Première S/Polynomes du second degré

1. Etude des polynomes du second degré :

Exercice 2245

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ dont l'image d'un nombre x est définie par la relation algébrique :

$$f(x) = 4x^2 + 4x - 3$$

1. a. Démontrer que pour tout $x \in \mathbb{R}$, on a :
$$f(x) = (2x-1)(2x+3)$$
   b. Démontrer que pour tout $x \in \mathbb{R}$, on a :
$$f(x) = (2x+1)^2 - 4$$
2. Pour chacune des questions suivantes, utiliser la forme la plus adaptée :
   a. Déterminer les antécédents de 0 par la fonction f.
   b. Sachant que le carré d'un nombre est toujours positif ou nul, établir que la fonction f est minorée par -4.
   c. Déterminer le signe de la fonction f sur $\mathbb{R}$.
   d. Résoudre l'inéquation : $f(x) \geqslant 5$.

Exercice 2249

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par la relation :

$$f(x) = 6x^2 - 9x - 6$$

1. a. Montrer que l'expression de $f(x)$ peut s'écrire :
$$f(x) = 6\left[\left(x - \frac{3}{4}\right)^2 - \frac{25}{16}\right]$$
   b. En déduire que la fonction f est minorée par $-\dfrac{75}{8}$.
   c. Soit a et b deux nombres réels, établir l'implication suivante :
$$a < b < \frac{3}{4} \quad \Longrightarrow \quad f(a) > f(b)$$
   (Cette implication établit que, sur $\left]-\infty\,;\frac{3}{4}\right]$, la fonction f est décroissante.)
2. a. Déduire de la question 1. a. la factorisation suivante :
$$f(x) = 6\left(x + \frac{1}{2}\right)(x-2)$$
   b. Donner les antécédents de 0 par la fonction f.
   c. Déterminer la partie de $\mathbb{R}$ sur laquelle la fonction f est strictement positive.

Exercice réservé 2246

1. Factoriser chacune des expressions suivantes en produit de facteurs du premier degré :
   a. $4x^2 - 81$ b. $x^2 - 5$
   c. $(2x-4)^2 - 9$ d. $x^2 - 6{\cdot}x + 9$
2. Trouver un argument permettant de justifier que l'expression x^2+1 ne peut se factoriser sous la forme d'un produit de facteurs du premier degré.
   on aura alors établit l'assertion suivante :
   Il n'existe pas de nombre réels α, β, γ, δ tel que :
$$x^2 + 1 = (\alpha{\cdot}x + \beta)(\gamma{\cdot}x + \delta)$$

Exercice réservé 2247

1. On considère l'expression P définie par :
$$P = \left(x - \frac{-3+\sqrt{5}}{2}\right)\left(x - \frac{-3-\sqrt{5}}{2}\right)$$
   a. Donner la forme développée et réduite de l'expression P.
   b. Résoudre l'équation : $P = 0$.
2. Soit la fonction f dont l'image de x est définie par :
$$f(x) = x^2 - 2x - 2$$
   a. Déterminer les valeurs des deux réels α et β vérifiant l'égalité suivante :
$$f(x) = (x-\alpha)^2 + \beta$$
   b. Déterminer la forme factorisée de la fonction f.
   c. Déduire de la question précédente, les antécédents de 0 par la fonction f.

2. Forme canonique :

Exercice réservé 2248

Exprimer chacun des polynômes ci-dessous sous la forme d'une expression du type :

$$(x-\beta)^2 + \gamma \quad \text{où } \beta \text{ et } \gamma \text{ sont deux réels.}$$

a. $x^2 - 4x + 1$ b. $x^2 + 6x + 3$ c. $x^2 + x + 2$

d. $x^2 - 3x - 1$ e. $x^2 + \dfrac{1}{2}x - 3$ f. $x^2 + x - \dfrac{1}{3}$

Exercice 2259

Tout polynôme du second degré $a{\cdot}x^2 + b{\cdot}x + c$ admet une expression de la forme :
$$f : x \mapsto \alpha{\cdot}(x-\beta)^2 + \gamma$$
où α, β, γ sont des nombres réels avec $\alpha \neq 0$.
Cette expression s'appelle la **forme canonique**.

Donner la forme canonique de chacun des trinômes du second degré ci-dessous :

a. $2x^2+8x-6$ b. $3x^2+3x+6$
c. $9x^2+18x+27$ d. $5x^2+10x+2$
e. $2x^2+5x-4$ f. $3x^2+2x-1$

Exercice 2296

On définit la fonction f sur $\mathbb{R}$ dont l'image de $x\in\mathbb{R}$ est définie par la relation :

$f(x)=8x^2-2x+1$

1. Donner la forme canonique de la fonction f.
2. Etablir que la fonction f est minorée par $\dfrac{7}{8}$.

3. a. Etablir, sans justification, le tableau de variations de la fonction f.
   b. En déduire que la fonction f n'admet pas de zéro sur $\mathbb{R}$.

Exercice réservé 2250

Soit a, b, c trois nombres réels. Développer l'expression suivante :

$$a\cdot\Big(x+\frac{b}{2a}\Big)^2-\frac{b^2-4ac}{4a}$$

Exercice 7101

Déterminer la forme canonique du polynôme ci-dessous :
$\sqrt{2}x^2-3x+1$

3. Equation du second degré :

Exercice 7086

Le **discriminant** d'un polynôme $a\cdot x^2+b\cdot x+c$ du second degré est un nombre qui se calcule à l'aide des coefficients du polynôme :
$\Delta=b^2-4\times a\times c$

Déterminer le discrimant des polynômes du second degré ci-dessous :

a. x^2+2x+4 b. $2x^2+4x+1$ c. x^2-2x+1
d. $-2x^2+2x+1$ e. x^2-x-1 f. $3x^2+x-2$

Exercice 2253

Les racines d'un polynôme sont les valeurs annulant ce polynôme.
Pour un polynôme $a\cdot x^2+b\cdot x+c$ du second degré, le nombre de racines existantes dépend du discriminant :

$\Delta<0$	$\Delta=0$	$\Delta>0$
Aucune solution	1 solution $-\dfrac{b}{2\cdot a}$	2 solutions $\dfrac{-b-\sqrt{\Delta}}{2\cdot a}$; $\dfrac{-b+\sqrt{\Delta}}{2\cdot a}$

Résoudre les équations suivantes :

a. $x^2+4x-5=0$ b. $2x^2-13x+15=0$
c. $x^2+x+1=0$ d. $x^2+5x+2=0$
e. $-3x^2+6x-2=0$ f. $3x^2-2x+1=0$

Exercice réservé 2260

Résoudre les ́quations suivantes :

a. $x^2+2x-15=0$ b. $3x^2-5x+7=0$
c. $3x^2-24x+48=0$ d. $6x^2-7x+2=0$
e. $2x^2+3x+3=0$ f. $x^2-2x-6=0$

Exercice 770

Résoudre les équations suivantes :

a. $3x^2-5x+6=0$ b. $3x^2-24x+48=0$
c. $x(x-2)(x+1)=(x-2)(-7-3x)$

Exercice 5710

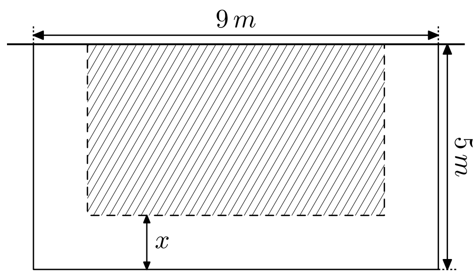
Déterminer les racines, sous forme simplifiée, des polynômes suivants :

a. $2x^2-3x-9$ b. $5x^2-8x+5$
c. $2x^2-8x+8$ d. x^2+2x-1

Exercice réservé 5713

Adossé à sa maison, Jean possède un jardin de forme rectangulaire ayant pour dimensions $9\,m$ et $5\,m$.

