Première S/Etude de suites

1. Suites : formules explicites :

Exercice 5090

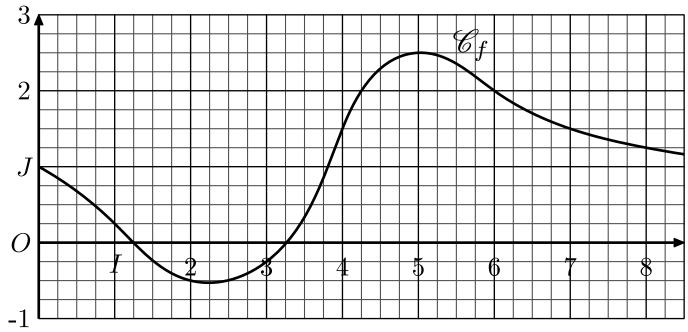
On considère l'algorithme suivant :

```
Pour i allant de 0 à 5
    a ← i×(i−1)
Fin Pour
```

1. Lors de l'exécution pas à pas de cet algorithme, donner les valeurs prises par la variable `a`.
2. Donner l'expression d'une suite (u_n) dont les six premiers termes sont les valeurs affichées par l'algorithme.

Exercice 5089

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}_+$ dont la courbe représentative $\mathscr{C}_f$ est donnée dans le repère orthonormé $(O\,;I\,;J)$ ci-dessous :



On définit la suite (u_n) par la relation :
$u_n = f(n)$ pour tout entier $n\in\mathbb{N}$.

1. Justifier que le terme u_4 a pour valeur $\dfrac{3}{2}$.
2. Déterminer la valeur des termes :
u_0 ; u_1 ; u_2 ; u_3 ; u_4 ; u_5 ; u_6

Exercice 1585

Déterminer les 5 premiers termes des suites suivantes :

a. $u_n = 2{\cdot}n^2 - n + 1$

b. $v_n = \dfrac{2{\cdot}n+1}{2-3{\cdot}n}$

c. $w_n = \sqrt{3n+25}$

d. $x_n = 3{\cdot}\big[1+(-1)^n\big]+2$

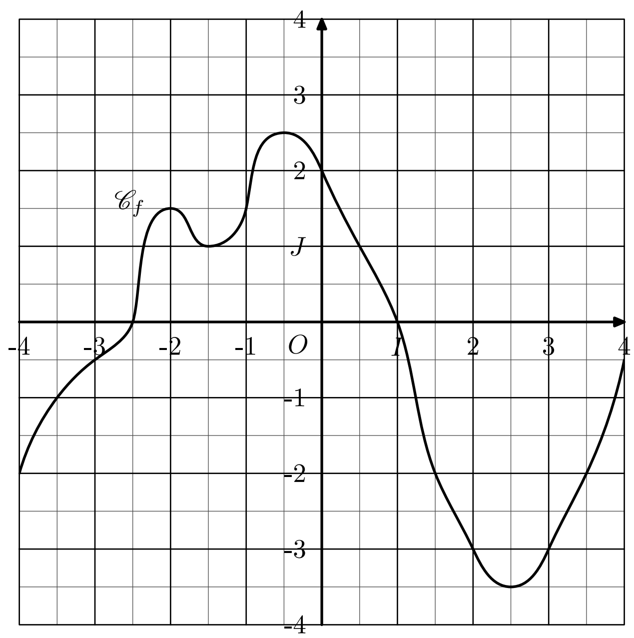
Exercice 2387

1. On considère la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ définie par la formule explicite :
$u_n = 5+2{\times}n$ pour tout entier naturel n.
   a. Exprimer la valeur u_{n-3} en fonction de n.
   b. Donner la forme simplifiée de $u_{n-3}+u_3$.
   c. Donner la forme simplifiée de $u_{n-5}+u_5$.
   d. Soit k et n deux entiers tels que $k\leqslant n$. Montrer que u_k+u_{n-k} a sa valeur indépendante de k.
2. On considère la suite $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ définie par la formule explicite :
$v_n = 2n^2-3n+2$ pour tout entier naturel n.
On souhaite étudier la différence entre deux termes consécutifs de la suite (v_n) :
   a. Donner l'expression du terme v_{n+1} en fonction de n.
   b. Etudier la valeur de $v_{n+1}-v_n$ en fonction de n.

