u_1+\cdot+u_{100}$

**Exercice 6548**



Le prince demande à Sissou de commencer par déposer un grain de riz sur la première case, puis trois grains sur la deuxième case, puis cinq grains sur la troisième case et ainsi de suite pour remplir l'échiquier représenté ci-contre.

Déterminer le nombre de grains de riz dont aura besoin Sissou pour compléter l'échiquier.

## 6. Somme de termes d'une suite géométrique :

**Exercice 8172**

On considère la suite $(u_n)$ géométrique de premier terme $u_0$ et de raison $q$. On note $S$ la somme des $n{+}1$ premiers termes de la suite $(u_n)$. On a :
$$S=u_0+u_1+\cdots+u_n=u_0\cdot\frac{1-q^{n+1}}{1-q}$$

1. On considère la suite $(u_n)$ géométrique de premier terme 2 et de raison 2. Déterminer la somme $S$ des 100 premiers termes de la suite $(u_n)$.

2. On considère la suite $(v_n)$ définie pour tout entier $n$ naturel par :
$v_n=\dfrac{5}{2^n}$
Déterminer la somme $S'$ des 20 premiers termes de la suite $(v_n)$.

3. On considère la somme $S''$ définie par :
$S''=27+9+3+\cdots+\dfrac{1}{81}$

Déterminer la valeur de $S''$.

## Exercice 7608

Soit $(u_n)$ une suite géométrique de premier terme $u_0$ et de raison $q$. On a la propriété :

$$u_k+u_{k+1}+\cdots+u_n=\underbrace{u_k}_{\text{Premier terme}}\cdot\frac{1-q^{\overbrace{n-k+1}^{\text{Nombre de termes}}}}{1-q}$$

1. On considère la suite $(u_n)$ géométrique de premier terme 4 et de raison 3. Déterminer la valeur de la somme :
   $S=u_0+u_1+\cdots+u_9$
2. On considère la suite $(v_n)$ dont le terme de rang $n$, un entier naturel $(n\in\mathbb{N})$, est définie par : $v_n=\dfrac{3}{4^n}$
   Déterminer la valeur de la somme $S'$ :
   $S'=v_5+v_6+\cdots+v_{12}$

## Exercice 7607

1. On considère la suite $(u_n)$ géométrique de premier terme 2 et de raison 3.
   Déterminer la somme des 10 premiers termes de la suite $(u_n)$.
2. On considère la suite $(v_n)$ géométrique de premier terme 5 et de raison $\dfrac{1}{2}$.
   Déterminer une expression de la somme $S$ définie par :
   $S=v_0+v_1+v_2+\cdots+v_{12}$
   Donner la valeur approchée de $S$ au centième près.

## Exercice 2431

1. Soit $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ la suite géométrique de premier terme 5 et de raison $\dfrac{2}{3}$. Déterminer la valeur de la somme :
   $S=u_{10}+u_{11}+\cdots+u_{21}$
2. Soit $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ la suite géométrique de premier terme 12 et de raison $-\dfrac{1}{2}$. Déterminer la valeur de la somme :
   $S'=v_7+v_8+\cdots+v_{12}$

## Exercice 2420

1. Soit $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ la suite géométrique de premier terme 2 et de raison $\dfrac{1}{2}$.
   a. Déterminer la somme de ses 10 premiers termes :
      $S=u_0+u_1+\cdots+u_8+u_9$
   b. Déterminer la somme des termes de la suite $(u_n)$ allant de $u_4$ à $u_{22}$ :
      $S'=u_4+u_5+\cdots+u_{21}+u_{22}$
2. On considère la somme numérique suivantes :
   $$S_n=1+\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{8}+\cdots+\frac{1}{2^n}$$
   Déterminer la valeur de $S_n$ en fonction de $n$.
3. Soit $S_3$ la somme numérique suivante :
   $$S_3=1+\sqrt{2}+2+2\sqrt{2}+\cdots+8\sqrt{2}$$
   a. Donner les caractéristiques de la suite géométrique $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ dont la somme des premiers termes est $S_3$.
   b. En déduire la valeur de $S_3$.