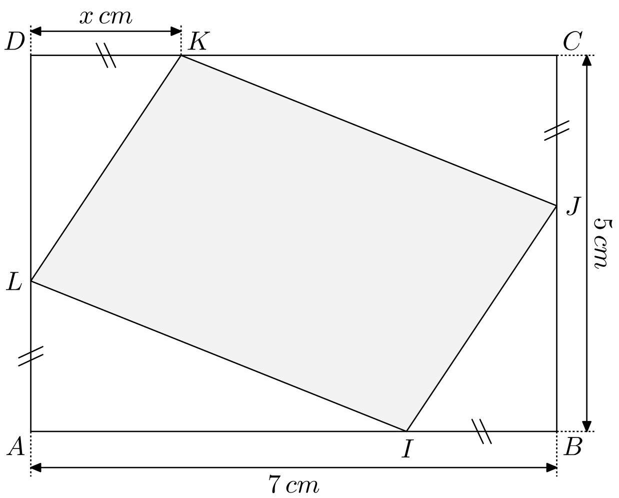
Il souhaite construire sur trois des côtés de ce jardin une allée ayant la même largeur et il plantera de la pelouse sur le reste du jardin. Il propose le schéma ci-dessous où la partie hachurée est l'espace de la pelouse



Quelle doit-être la largeur de l'allée pour que l'ensemble de la pelouse ait une surface de $10\,m^2$?

Exercice 5706

On considère la figure ci-dessous où $ABCD$ est un rectangle tel que : $ABCD$ est un rectangle.
Les points I, J, K, L sont des points appartenant respectivement aux segments $[AB]$, $[BC]$, $[CD]$ et $[AD]$ vérifiant :
$IB=JC=KD=LA$



Quelle doit-être la valeur de x pour que la figure grisée ait une aire de $25\,cm^2$?

4. D'autres équations :

Exercice réservé 2256

On considère la fraction rationnelle suivante :

$$Q(x) = \frac{2x^2+2x-8}{9x^2-3x+1}$$

1. Déterminer l'ensemble de définition de la fonction Q.
2. Déterminer l'ensemble des zéros de cette fonction.

Exercice 2255

On considère la fonction polynome P de degré 3 définie par :
$P(x) = 3x^3+x^2-8x+4$

1. Déterminer les valeurs de a, b, c tel que :
$P(x) = (x+2)\big(a{\cdot}x^2+b{\cdot}x+c\big)$
2. En déduire l'ensemble des zéros du polynôme P.

Exercice 8106

On considère la fontion f définie par :
$f(x) = 4{\cdot}x^3-18{\cdot}x^2+16{\cdot}x-4$

1. Déterminer les réels a, b, c réalisant l'identité :
$f(x) = \big(2{\cdot}x-1\big)\big(a{\cdot}x^2+b{\cdot}x+c\big)$
2. Dresser le tableau de signes de la fonction f.

5. Factorisations :

Exercice 2527

La factorisation d'un polynôme $a{\cdot}x^2+b{\cdot}x+c$ du second degré dépend de la valeur de son discriminant :

$\Delta<0$	$\Delta=0$	$\Delta>0$
Aucune factorisation	$a{\cdot}\Big(x+\dfrac{b}{2{\cdot}a}\Big)^2$	$a{\cdot}\big(x-\alpha\big)\big(x-\beta\big)$ où α et β sont les deux racines du polynômes

Factoriser les expressions suivantes :

a. $5x^2-x-4$ b. $-2x^2-3x-1$
c. $-x^2+2x-1$ d. $4x^2+x-3$
e. $4x^2+4x-5$ f. x^2-2x-4

Exercice 5711

Factoriser les expressions suivantes :

a. $2x^2-3x-2$ b. $12x^2-12x+3$

Exercice réservé 7154

On considère la fonction f définie par : $f(x)=x^2-6{\cdot}x-7$

1. a. Déterminer la forme factorisée de la fonction f.
   b. Donner la forme canonique de la fonction f.
2. Justifier que la fonction f est minorée par -16.
3. On considère la fonction g définie sur $\mathbb{R}\backslash\{3\,;\,7\}$ par :
$$g(x) = \frac{x^2-6{\cdot}x-7}{\big(x-3\big)\big(x-7\big)}.$$
   a. Simplifier l'expression de la fonction g.
   b. Dresser le tableau de signe de la fonction g.

6. Factorisations et simplifications :

Exercice 7102

Simplifier la fraction rationnelle suivante : $\dfrac{x^2-x-2}{2x^2-3x-2}$

Exercice 2528

Simplifier l'expression des fractions rationnelles ci-dessous :

a. $\dfrac{3x-1}{3x^2+2x-1}$ b. $\dfrac{6x^2-5x+1}{1-4x^2}$

Exercice réservé 2746

On considère la fonction f dont l'image de x est définie par la fraction rationnelle ci-desous :

$$f(x)=\frac{8x^2+6x-5}{14x^2-13x+3}$$

Donner l'ensemble de définition de la fonction f, puis déterminer, si elle existe, la forme simplifiée de $f(x)$.

Exercice 7103

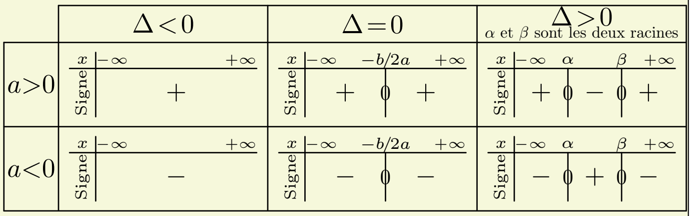
Simplifier l'expression rationnelle ci-dessous :

$$\frac{3x^2-6x-6}{x^2-\big(\sqrt{3}+2\big)x+\big(\sqrt{3}+1\big)}$$

7. Tableau de signes et inéquation :

Exercice 2277

Le tableau de signe d'un polynôme du second degré dépend du signe du coefficient du terme du second degré et du signe du discriminant.
Les six possibilités sont représentées ci-dessous :



Etablir le tableau de signes des polynomes du second degré suivant :

a. x^2+3x+4 b. $-8x^2+32x+32$

c. $4x^2+3x-10$ d. $-5x^2-3x-1$

e. $4x^2-16x+16$ f. $2x^2+11x+5$

Exercice réservé 5712

Etablir le tableau de signe des expressions suivantes :

a. $3x^2+4x-4$ b. $-4x^2+2x+6$

Exercice réservé 6505

Dresser le tableau de signe de chacune des expressions ci-dessous :

a. $-2{\cdot}x^2-x+6$ b. $x^2+7{\cdot}x+13$

Exercice 1158

On considère le polynôme du troisième degré :

$$\mathcal{P}=3x^3+5x^2-5x+1$$

On sait que le polynôme P admet une factorisation de la forme :

$$\mathcal{P}=\big(3x-1\big)\big(a{\cdot}x^2+b{\cdot}x+c\big)$$

1. Déterminer les valeurs de a, b, c vérifiant cette factorisation.
2. En déduire l'ensemble des racines du polynôme $\mathcal{P}$.
3. Dresser le tableau de signe de $\mathcal{P}$.

Exercice réservé 1643

On considère le polynome $\mathcal{P}$ admettant pour expression :

$$\mathcal{P}=2{\cdot}x^3+7{\cdot}x^2-7{\cdot}x-12$$

1. Etablir la factorisation suivante où b est un nombre réel à déterminer :
   $$\mathcal{P}=\big(x+1\big){\cdot}\big(2{\cdot}x^2+b{\cdot}x-12\big)$$
2. En déduire le tableau de signe du polynôme $\mathcal{P}$.