2. Suites : formules récurrentes :

Exercice réservé 2378

On considère la fonction f définie sur $[-4\,;4]$ dont la courbe représentative $\mathscr{C}_f$ est donnée ci-dessous :



On considère la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ définie par la relation

$u_0 = 2 \quad ; \quad u_{n+1} = f(u_n) \quad$ pour tout $n\in\mathbb{N}$

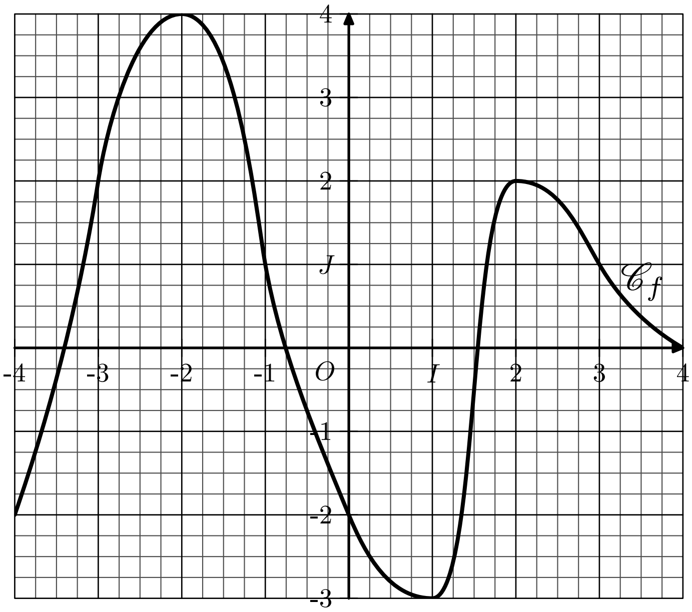
1. Montrer que le terme u_1 est égal à -3.
2. Justifier les égalités suivantes :

   a. $u_2 = -0{,}5$ b. $u_3 = 2{,}5$
3. Compléter le tableau suivant :

n	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
u_n										

Exercice 2978

Dans le plan muni d'un repère orthonormé $(O\,;I\,;J)$, on considère la représentation $\mathscr{C}_f$ d'une fonction f définie sur l'intervalle $[-4\,;4]$:



On considère les suites $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ et $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ vérifiant les relations :

$u_{n+1} = f(u_n) \quad ; \quad v_{n+1} = f(v_n) \quad$ pour tout $n\in\mathbb{N}$

vérifiant les conditions initiales suivantes :

$u_0 = -1 \quad ; \quad v_0 = -4$

Déterminer les 100 premiers termes de chacune de ces deux suites.

Exercice 2377

1. On définit la suite par récurrence $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ par la relation :

   $u_0=5 \quad ; \quad u_{n+1}=2\cdot u_n-1 \quad$ pour tout $n\in\mathbb{N}$

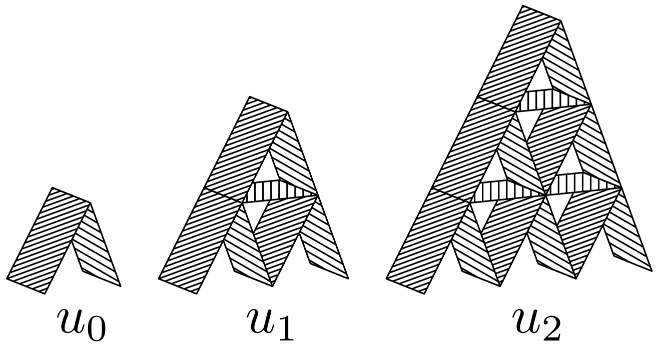
   Déterminer les cinq premiers termes de la suite (u_n).
2. On définit la suite par récurrence $(v_n)_{n\in\mathbb{N}^*}$ par la relation :

   $v_1=-2 \quad ; \quad v_{n+1}=\dfrac{1-v_n}{n} \quad$ pour tout $n\in\mathbb{N}^*$

   Déterminer les cinq premiers termes de la suite (v_n).

Exercice 2986

On considère la construction d'un château de cartes :



On considère la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ désignant le nombre de cartes utilisées dans la construction du château à l'étape n.

1. Déterminer les quatre premiers termes de la suite (u_n).
2. Pour tout entier naturel n, déterminer une expression du terme u_{n+1} en fonction du terme précédent u_n et du rang n.
3. A quel étape de construction peut-on arriver avec deux jeux de 72 cartes?