## Exercice réservé 2427

1. On considère la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ géométrique de premier terme 1 et de raison 2.
   a. Déterminer la somme de ses 8 premiers termes :
      $S=u_0+u_1+\cdots+u_7$
   b. Déterminer la somme des termes suivants :
      $S'=u_3+u_4+u_5+u_6$
2. Les termes de chaque somme sont les termes d'une suite géométrique. Déterminer la valeur de ces deux sommes :
   a. $S_1=1+\dfrac{1}{2}+\dfrac{1}{4}+\dfrac{1}{8}+\cdots+\dfrac{1}{1024}$
   b. $S_2=2+\sqrt{3}+\dfrac{3}{2}+\dfrac{3\sqrt{3}}{4}+\dfrac{9}{8}$

## Exercice réservé 2432

Soit $x$ un nombre réel différent de 1.

1. Exprimer la somme suivante en fonction de $x$ :
   $S=1+x+x^2+x^3+\ldots+x^n$
2. En déduire une factorisation du polynôme $1-x^{n+1}$.

## Exercice 7645

On considère la suite $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ géométrique de premier terme 12 et de raison $\dfrac{1}{4}$.

1. Donner l'expression du terme $v_n$ en fonction de son rang $n$.
2. Quel est le rang du terme de la suite $(v_n)$ ayant pour valeur $\dfrac{3}{64}$
3. Déterminer une expression simplifiée de la somme $S$ définie par :
   $S=v_0+v_1+\cdots+v_{30}$

## Exercice 7806

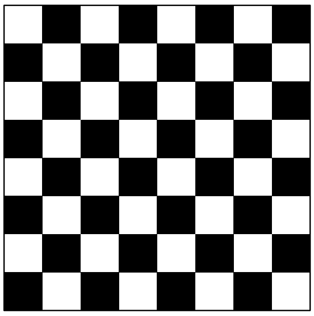
On considère la suite $(u_n)$ définie par :
$u_0=5\quad;\quad u_{n+1}=u_n+2^n\quad$ pour tout $n\in\mathbb{N}$

1. Donner la valeur des 4 premiers termes de la suite.
2. On note $S_n$ la somme des $n+1$ premiers termes de la suite $(u_n)$ :
   $S_n=u_0+u_1+u_2+\cdots+u_n$
   a. Etablir l'identité suivante pour tout entier naturel $n$ :
   $$S_{n+1}=S_n+\frac{1-2^{n+1}}{1-2}+5$$
   b. En déduire que les termes de la suite $(u_n)$ admettent comme expression en fonction de $n$ :
      $u_n=2^n+4$

## Exercice 8173

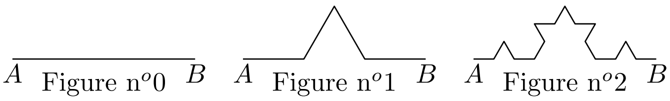
Le prince demande à Sissou de commencer par déposer un grain de riz sur la première case, puis deux grains sur la deuxième case, puis quatre grains sur la troisième case et ainsi de suite, en multipliant par 2 le nombre de grains déposés sur la case suivante jusqu'à compléter entièrement l'échiquier.

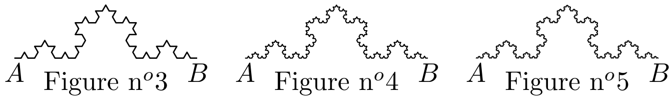


Déterminer le nombre de grains de riz dont aura besoin Sissou pour compléter l'échiquier.

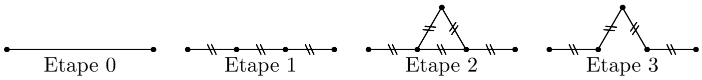
**Exercice 7246**

Ci-dessous sont représentés les six premiers "***flocons de Helge Von Koch***" représentant un des fractales les plus simples :




Voici la procédure affectée à chaque segment de la ligne brisée pour construire la figure à l'étape suivante :




- Chaque segment est partagée en trois parties égales.
- Sur le segment situé au milieu du segment, on construit un triangle équilatéral.
- On supprime le segment situé au milieu du segment

1. Pour tout entier naturel $n$, notons $u_n$ le nombre de segments composant le flocon de Helge Von Koch à l'étape $n$.
   Conjecturer une relation de récurrence entre les termes de la suite $(u_n)$.
2. Pour tout entier naturel $n$, notons $v_n$ la longueur de la ligne brisée formant le flocon de Von Koch à l'étape $n$.
   Conjecturer une relation de récurrence entre les termes de la suite $(v_n)$.