Exercice 2965

1. a. Etablir que le polynôme $P(x)=2x^2-x+1$ est strictement positif sur $\mathbb{R}$.
   b. En déduire le signe du polynôme :
   $$Q(x)=(2x^2-x+1)^2+3{\cdot}(2x^2-x+1)+1$$
2. a. Donner la forme dévelopée réduite du polynôme Q.
   b. Justifier que l'équation ci-dessous n'admet aucune solution :
   $$4x^4-4x^3+11x^2-5x+5=0$$

Exercice réservé 7152

Soit m un nombre réel. On considère le polynôme P défini par : $P=(m+1){\cdot}x^2+(2-m){\cdot}x+1$

Pour quelles valeurs de m, le polynôme P n'admet aucune racine?

8. Tableau de signes et positions relatives :

Exercice 2279

On considère la parabole $\mathcal{P}$ d'équation $y=x^2-x-10$ et la droite $\mathcal{D}$ d'équation $y=2x-1$.

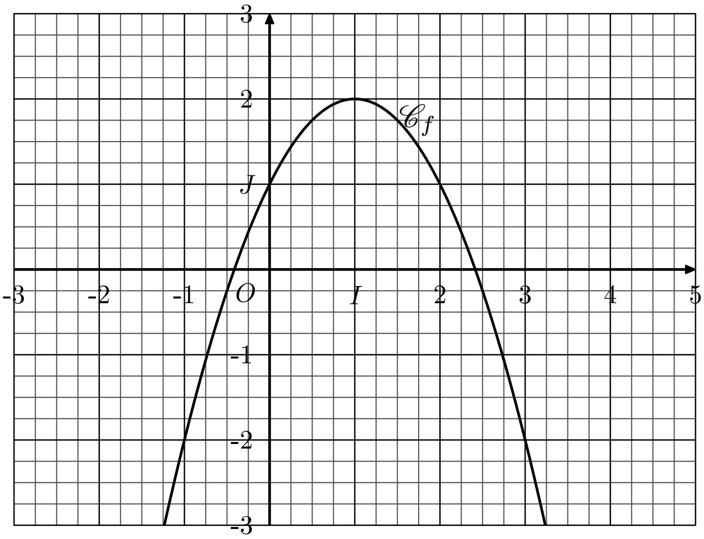
1. Déterminer les coordonnées des points d'intersection de $\mathcal{D}$ et $\mathcal{P}$.

2. Donner les valeurs de x pour lesquelles le point d'abscisse de $\mathcal{P}$ se trouve au dessus du point, de même abscisse, de $\mathcal{D}$.

Exercice 5742

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par la relation :
$f(x) = -x^2 + 2x + 1$

Ci-dessous est donnée la courbe $\mathscr{C}_f$ représentative de la fonction f dans un repère $(O\,;I\,;J)$ orthonormé :

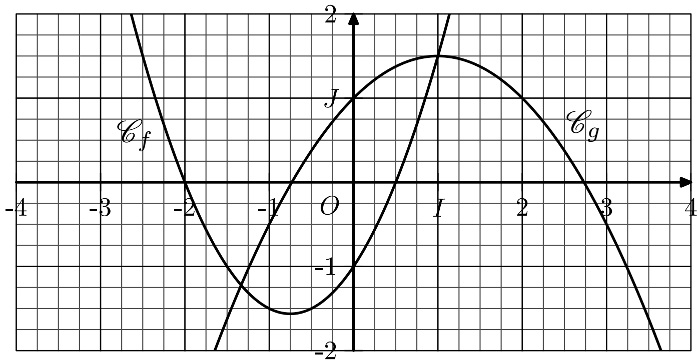


1. Déterminer les zéros de la fonction f.
2. On considère la fonction affine g définie par la relation :
$g(x) = -\dfrac{1}{2}\cdot x - \dfrac{1}{2}$
   a. Tracer dans le repère ci-dessous la droite (d) représentative de la fonction g.
   b. Algébriquement, étudier les positions relatives des courbes $\mathscr{C}_g$ et $\mathscr{C}_f$

Exercice 2973

Dans le plan muni d'un repère $(O\,;I\,;J)$, on considère les courbes $\mathscr{C}_f$ et $\mathscr{C}_g$ représentatives des fonctions f et g définies par :

$$f(x) = x^2 + \frac{3}{2}\cdot x - 1 \quad ; \quad g(x) = -\frac{1}{2}\cdot x^2 + x + 1$$



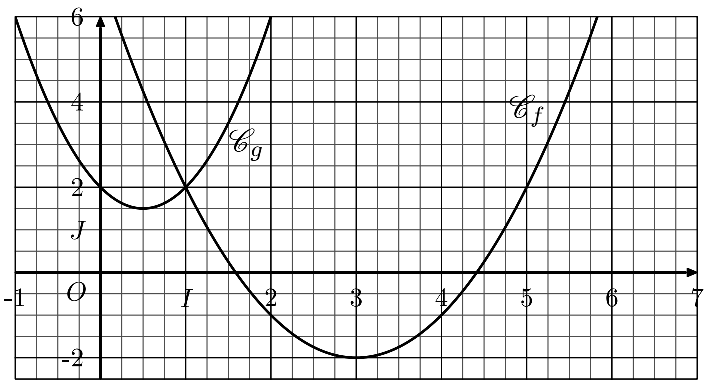
On répondra algébriquement aux questions ci-dessous :

1. Déterminer les zéros des fonctions f et g. *(c'est à dire les antécédents de 0 par chacune de ces deux fonctions)*
2. Déterminer, algébriquement, la position relative des courbes $\mathscr{C}_f$ et $\mathscr{C}_g$.

Exercice réservé 6506

On considère les deux fonctions f et g définies sur $\mathbb{R}$ par :
$f(x) = x^2 - 6\cdot x + 7 \quad ; \quad g(x) = 2\cdot x^2 - 2\cdot x + 2$

Dans le plan muni d'un repère orthogonal $(O\,;I\,;J)$, on donne les courbes $\mathscr{C}_f$ et $\mathscr{C}_g$ représentatives respectivement des fonctions f et g.



1. Déterminer les zéros de la fonction f.
2. Déterminer la position relative des courbes $\mathscr{C}_f$ et $\mathscr{C}_g$.

9. *Tableau de signes et expressions rationnelles :*

Exercice réservé 2278

Résoudre les inéquations suivantes :

a. $-10x^2 - 13x + 3 \geqslant 0$
b. $(3x+1)(x^2+x+1) < 0$
c. $\dfrac{x^2 - x}{2x - 1} \leqslant 0$
d. $\dfrac{18x^2 - 12x + 2}{3x^2 + x - 2} > 0$
e. $\dfrac{x^2 + 2x - 5}{x} \geqslant 0$
f. $\dfrac{x-2}{x+1} - \dfrac{3x-1}{x-1} < 0$

Exercice 2298

Résoudre les inéquations suivantes :

a. $2x^2 - 8x + 2 \geqslant 0$
b. $\dfrac{3x^2 - 5x + 2}{-3x^2 + 4x - 2} \leqslant 0$
c. $\dfrac{2x-5}{2x-1} < \dfrac{x+1}{x+3}$

Exercice réservé 2306

Résoudre l'inéquation suivante : $\dfrac{3x^2 - 5x + 2}{-3x^2 - 4x + 2} \leqslant 0$