Exercice 5041

Justifier que, dans chaque question, les informations ci-dessous ne définissent pas de suites :

a. $u_0 = 5 \quad ; \quad u_{n+1} = 2\cdot u_n - 3 \quad$ pour tout $n\in\mathbb{N}^*$

b. $u_0 = 1 \quad ; \quad u_1 = 4 \quad ; \quad u_{n+1} = u_n - 3 \quad$ pour tout $n\in\mathbb{N}$

c. $u_0 = 3 \quad ; \quad u_n = 2\cdot u_{n-1} - 2 \quad$ pour tout $n\in\mathbb{N}$

d. $u_0 = -1 \quad ; \quad u_n = \dfrac{u_{n-1}-2}{u_{n-1}+1} \quad$ pour tout $n\in\mathbb{N}^*$

Exercice 5091

On considère l'algorithme suivant :

```
a ← 2
Pour i allant de 0 à 5
    a ← a×2
Fin Pour
```

1. Lors de son exécution pas à pas, indiquer les différentes valeurs prises par la variable `a`
2. Parmi les exrpressions choisies qu'elle*(s)* peuvent être l'expression d'une suite (u_n) afin que ses six premiers termes soient les valeurs prises par la variable `a` lors de l'exécution de l'algorithme précédent :

a. $u_n = 2\cdot n,\quad \forall n\in\mathbb{N}$

b. $u_n = 2^n,\quad \forall n\in\mathbb{N}$

c. $u_n = 2^{n+1},\quad \forall n\in\mathbb{N}$

d. $\begin{cases} u_0 = 2 \\ u_{n+1} = 2\cdot u_n,\ \forall n\in\mathbb{N}\end{cases}$

e. $\begin{cases} u_0 = 2 \\ u_n = 2\cdot u_{n+1},\ \forall n\in\mathbb{N}\end{cases}$

f. $\begin{cases} u_0 = 2 \\ u_n = 2\cdot u_{n-1},\ \forall n\in\mathbb{N}^*\end{cases}$

Exercice 5092

On considère l'algorithme suivant :

```
a ← −1
Pour i allant de 0 à 4
    a ← a×2−i+1
Fin Pour
```

1. Donner les différentes valeurs prises par la variable `a` lors d'une exécution pas à pas de cet algorithme.

2. Donner l'expression d'une suite (u_n) dont les cinq premiers termes sont les différentes valeurs prises par la variable a lors de l'exécution de cet algorithme.

Exercice 5104

Dans chaque cas, déterminer les quatre premiers termes de la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$:

a. $u_n = \dfrac{2n^2+n+5}{n+1}$ pour tout $n\in\mathbb{N}$

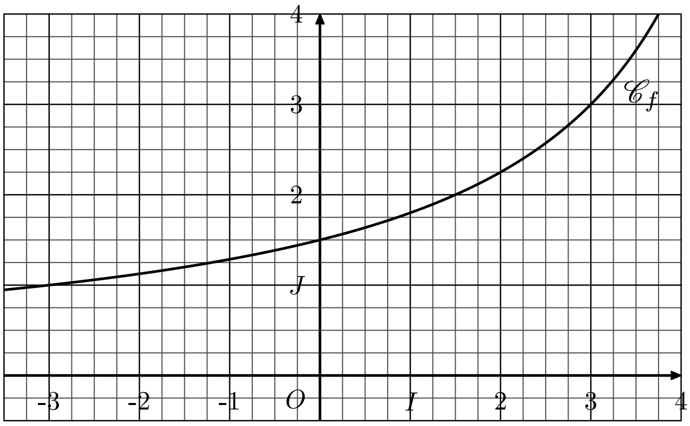
b. $u_0 = 2$; $u_{n+1} = \dfrac{1}{2}\cdot u_n + 3$ pour tout $n\in\mathbb{N}$

c. $u_0 = -1$; $u_{n+1} = u_n + n - 2$ pour tout $n\in\mathbb{N}$

d. $u_0 = 2$; $u_1 = 3$; $u_{n+1} = u_n + 2\cdot u_{n-1}$ pour tout $n\in\mathbb{N}^*$