## 7. Somme de termes :

**Exercice 7724**

1. On considère la suite arithmétique $(u_n)$ de premier terme 4 et de raison $\dfrac{2}{3}$
   a. Déterminer les trois premiers termes de la suite $(u_n)$.
   b. Déterminer le rang de la suite $(u_n)$ ayant pour valeur 38.
   c. Déterminer la somme des termes :
   $S = u_0 + u_1 + \cdots + u_{99}$.
2. On considère la suite géométrique $(v_n)$ de premier terme 4 et de raison $\dfrac{2}{3}$
   a. Déterminer les trois premiers termes de la suite $(v_n)$.
   b. Déterminer la somme des termes :
   $S' = v_0 + v_1 + \cdots + v_{15}$.

**Exercice 7798**

1. On considère la suite arithmétique $(u_n)$ de premier terme $\dfrac{1}{3}$ et de raison $\dfrac{1}{2}$
   a. Déterminer les trois premiers termes de la suite $(u_n)$.
   b. Déterminer le rang du terme $u_n$ ayant pour valeur $\dfrac{77}{6}$.
   c. Déterminer la somme des termes :
   $S = u_0 + u_1 + \cdots + u_{99}$.
2. On considère la suite géométrique $(v_n)$ de premier terme $\dfrac{1}{3}$ et de raison $\dfrac{1}{2}$
   a. Déterminer les trois premiers termes de la suite $(v_n)$.
   b. Déterminer la somme des termes :
   $S' = v_0 + v_1 + \cdots + v_{15}$.

**Exercice 6547**

1. On considère la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ arithmétique de premier terme 5 et de raison 3.
   Déterminer la valeur de la somme $S$ des 100 premiers termes de cette suite.
2. On considère la suite $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ géométrique de premier terme 3 et de raison $\dfrac{1}{4}$.
   Déterminer la valeur de la somme $S'$ des 100 permiers termes de cette suite.

**Exercice réservé 2453**

1. Soit $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ une suite arithmétique de premier terme 2 et de raison $\dfrac{3}{5}$, déterminer la valeur de la somme suivante :
   $S = u_5 + u_6 + \cdots + u_{21}$
2. On considère la somme suivante dont les termes sont ceux d'une suite géométrique :
   $$S' = 16 + 24 + 36 + \cdots + \frac{3^{10}}{2^6}$$
   Déterminer la valeur de la somme $S'$.

**Exercice 5172**

On considère la suite $(u_n)$ définie par :

$$u_0 = 0 \quad ; \quad u_{n+1} = -\frac{1}{2}\cdot u_n + 1 \quad \text{pour tout } n\in\mathbb{N}$$

1. Déterminer les cinq premiers termes de la suite $(u_n)$.
2. On considère la suite $(v_n)$ définie par :

$$v_n = u_n - \frac{2}{3} \quad \text{pour tout } n \in \mathbb{N}$$

a. Déterminer les quatre premiers termes de la suite $(v_n)$.

b. Etablir que pour tout entier naturel $n$, on a :

$$v_{n+1} = -\frac{1}{2} \cdot v_n$$

c. Donner la nature et les valeurs des éléments caractéristiques de la suite $(v_n)$.

3. a. Déterminer la valeur de la somme $S'$ définie par : $S' = v_0 + v_1 + \cdots + v_{14}$

b. Déterminer la valeur de la somme $S$ définie par : $S = u_0 + u_1 + \cdots + u_{14}$

4. a. Donner l'expression du terme $v_n$ en fonction de son rang $n$.

b. Donner l'expression du terme $u_n$ en fonction de son rang $n$.