Exercice 2747

Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation : $\dfrac{-3x^2 + 4x + 4}{5x^2 + x - 4} \geqslant 0$

Exercice réservé 835

Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation et l'inéquation suivante :

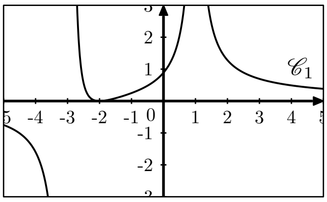
a. $\dfrac{-x^2-3}{3}+2=\dfrac{1}{2x+1}$ b. $\dfrac{4x}{x+1}\leqslant 5x-3$

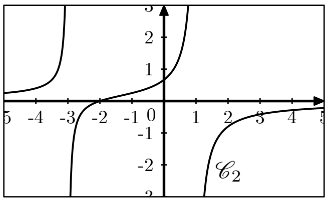
Exercice 5743

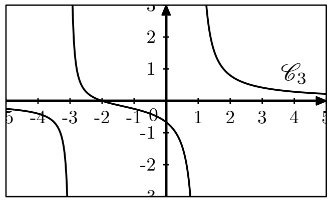
On considère la fonction f dont l'image d'un nombre réel x est donnée par la relation :

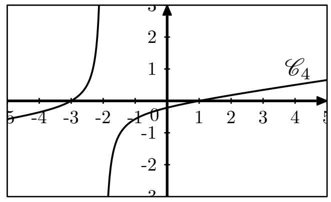
$$f(x)=\frac{x+2}{x^2+2x-3}$$

1. Résoudre l'inéquation : $f(x)\geqslant 0$
2. Parmi les quatre courbes ci-dessous, une seule est la courbe représentative de la fonction f. Laquelle?









Exercice réservé 2283

Donner l'ensemble de définition de la fonction f définie par :

$$f(x)=\sqrt{1-\frac{2x+1}{x^2+5x-1}}$$

Exercice 6632

On considère les deux fonctions f et g définies respectivement ur $\mathbb{R}\backslash\{-1\}$ et $\mathbb{R}$ par les relations :

$$f(x)=\frac{2{\cdot}x^2+3{\cdot}x-3}{x+1}\quad;\quad g(x)=x-2$$

Résoudre l'inéquation : $f(x)\geqslant g(x)$

10. Tableau de variations :

Exercice 2276

On considère les fonctions f et g définies sur $\mathbb{R}$ définies par les relations :

$$f(x)=x^2+x+1\quad;\quad g(x)=-2x^2-3x+5$$

1. Etablir le tableau de variations de chacune de ces fonctions.
2. Etablir le tableau de signe de chacune de ces fonctions.

Exercice 2718

On considère la fonction f dont l'image de x est définie par la relation :

$$f(x)=\sqrt{-x^2+2x+1}$$

1. Déterminer l'ensemble de définition de la fonction f.
2. Dresser le tableau de variations de la fonction f.

Exercice réservé 2720

Soit g la fonction définie par la relation :

$$g(x)=\frac{1}{-5x^2+3x+1}$$

1. Déterminer l'ensemble de définition de cette fonction.
2. Justifier que le polynôme $Q=-5x^2+3x+1$ admet le tableau de variations suivant :

x	$-\infty$		$\frac{3-\sqrt{29}}{10}$		$\frac{3}{10}$		$\frac{3+\sqrt{29}}{10}$		$+\infty$
Variation de Q	$-\infty$	$\nearrow$	0	$\nearrow$	$\frac{29}{20}$	$\searrow$	0	$\searrow$	$+\infty$

3. Dresser le tableau de variations de la fonction g. *(On n'indiquera que les sens de variations)*

Exercice 5056

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x)=\frac{1}{(x+1)^2+2}$$

Déterminer le sens de variation de la fonction f sur l'intervalle $\big[-1\,;+\infty\big[$.

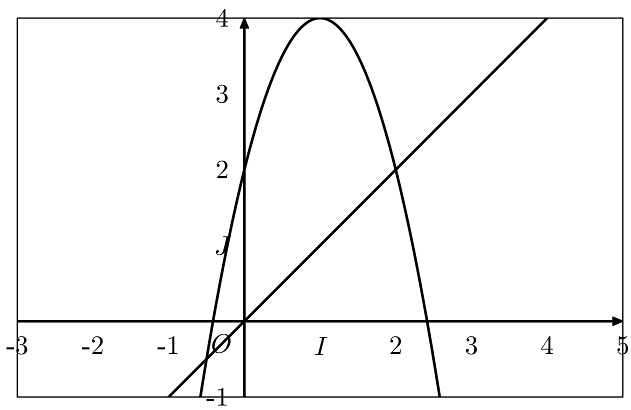
Exercice réservé 5054

On considère la fonction f dont l'image de tout nombre réel x est définie par la relation :

$$f(x)=-2x^2+4x+2$$

1. a. Dresser le tableau de variations de la fonction f.

   b. Déterminer les deux zéros de la fonction f.
2. Dans le plan muni d'un repère $(O\,;I\,;J)$, on considère la courbe $\mathscr{C}$ représentative de la fonction f et la droite (Δ) première bissectrice du plan admettant pour équation $y=x$.



Algébriquement, étudier la position relative de la courbe $\mathscr{C}_f$ et de la droite (Δ).

Exercice 2717

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}^*$ définie par la relation :

$$f(x) = 2\cdot\left(\frac{1}{x}\right)^2 - 3\cdot\frac{1}{x} + 5$$

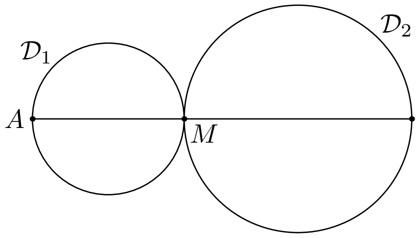
1. Dresser le tableau de signe et le tableau de variations du polynôme du second degré :
$$P(x) = 2x^2 - 3x + 5$$

2. En remarquant que la fonction f est la composée de la fonction inverse avec ce polynôme du second degré, établir que la fonction est décroissante $\left]0\,;\frac{4}{3}\right]$

3. Dresser le tableau de variations de la fonction f *(ne pas chercher à compléter le tableau avec les valeurs des images.)*

Exercice 8104

On considère un segment $[AB]$ de longueur $1\,m$, un point M appartenant au segment $[AB]$ et les deux disques $\mathcal{D}_1$ et $\mathcal{D}_2$ de diamètres respectif $[AM]$ et $[MB]$.



Déterminer le ou les emplacements du point M tels que la somme des aires des disques $\mathcal{D}_1$ et $\mathcal{D}_2$ soit minimale.

11. Equation et ensemble de résolution :

Exercice 2735

On considère l'équation suivante :

$$\frac{1}{2\,x^2 - 3\,x + 1} - \frac{1}{2\,x^2 + 5\,x + 2} = 0$$

1. Déterminer l'ensemble de résolution de cette équation.

2. Déterminer l'ensemble des solutions de cette équation.

Exercice réservé 2734

Résoudre l'équation suivante :

$$(E) : \frac{1}{3x^2 - 8x + 4} + \frac{2}{3x^2 + 10x - 8} = 0$$

Exercice réservé 2750

Résoudre l'équation :

$$\frac{1}{2x^2 + 5x + 3} - \frac{1}{2x^2 + 3x + 1} = 0$$

Exercice 2733

Résoudre les équations suivantes en tenant garde à l'ensemble de résolution de chaque équation :

a. $\sqrt{3x^2 - 2x - 3} = \sqrt{x}$

b. $\dfrac{1}{3x^2 - 8x + 4} = \dfrac{-2}{5x^2 - 6x - 8}$

Exercice réservé 2751

plutot con que chaque exercice que j'ai fait sur cette notation avec fraction rationnelle, la valeur impossible annule les deux quotients .... A changer

Exercice réservé 5055

On considère la fonction f dont l'image d'un nombre réel x est définie par la relation :

$$f(x) = \sqrt{-2x^2 - 3x + 2}$$

1. a. Déterminer l'ensemble de définition de la fonction f.

   b. Dresser le tableau de variations de la fonction f.