Exercice réservé 5106

On considère la fonction f définie par : $f(x)=\dfrac{9}{6-x}$ dont la courbe représentative $\mathscr{C}_f$ est donnée dans le repère $(O\,;I\,;J)$ orthonormé ci-dessous :



On définit la suite (u_n) par :

$u_0 = -3$; $u_{n+1} = \dfrac{9}{6-u_n}$ pour tout $n\in\mathbb{N}$

1. Déterminer algébriquement la valeur des quatre premiers termes de la suite (u_n).

2. Graphiquement, placer sur l'axe des abscisses les six premiers termes de la suite (u_n).

Exercice réservé 5134

Pour chacune des questions, déterminer les cinq premiers termes de la suite (u_n) définie par :

1. $u_n = \dfrac{3\cdot n^2+n+2}{n+2}$ pour tout $n\in\mathbb{N}$

2. $v_0 = 1$; $v_{n+1} = \dfrac{-4\cdot v_n}{3\cdot n-4}$ pour tout $n\in\mathbb{N}$

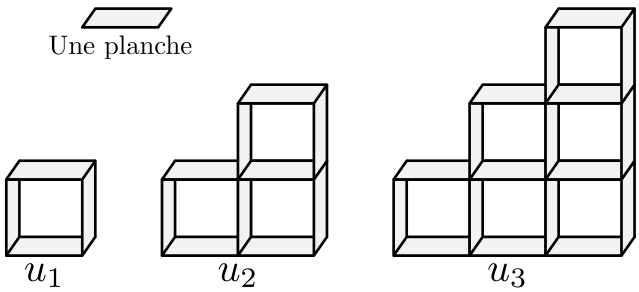
Exercice 5857

1. On considère la suite (u_n) définie par :
$$\begin{cases} u_0 = 3 \quad ; \quad u_1 = 1 \\ u_{n+2} = 2\cdot u_{n+1} + u_n \quad \text{pour tout } n\in\mathbb{N} \end{cases}$$
Donner les cinq premiers termes de la suite (u_n).

2. On considère la suite (v_n) définie par :
$v_0 = -3$; $v_{n+1} = n - 2\cdot v_n$ pour tout $n\in\mathbb{N}$
Donner les quatre premiers termes de la suite (v_n).

Exercice 5858

On construit successivement un objet comme le représente le schéma ci-dessous :



Pour tout entier naturel n non-nul, on note u_n le nombre de planches nécessaires pour construire la figure à l'étape n.

Donner une relation de récurrence caractérisant la suite (u_n).

3. Reconnaissances du mode de génération d'une suite :

Exercice réservé 2379

1. Pour chaque suite, déterminer la formule explicite définissant les termes de la suite en fonción de n :
   a. $(2\,,4\,,6\,,8\,,10\,,\ldots)$
   b. $(3\,,7\,,11\,,15\,,19\,,\ldots)$
   c. $(-1\,,2\,,-4\,,8\,,-16\,,32\,,\ldots)$
   d. $(1\,,3\,,\sqrt{17}\,,5\,,\sqrt{33}\,,\sqrt{41}\,,\ldots)$
   e. $\left(2\,,\frac{3}{2}\,,\frac{4}{3}\,,\frac{5}{4}\,,\ldots\right)$

2. Pour chaque suite, déterminer la formule de récurrence reliant un terme à son prédécesseur.
   a. $(2\,,5\,,8\,,11\,,14\,,\ldots)$
   b. $(2\,,6\,,18\,,54\,,162\,,\ldots)$
   c. $(6\,,-6\,,6\,,-6\,,6\,,-6\,,\ldots)$
   d. $(1\,,3\,,7\,,15\,,31\,,\ldots)$

Exercice 2953

On considère la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ définie par la relation de récurrence suivante :

$u_0 = 3$; $u_{n+1} = \dfrac{1-u_n}{1+u_n}$ pour tout $n\in\mathbb{N}$

1. Déterminer les cinq premiers termes de la suite (u_n).

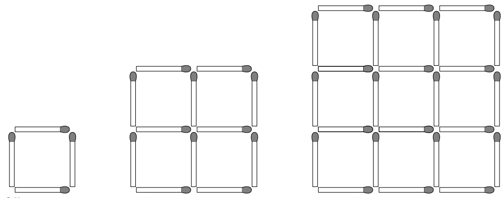
2. Montrer qu'on a la relation suivante :
$u_{n+2} = u_n$ pour tout $n\in\mathbb{N}$

3. Que peut-on dire des termes de cette suite?

4. Déterminer la valeur des réels a et b vérifiant la relation suivante :
$$u_n = a\cdot\big[1-(-1)^n\big]+b \quad \text{pour tout } n\in\mathbb{N}$$

Exercice réservé 6132

On considère les constructions suivantes :



1^{er} étape $\quad$ $2^{\text{ième}}$ étape $\quad$ $3^{\text{ième}}$ étape

On note (u_n) la suite numérique définie sur $\mathbb{N}^*$ où u_n représente le nombre d'allumettes nécessaire à la construction de la $n^{\text{ième}}$ étape.