### Exercice réservé 3017

1. On considère une suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ arithmétique telle que :

$$u_{13} = 7 \quad ; \quad u_{20} = \frac{35}{2}$$

a. En justifiant votre démarche, retrouver les éléments caractéristiques de cette suite.

b. En déduire la valeur de la somme $S$ définie par : $S = u_5 + u_6 + \cdots + u_{22}$

2. On considère une suite $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ géométrique telle que :

$$v_9 = \frac{5^6}{7^4} \quad ; \quad v_{16} = \frac{5^{13}}{7^{11}}$$

a. En justifiant votre démarche, retrouver les éléments caractéristiques de cette suite.

b. En déduire la valeur de la somme $S'$ définie par : $S' = v_5 + v_6 + \cdots + v_{22}$

## 8. Un peu plus loin :

### Exercice 5818

1. Soit $(w_n)_{n\in\mathbb{N}}$ une suite arithmétique de premier terme 1 et de raison $\frac{1}{8}$. On considère la somme suivante :

$$S_1 = w_0 + w_1 + \cdots + w_n$$

Déterminer la valeur de $n$ afin que la somme $S_1$ a pour valeur 31.

*(On sera ammené à trouver les racines du polynôme du second degré* $\left(2+\frac{x}{8}\right)(x+1)-62$*)*

2. Soit $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ une suite géométrique de premier terme 2 tel que :

$$a_0 + a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5 = \frac{63}{16}$$

Déterminer la raison de cette suite.

*(On admettra que le polynôme* $-32x^6+63x-31$ *admet pour racines les nombres* $\frac{1}{2}$ *et 1)*

### Exercice réservé 6549

On souhaite déterminer la valeur de la somme $S$ suivante : $S = 9 + 15 + 27 + \cdots + 3075$

On remarquera que cette somme peut s'écrire par :

$$S = (3\times2^1+3)+(3\times2^2+3)+(3\times2^3+3)+\cdots+(3\times2^{10}+3)$$

Déterminer la valeur de $S$

***Toutes traces de recherche, même incomplètes, seront prises en compte dans l'évaluation.***

### Exercice 7799

On souhaite déterminer la forme simplifiée du quotient $A$ définie par :

$$A = \frac{1+2+3+4+5+6+\cdots+31}{1+6+11+16+21+\cdots+151}$$

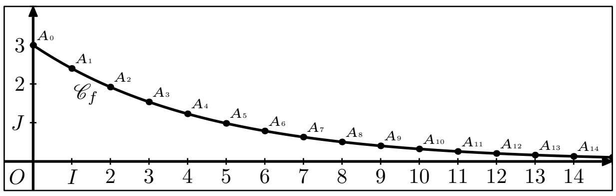
1. On considère la suite $(u_n)$ de premier terme 1 et de raison 1.

Déterminer la valeur de la somme $S$ définie par : $S = u_0 + u_1 + u_2 + \cdots + u_{30}$

2. En remarquant la décomposition $496 = 2^4\times31$, déterminer la forme simplifiée du quotient $A$.

### Exercice réservé 7660

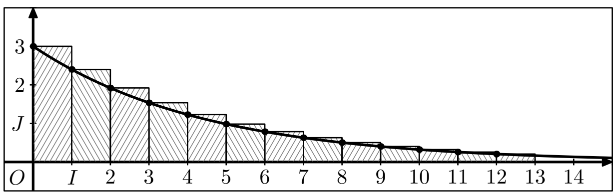
On considère une fonction définie sur $\mathbb{R}_+$ dont la courbe représentative est donnée ci-dessous dans un repère $(O\,;I\,;J)$ :




De plus, l'ensemble des points $A_n$ du plan définis pour tout entier naturel $n$ par leurs coordonnées $A_n(n\,;3\times0{,}8^n)$ appartiennent à la courbe $\mathscr{C}_f$.

***Toute trace de recherche ou de raisonnement même incomplet sera prise en compte et valorisée.***

1. On définit un domaine du plan en considérant les treize rectangles représentés ci-dessous :

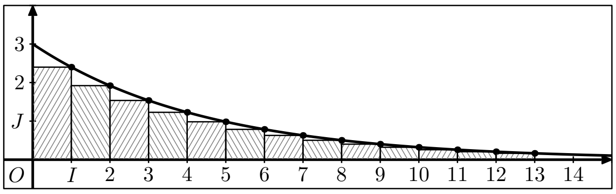



où les points $A_0$, $A_1$, …, $A_{12}$ forment les sommets "en haut à gauche" de chacun de ses rectangles.

Déterminer l'aire de ce domaine.