2. On considère la droite (d) d'équation : $y = -5\cdot x$.

   a. Résoudre l'équation : $-2x^2 - 3x + 2 = 25\cdot x^2$.

   b. Justifier que la droite (d) intercepte la courbe $\mathscr{C}_f$ représentative de la fonction f en un unique point.

Exercice réservé 2806

Résoudre l'équation suivante :

$$\frac{-3}{\sqrt{-2x + 1}} = -x - 3$$

Exercice 8107

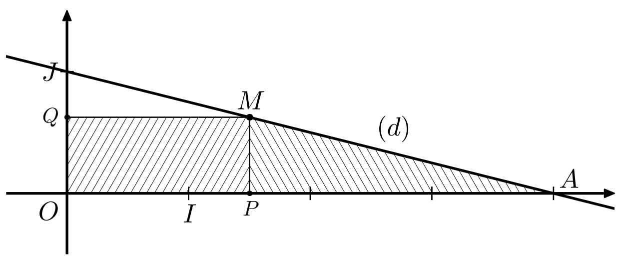
1. Résoudre l'équation : $-6\cdot x^2 - 8\cdot x - 2 = 0$

2. Résoudre l'inéquation : $-4\cdot x^2 + 3\cdot x + 7 \leqslant 0$

12. Problèmes :

Exercice 6691

Dans le plan muni d'un repère $(O\,;I\,;J)$, on considère la droite (d) passant par les points $A(4\,;0)$ et J.



On considère un point M appartenant à la droite (d) et d'abscisse x tel que $x \in \left]0\,;4\right[$.

Déterminer la position du point M sur la droite (d) telle que le rectangle $OPMQ$ et le triangle MPA aient la même aire.

Toute trace de recherche et de prise d'iniatives seront prises en compte au cours de l'évaluation.

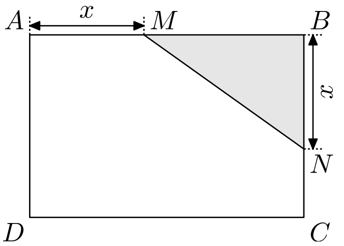
Exercice réservé 5972

Dans cet exercice, toute trace de recherche même incomplète, ou d'initiative même non fructueuse, sera prise en compte dans l'évaluation.

On considère un rectangle $ABCD$ dont les dimensions sont données ci-dessous :

$AB = 6\,m$; $AD = 4\,m$.

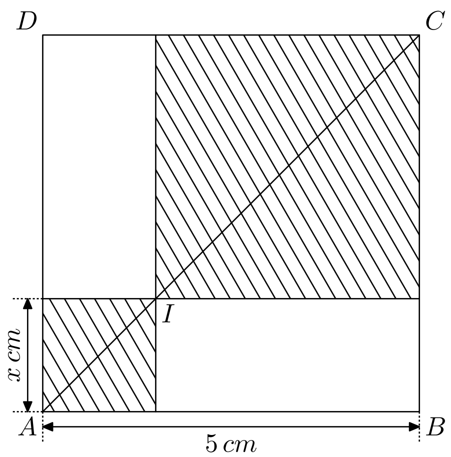
Pour un nombre réel x compris entre 0 et 4, on place les points M et N respectivement sur les



côtés $[AB]$ et $[BC]$ tels que : $AM = x$; $BN = x$

Déterminer la ou les valeurs possibles de x pour que l'aire du triangle MBN soit égales à $\dfrac{1}{6}$ de l'aire totale du rectangle $ABCD$.

Exercice 2955



On considère un carré $ABCD$ de 5 centimètres de côté ; un point I appartient à la diagonale $[AC]$, il est repéré comme l'indique la figure ci-dessous par la longueur x :

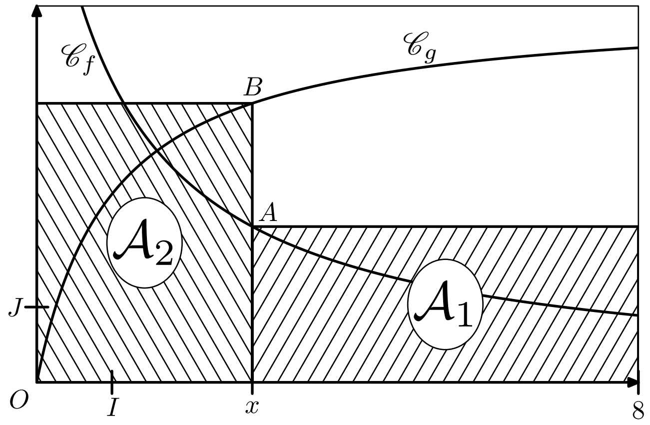
A partir de ce point I, on construit deux carrés de diagonale respectives $[AI]$ et $[IC]$.

Déterminer la valeur de x pour laquelle la somme des aires de ces deux carrés vaut les $^3\!/_4$ de l'aire du carré $ABCD$.

Exercice 2956

Dans le plan muni d'un repère $(O\,;I\,;J)$ orthonormé, on considère la représentation des deux fonctions f et g dont l'image de x est défini par :

$$f(x) = \frac{8}{x+1} \quad ; \quad g(x) = \frac{-6}{x+1} + 6$$



Le nombre x appartient à l'intervalle $[0\,;8]$. On considère les points A et B d'abscisse x appartenant respectivement aux courbes représentatives $\mathscr{C}_f$ et $\mathscr{C}_g$.

Parallèlement aux axes, on construit deux rectangles représentés ci-dessus ; on note $\mathcal{A}_1$ et $\mathcal{A}_2$ chacune de leurs aires.

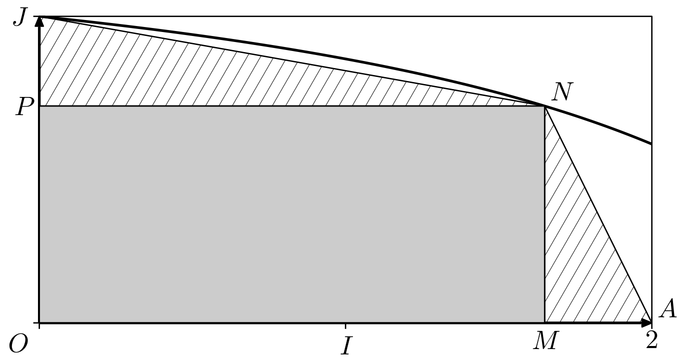
1. Déterminer l'expression des aires $\mathcal{A}_1$ et $\mathcal{A}_2$ en fonction de la valeur de x.
2. Déterminer pour quelles valeurs de x, on a : $\mathcal{A}_2 \geqslant \mathcal{A}_1$

Exercice réservé 7153

On considère la fonction f définie sur l'intervalle $\left[0\,;2\right]$ par la relation :

$$f(x) = \frac{17{\cdot}x - 48}{12{\cdot}x - 48}$$

On représente la courbe $\mathscr{C}_f$ représentative de la fonction f dans le repère $\left(O\,;I\,;J\right)$ orthonormé ci-dessous :

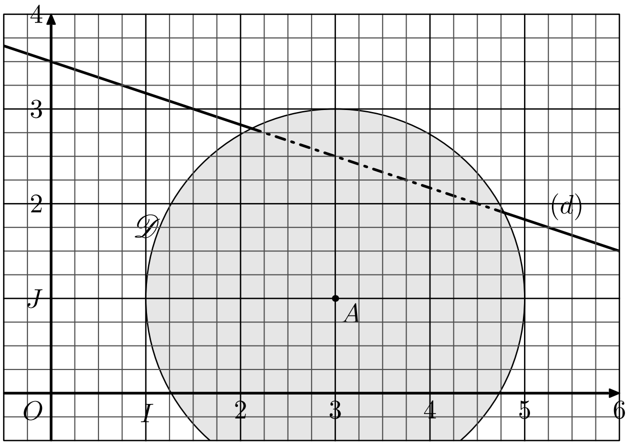


Soit x un nombre appartenant à l'intervalle $\left]0\,;2\right[$. On désigne par N le point d'abscisse x de la courbe $\mathscr{C}_f$. Le point A a pour coordonnées $(2\,;0)$ et le rectangle $OMNP$ est un rectangle dont les côtés sont parallèles aux axes.