1. Déterminer une relation de récurrence entre un terme de la suite (u_n) et de son prédécesseur.

2. On considère la suite (v_n) définie par la relation :
$$v_n = 2\cdot n^2+2\cdot n \quad \text{pour tout } n\in\mathbb{N}$$
A l'aide d'un tableur, déterminer les 10 premieres termes des suites (u_n) et (v_n).

4. Lien entre formule récurrente et formule explicite :

Exercice réservé 2384

1. Soit $(u_n)_{n\in\mathbb{N}^*}$, la suite définie par la relation de récurrence et la condition initiale :
$$u_1 = 1 \quad ; \quad u_{n+1} = \frac{1}{1+\dfrac{1}{u_n}} \quad \text{pour tout } n\in\mathbb{N}^*$$
Calculer les 6 premiers termes de la suite.

2. Soit $(v_n)_{n\in\mathbb{N}^*}$ la suite dont le terme de rang n a pour valeur : $v_n = \dfrac{1}{n}$ pour tout $n\in\mathbb{N}^*$
   a. Donner la valeur de v_1.
   b. Donner l'expression réduite de l'expression :
   $$v_{n+1}\times\Big(1+\frac{1}{v_n}\Big)$$
   c. En déduire que : $v_{n+1} = \dfrac{1}{1+\dfrac{1}{v_n}}$

3. Que pouvez-vous dire des suites (u_n) et (v_n)?

Exercice réservé 2385

1. On définit les termes de la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ par la relation :
$$u_n = 2^n+3n+1 \quad \text{pour tout } n\in\mathbb{N}$$
Donner les 4 premiers termes de la suite (u_n).

2. On définit la suite $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ par la relation de récurrence suivante :
$$v_0 = 2 \quad ; \quad v_{n+1} = 2v_n-3n+2 \quad \text{pour tout } n\in\mathbb{N}$$
   a. En étudiant la relation de récurrence précédente, montrer que $v_1 = 6$.
   b. Déterminer la valeur des termes v_2 et v_3.

3. Faire une conjecture quant à l'égalité des suites (u_n) et (v_n).

4. a. Donner une expression simplifiée de la différence : $u_{n+1}-2u_n$
   b. Montrer que (u_n) vérifie la relation de récurrence suivante :
   $$u_{n+1} = 2u_n-3n+2 \quad \text{pour tout } n\in\mathbb{N}.$$
   c. En déduire l'égalité des suites (u_n) et (v_n).

Exercice 2383

1. On considère la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ définie par la relation de récurrence :
$$u_0 = 2 \quad ; \quad u_{n+1} = \frac{1}{3}u_n+1 \quad \text{pour tout } n\in\mathbb{N}$$
Calculer les 4 premiers termes de la suite (u_n)

2. On considère la suite $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ dont le terme de rang n est définie par la relation :
$$v_n = \frac{1}{2}\cdot\Big(\frac{1}{3}\Big)^n+\frac{3}{2}$$
Calculer les 4 premiers termes de la suite (v_n).

3. Faire une conjecture quant à l'égalité des suites (u_n) et (v_n).

4. a. Donner en fonction de n, la valeur de :
   $$v_{n+1}-\frac{1}{3}v_n$$
   b. En déduire l'égalité des suites (u_n) et (v_n).