2. On définit un domaine du plan en considérant les treize rectangles représentés ci-dessous :




où les points $A_1$, $A_2$, $\ldots$, $A_{13}$ forment les sommets "en haut à droite" de chacun de ses rectangles.

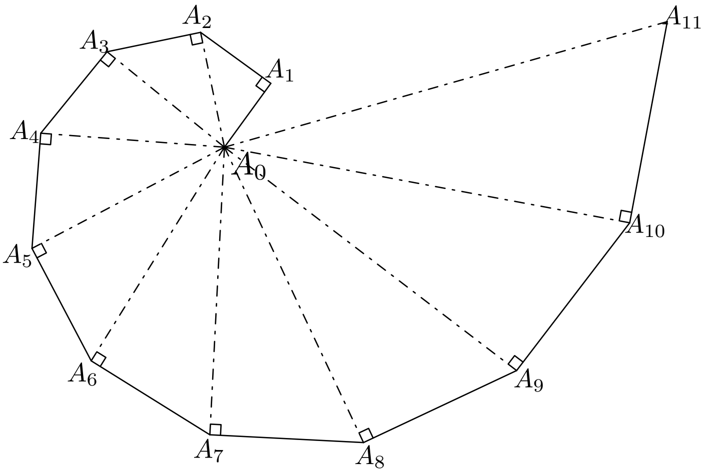
Déterminer l'aire de ce domaine.

**Exercice réservé 7661**

Un "**escargot exponentiel**" de paramètre $\alpha$ est une ligne brisée dont les extrémités $A_i$ des segments forment une suite de points vérifiant les relations :

- Pour tout entier naturel $i$ : $A_iA_{i+1}=\alpha^i$
- Pour tout entier naturel $i$, le triangle $A_0A_iA_{i+1}$ est rectangle en $A_i$.
- L'angle $\left(\overrightarrow{A_0A_i}\,;\overrightarrow{A_0A_{i+1}}\right)$ est de mesure positive.

Ci-dessous l'escargot exponentiel de paramètre 1,1 :



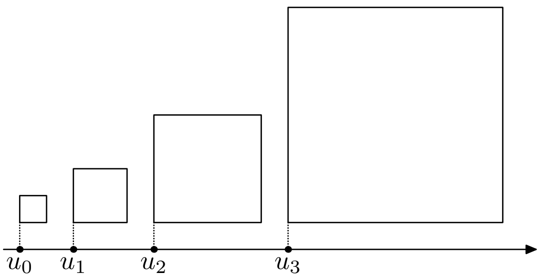

Dans la suite de l'exercice, l'escargot exponentiel a pour paramètre 2.

***Toute trace de recherche ou de raisonnement même incomplet sera prise en compte et valorisée.***

1. Déterminer la longueur de la ligne brisée $A_0A_1A_2\ldots A_{10}A_{11}$.
2. Déterminer la longueur du segment $[A_0A_{11}]$.

## 255. Exercices non-classés :

**Exercice réservé 7639**

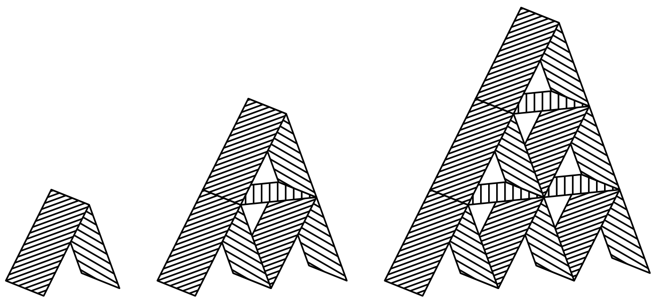



Le premier carré a pour dimension 1 et il double à chaque fois. l'espace entre les carrés est 1. Sur une droite graduée, on repère l'abscisse du point en bas à gauche de chacun de ces carrés. On suppose que $u_0=0$.

Conjecturer puis établir une expression de $u_n$ en fonction de $n$.

**Exercice réservé 7245**

On considère la construction d'un château de cartes :




On note $u_n$ le nombre de cartes nécessaires à la construction de chateau de cartes à l'étape $n$. On définit ainsi une suite $(u_n)$ définie sur $\mathbb{N}^*$.

Conjecturer une relation de récurrence sur les termes de la suite $(u_n)$.