Déterminer la ou les valeurs de x afin que les triangles JNP et AMN soient de même aire.

Exercice 8105

Dans le plan muni d'un repère $\left(O\,;I\,;J\right)$, on considère le disque $\mathscr{D}$ de centre $A(3\,;1)$ et de rayon 2 et la droite (d) passant par les points $B(0\,;3{,}5)$ et $C(1{,}5\,;3)$

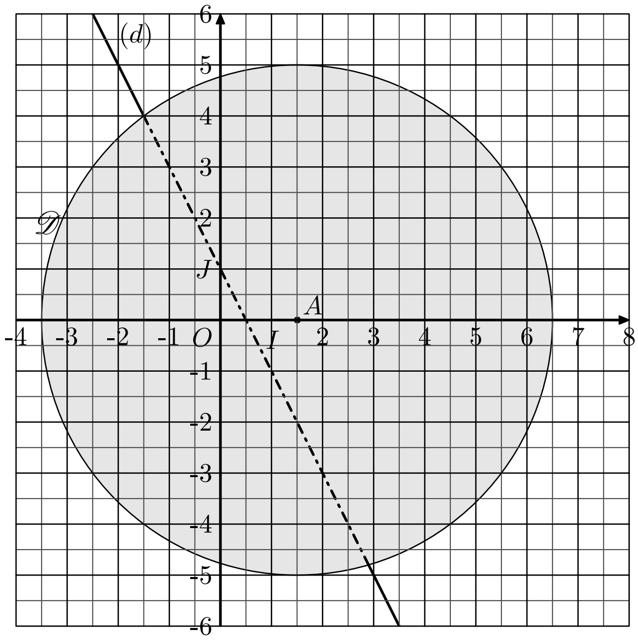


Déterminer l'ensemble des abscisses des points de la droite (d) inclus dans le disque $\mathscr{D}$.

Indication : on s'intéressera à l'ensemble des points M de la droite (d) tels que $AM^2 \leqslant 4$

Exercice 8110

Dans le plan munit d'un repère $(O\,;I\,;J)$, on considère le disque $\mathscr{D}$ de centre $A\left(\frac{3}{2}\,;0\right)$ et de rayon 5 et la droite (d) passant par les points $B(-2\,;5)$ et $C(1\,;-1)$



Déterminer l'ensemble des abscisses des points de la droite (d) inclus dans le disque $\mathscr{D}$.

Indication : on s'intéressera à l'ensemble des points M de la droite (d) tels que $AM^2 \leqslant 4$

Exercice 8196

Un rectangle a pour périmètre $19\,m$ et pour aire $12\,m^2$.

Déterminer les dimensions de ce rectangle.

13. Problèmes et évolutions :

Exercice 8194

Néo a ouvert un compte en 2017 et place le 1^er^ Janvier 2017, le 1^er^ Janvier 2018, le 1^er^ Janvier 2019 toujours la même somme qu'on notera x.
Son compte est rémunéré à un taux constant $4\,\%$ par an.

Sachant que son compte est crédité, au 1^er^ Janvier 2019, de 468,24 €.

Exercice 8195

Un objet coûte au départ 128 € puis subit une réduction de $t\,\%$ pour finalement subir une augmentation de $t\,\%$. Son nouveau prix est de 126 €.

Déterminer la valeur du nombre t associé à chacune de ces évolutions.

14. Un peu plus loin :

Exercice réservé 2299

Voici deux divisions euclidiennes de polynômes :

$$\begin{array}{rrrr|l} 2x^3 & +2x^2 & -16x & -12 & x+3 \\ \cline{5-5} \underline{2x^3} & \underline{+6x^2} & & & 2x^2-4x-4 \\ & -4x^2 & -16x & & \\ & \underline{-4x^2} & \underline{-12x} & & \\ & & -\ 4x & -12 & \\ & & \underline{-\ 4x} & \underline{-12} & \\ & & & 0 & \end{array}$$

$$\begin{array}{rrrr|l} 3x^3 & -5x^2 & +\ x & -7 & x-2 \\ \cline{5-5} \underline{3x^3} & \underline{-6x^2} & & & 3x^2+x+3 \\ & x^2 & +\ x & & \\ & \underline{x^2} & \underline{-2x} & & \\ & & 3x & -7 & \\ & & \underline{3x} & \underline{-6} & \\ & & & -1 & \end{array}$$

Elles permettent d'obtenir les écritures multiplicatives suivantes :

- $2x^3+2x^2-16x-12=(x+3)(2x^2-4x-4)$
  Cette égalité permet d'obtenir les trois racines de ce polynôme du second degré.

- $3x^3-5x^2+x-7=(x-2)(3x^2+x+3)-1$
  Cette égalité permet d'obtenir l'identité suivante appelée "*décomposition en élément simple d'une fraction rationnelle*" :
  $$\frac{3x^3-5x^2+x-7}{x-2}=3x^2+x+3-\frac{1}{x-2}$$

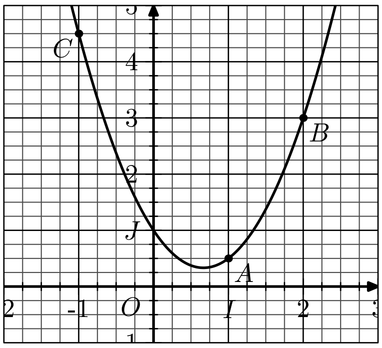
A l'aide de la division euclidienne de polynômes, répondre aux questions suivantes :

1. En remarquant que -3 est une racine de x^3+3x^2-2x+3, déterminer que ce polynôme n'admet aucune autre racine.
2. Montrer que :
$$\frac{2x^3-5x^2+x-4}{2x+1}=x^2-3x+2-\frac{-6}{2x+1}$$

Exercice 205

On considère la fonction f dont l'image de x est définie par la relation :
$$f(x)=a{\cdot}x^2+b{\cdot}x+c$$
où a, b et c sont des nombres réels fixés mais inconnus pour l'instant.

On considère la représentation de la fonction f dans le repère orthogonal $(O\,;\,I\,;\,J)$ ci-dessous :



1. Montrer que les nombres a, b, c doivent vérifier le système d'équation suivante :
$$\begin{cases} a-b+c=\dfrac{9}{2}\\[2mm] a+b+c=\dfrac{1}{2}\\[2mm] 4a+2b+c=3\end{cases}$$
2. Résoudre le système précédent et en déduire l'expression de $f(x)$.

Exercice 2297

1. **Etude théorique :**

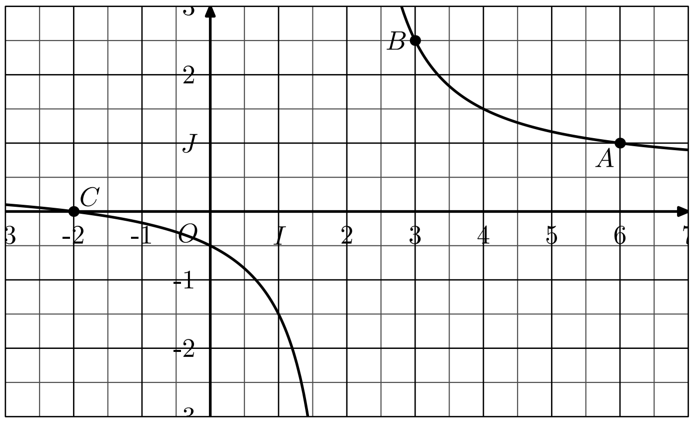
   On admet que pour un trinôme ax^2+bx+c du second degré dont le discriminant Δ est strictement positif, ces deux racines s'expriment sous la forme :
   $$x_1=\frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}\quad ;\quad x_2=\frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}$$
   a. Montrer que la somme des racines vaut $-\dfrac{b}{a}$.
   b. Montrer que le produit des racines vaut $\dfrac{c}{a}$
2. **Application :**

   En utilisant les propriétés établies à la question précédentes, répondre aux questions suivantes :

   a. On considère le polynôme $2x^2+4x-16$. Après avoir trouvé une racine évidente de ce polynôme, déterminer la valeur de l'autre racine.
   b. Déterminer le trinôme du second degré admettant deux racines dont le produit des racines vaut 9 et la somme des racines vaut -6.

Exercice 2708

On représente ci-dessous la courbe représentative de la fonction f, dans le repère orthonormé $(O\,;I\,;J)$ dont l'expression de $f(x)$ s'exprime sous la forme :
$$f(x)=\frac{a{\cdot}x+b}{2{\cdot}x+c}$$
où a, b, c, d sont des nombres réels fixés.



Les points A, B, C de la courbe $\mathscr{C}_f$ appartiennent également au quadrillage.

Déterminer l'équation complète de cette courbe.

Exercice réservé 2736

On considère les deux fonctions f et g dont les images d'un nombre x sont définies par les relations suivantes :
$$f(x)=\frac{1}{x-2}\quad ;\quad g(x)=\sqrt{2x+1}$$

1. a. Déterminer le tableau de variations des fonctions f et g respectivement sur les intervalles $]2\,;+\infty[$ et $\left[-\dfrac{1}{2}\,;+\infty\right[$.
   b. Justifier, à la vue du tableau de variation, que les courbes $\mathscr{C}_f$ et $\mathscr{C}_g$ ne s'interceptent qu'une seule fois sur l'intervalle $]2\,;+\infty[$.
2. On souhaite résoudre l'équation : $(E):\dfrac{1}{x-2}=\sqrt{2x+1}$
   a. Déterminer les valeurs de a, b, c afin que :
   $$(x-2)^2{\cdot}(2x+1)-1=(2x-3)(a{\cdot}x^2+b{\cdot}x+c)$$
   b. En déduire les solutions de l'équation :
   $$(x-2)^2{\cdot}(2x+1)-1=0.$$
   c. Déterminer les solutions de l'équation (E).

Exercice réservé 2739

On munit le plan d'un repère orthonormé $(O\,;I\,;J)$ et on considère les points $A(-0{,}6\,;1{,}2)$ et $B(1\,;0)$

1. Déterminer la mesure de la distance AB.
2. On souhaite déterminer les coordonnées du point C tel que le triangle ABC soit équilatéral :
   a. Justifier que les coordonnées du point C vérifient les deux équations suivantes :
   $$\big(x_C+0{,}6\big)^2+\big(y_C-1{,}2\big)^2=4$$
   $$\big(x_C-1\big)^2+{y_C}^2=4$$
   b. En déduire l'égalité suivante : $y=\dfrac{4}{3}x+\dfrac{1}{3}$

c. En déduire les valeurs possibles de x.

d. Donner les coordonnées des deux points réalisant l'énoncé.

Exercice 2924

Le but de cet exercice est de démontre que les seuls polynômes périodiques sont les polynômes constants.

On utilisera la proposition suivante :

> Tout polynôme réel de degré n admet au maximum n racines réelles.

Notons a un nombre réel non-nul et P un polynôme périodique de période a :

1. On note Q le polynôme définie par :
$Q(x) = P(x) - P(a)$
Justifier que, pour tout $n \in \mathbb{N}$, on a : $Q(n \cdot a) = 0$

2. En conclure que le polynôme P est constant.

Exercice réservé 4569

On considère les deux fonctions f et g définies sur $\left]-2\,;+\infty\right[$ par les relations :
$$f(x) = \frac{x-1}{x^2+1} \quad ; \quad g(x) = \frac{3 \cdot x - 3}{2 \cdot x + 4}$$

1. a. Etablir l'égalité suivante :
$$f(x) - g(x) = \frac{-3 \cdot x^3 + 5 \cdot x^2 - x - 1}{(x^2+1)(2 \cdot x + 4)}$$

b. Déterminer la valeur des réels a, b et c vérifiant la relation suivante :
$$f(x) - g(x) = \frac{(x-1)\left(a \cdot x^2 + b \cdot x + c\right)}{(x^2+1)(2x+4)}$$

2. Déterminer l'ensemble des solutions de l'équation :
$f(x) - g(x) = 0$

3. a. Dresser le tableau de signe de : $f(x) - g(x)$.
(on admettra que le produit $(x^2+1)(2 \cdot x+4)$ est strictement positif sur $\left]-2\,;+\infty\right[$).

b. En déduire la position relative des courbes $\mathscr{C}_f$ et $\mathscr{C}_g$ sur l'intervalle $\left]-2\,;+\infty\right[$.

Exercice réservé 4546

On considère la fonction f dont l'image d'un nombre x est définie par la relation :
$$f(x) = \frac{-x-3}{2 \cdot x^2 - 3}$$

1. Déterminer l'ensemble de définition de la fonction f.

2. Soit g la fonction affine définie par la relation :
$g(x) = x + 3$

a. Déterminer la valeur des réels a, b et c vérifiant l'égalité suivante :
$$f(x) - g(x) = \frac{(1-x)(a \cdot x^2 + b \cdot x + c)}{2 \cdot x^2 - 3}$$

b. En déduire la forme factorisée de $f(x) - g(x)$.

3. a. Dresser le tableau de signe de $f(x) - g(x)$ sur l'intervalle $\left]-\sqrt{\frac{3}{2}}\,;\sqrt{\frac{3}{2}}\right[$.
On admettra que l'expression $2x^2 - 3$ est négative sur $\left]-\sqrt{\frac{3}{2}}\,;\sqrt{\frac{3}{2}}\right[$.

b. En déduire la position relative des courbes $\mathscr{C}_f$ et $\mathscr{C}_g$ sur l'intervalle $\left]-\sqrt{\frac{3}{2}}\,;\sqrt{\frac{3}{2}}\right[$.

15. Un peu plus loin : changement de variables :

Exercice 6793

1. Déterminer les racines du polynômes :
$(P) : \quad x^2 - 8 \cdot x + 4$

2. Développer et simplifier les expressions suivantes :
$a = \left(1 + \sqrt{3}\right)^2 \quad ; \quad b = \left(1 - \sqrt{3}\right)^2$

3. On considère le polynôme (P') d'efini par :
$(P') : \quad x^4 - 8 \cdot x^2 + 4$

a. Montrer que $1 + \sqrt{3}$ est une racine de (P').

b. En déduire les quatre racines du polynôme (P').

Exercice 6877

Résoudre les deux équations suivantes en utilisant le changement de variable :

a. $P : \; x^4 - 5 \cdot x^2 + 4$ b. $P' : \; x^4 + 5 \cdot x^2 + 4$

Exercice 2971

On considère l'expression (E) défini par :
$(E) : \; x^4 - 3x^3 + 4x^2 - 3x + 1 = 0$

1. a. Montrer que si a est solution de l'équation (E) alors $\frac{1}{a}$ l'est aussi.

b. Montrer que l'équation (E) est équivalente à l'équation :
$$(E') : \; x^2 - 3x + 4 - \frac{3}{x} + \frac{1}{x^2} = 0$$

2. a. Développer l'expression suivante :
$$\left(x + \frac{1}{x} - 1\right)\left(x + \frac{1}{x} - 2\right)$$

b. En utilisant le changement de variable $X = x + \frac{1}{x}$, modifier l'équation (E') en une équation du second degré en X.

c. Résoudre l'équation en X obtenu à la question précédente.

d. En déduire les valeurs de x solution de (E').

3. Donner l'ensemble des solutions de l'équation (E).

Exercice 5143

On considère l'équation (E) définie par :
$x^4 - 8x^3 + 2x^2 - 8x + 1 = 0$

1. Montrer que l'équation (E) est équivalente à :

(E'): $x^2 - 8x + 2 - \dfrac{8}{x} + \dfrac{1}{x^2} = 0$

2. Déterminer les réels a, b et c vérifiant la relation :

$$x^2 - 8x + 2 - \frac{8}{x} + \frac{1}{x^2} = a\cdot\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 + b\cdot\left(x + \frac{1}{x}\right) + c$$

3. En posant pour changement de variable $X = x + \dfrac{1}{x}$, résoudre l'équation (E').

16. Un peu plus loin : systèmes d'équations du second degrés :

Exercice 2715

On considère le système suivant :

$$\begin{cases} x \cdot y = -1 \\ (x-2)(2y+3) = 0 \end{cases}$$

1. Vérifier que le couple $\left(\dfrac{2}{3} ; -\dfrac{3}{2}\right)$ est solution de ce système
2. Justifier que les abscisses des solutions de ce système forment l'ensemble des solutions de l'équation suivante sur $\mathbb{R}^*$: $3x^2 - 8x + 4$
3. En déduire l'ensemble des solutions de ce système.

Exercice réservé 2716

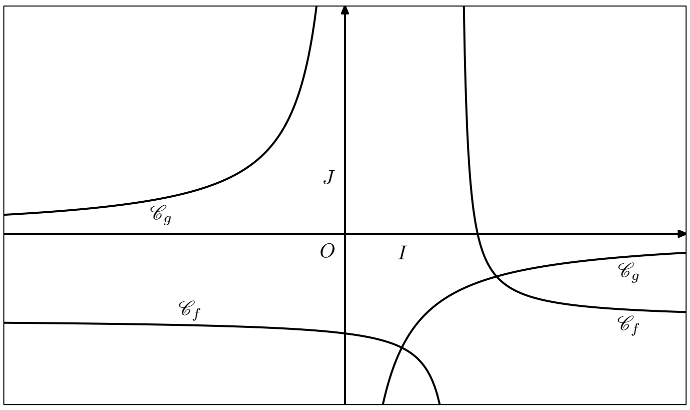
1. Déterminer les solutions du système déquations suivant :

$$\begin{cases} x \cdot y = -2 \\ (2y+3)(x-2) = 1 \end{cases}$$

2. On considère les deux fonctions g définies dont les images d'un nombre x sont définies par les relations suivantes :

$$f(x) = \frac{7-3x}{2x-4} \quad ; \quad g(x) = -\frac{2}{x}$$

Voici la courbe représentative de ces deux fonctions :



a. Justifier que les points d'intersection de ces deux courbes vérifient le système d'équations de la question 1. .

b. En déduire les coordonnées des points d'intersection des courbes $\mathscr{C}_f$ et $\mathscr{C}_g$.

Exercice 2748

Résoudre le système d'équations suivant :

$$\begin{cases} 2x + 3y = 12 \\ x \cdot y = -2 \end{cases}$$

Exercice 1393

Résoudre le système suivant : $\begin{cases} x^2 + 4y^2 = 5 \\ x \times y = 1 \end{cases}$

Indication : Ce système possède quatre couples de solutions.

Exercice 2003

Résoudre le système suivant :

$$\begin{cases} -5x^2 + 4y^2 = -1 \\ x \times y = 1 \end{cases}$$

Indication : ce système admet deux couples comme solutions.

Exercice 2004

Résoudre le système suivant :

$$\begin{cases} -2x^2 - 2y^2 = -4 \\ x \times y = -1 \end{cases}$$

Indication : ce système admet deux couples pour solutions

Exercice 2005

Résoudre le système suivant :

$$\begin{cases} 4x^2 + y^2 = -3 \\ x \times y = 1 \end{cases}$$

Indication : ce système n'admet aucun couple comme solution.

Exercice réservé 2006

Résoudre le système suivant :

$$\begin{cases} -1x^2 + 9y^2 = 9 \\ x \times y = -2 \end{cases}$$

Exercice réservé 2007

$$\begin{cases} -10x^2 + 4y^2 = 6 \\ x \times y = -2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -7x^2 + 4y^2 = 9 \\ x \times y = -2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -4x^2 + 3y^2 = 8 \\ x \times y = -2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -2x^2 + 1y^2 = -1 \\ x \times y = -1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 1x^2 + -8y^2 = -7 \\ x \times y = 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x^2 + -7y^2 = 1 \\ x \times y = 2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3x^2 + -5y^2 = 7 \\ x \times y = -2 \end{cases}$$

$$\left\{\begin{array}{rl} 4x^2+-4y^2 &= -7 \\ x\times y &= 3 \end{array}\right.$$

$$\left\{\begin{array}{rl} 5x^2+-4y^2 &= 4 \\ x\times y &= -4 \end{array}\right.$$

$$\left\{\begin{array}{rl} 6x^2+-5y^2 &= 9 \\ x\times y &= -9 \end{array}\right.$$

Exercice réservé 2008

Résoudre le système suivant :

$$\left\{\begin{array}{rl} 6x^2+7y^2 &= -8 \\ x\times y &= -5 \end{array}\right.$$

255. Partage :

Exercice réservé 9013

Recopier la proposition 8, la définition 9 et le théorème 11 du polycopié sur le second degré et résoudre les équations suivantes :

a. $x^2+2x-15=0$

b. $3x^2-5x+7=0$

c. $3x^2-24x+48=0$

d. $6x^2-7x+2=0$

e. $2x^2+3x+3=0$

f. $x^2-2x-6=0$

255. Exercices non-classés :

Exercice 5821

On considère la fonction f dont l'image d'un nombre x est définie par :

$$f(x)=\frac{2}{x-\sqrt{-x^2+6x-8}}$$

1. a. Résoudre l'inéquation : $-x^2+6x-8\geqslant 0$.

   b. Démontrer que l'équation suivante n'admet aucune solution :

   $$x=\sqrt{-x^2+6x-8}$$

   c. Donner l'ensemble de définition $\mathcal{D}_f$ de la fonction f

2. Démontrer que la fonction f est positive sur son ensemble de définition.

Exercice réservé 7248

Résoudre le système d'équations :

$$\left\{\begin{array}{rl} x^2+y^2+z^2 &= 1 \\ x+y+z &= 1 \end{array}\right.$$