Exercice réservé 5136

Soit (u_n) la suite définie pour tout entier naturel n par :
$$u_n = 3^n+n-1$$

1. a. Donner l'expression du terme u_{n+1} en fonction de n.
   b. Simplifier l'écriture de l'expression : $3\cdot u_n-2n+3$

2. Comparer les deux suites (u_n) et (v_n) où (v_n) est définie par :
$$v_0 = 0 \quad ; \quad v_{n+1} = 3\cdot v_n-2\cdot n+3 \quad \text{pour tout } n\in\mathbb{N}$$

Exercice réservé 5105

On considère la suite (u_n) définie par :
$$u_0 = 1 \quad ; \quad u_{n+1} = -\frac{1}{2}\cdot u_n+1 \quad \text{pour tout } n\in\mathbb{N}$$

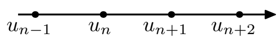
1. Déterminer les quatre premiers termes de cette suite.

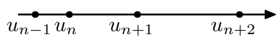
2. a. Etablir l'égalité suivante pour tout $n\in\mathbb{N}$:

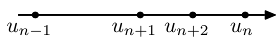
$$u_{n+2}=\frac{1}{4}\cdot u_n+\frac{1}{2}$$

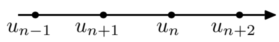
b. Etablir l'égalité suivante pour tout $n\in\mathbb{N}$:
$$u_{n+2}=\frac{u_n+u_{n+1}}{2}$$

3. En représentant quatre termes de la suite (u_n) sur une droite graduée, quelle serait, parmi les quatre propositions ci-dessous, l'allure de leur représentation?

a. 

b. 

c. 

d. 

5. Suites conjointes :

Exercice 5173

On considère les deux suites (a_n) et (b_n) définies conjointement par les relations :
$$\begin{cases} a_0 = 0{,}40 \\ b_0 = 0{,}41 \end{cases} ; \begin{cases} a_{n+1} = 0{,}6a_n+0{,}3b_n \\ b_{n+1} = 0{,}3a_n+0{,}6b_n \end{cases} \text{ pour tout } n\in\mathbb{N}$$

1. Donner la valeur exacte des trois premiers termes de chacune des suites (a_n) et (b_n).

2. On définit les deux suites (u_n) et (v_n) définies sur $\mathbb{N}$ par :
$$u_n=a_n+b_n \quad ; \quad v_n=b_n-a_n \quad \text{pour tout } n\in\mathbb{N}.$$

a. Démontrer que la suite (u_n) est une suite géométrique de raison 0,9. On précisera également le premier terme.

b. Démontrer que la suite (v_n) est une suite géométrique dont on précisera les élèments caractéristiques.

Exercice réservé 6648

On considère les deux suites (a_n) et (b_n) définies conjointement par les deux relations :
$$\begin{cases} a_0 = 0 \\ a_{n+1} = \dfrac{2}{3}\cdot a_n+\dfrac{1}{3}\cdot b_n \end{cases} \quad \begin{cases} b_0 = 12 \\ b_{n+1} = \dfrac{1}{4}\cdot a_n+\dfrac{3}{4}\cdot b_n \end{cases} \quad \forall n\in\mathbb{N}$$

1. On définit la suite (u_n) par la relation :
$$u_n=b_n-a_n$$

a. Etablir que la suite (u_n) vérifie la relation récurrente :
$$u_{n+1}=\frac{5}{12}\cdot u_n$$

b. Donner la nature de la suite (u_n) et ses éléments caractéristiques.

c. Donner la somme S' des 10 premiers termes de la suite (u_n).

2. On définit la suite (v_n) par la relation :
$$v_n=3\cdot a_n+4\cdot b_n$$

a. Montrer que la suite (v_n) est constante.

b. Déterminer la somme S'' des 10 premiers termes de la suite (v_n).

3. En déduire la somme S définie par :
$$S=b_0+b_1+\cdots+b_9$$

6. Variations :

Exercice 5491

1. On considère la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ définie par :
$$u_n=\frac{3^n}{2n+1} \quad \text{pour tout } n\in\mathbb{N}$$

a. Simplifier l'expression : $\dfrac{u_{n+1}}{u_n}-1$.

b. En déduire les variations de la suite (u_n) sur $\mathbb{N}$.

2. On considère la suite $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ définie par :
$$v_n=\frac{1-n}{1+n} \quad \text{pour tout } n\in\mathbb{N}$$

a. Déterminer une expression simplifiée de $v_{n+1}-v_n$.

b. En déduire les variations de la suite (v_n) sur $\mathbb{N}$.

Exercice 2522

1. Montrer que la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ définie par :
$$u_n=\frac{5^n}{n+2} \quad \text{pour tout } n\in\mathbb{N}$$
est une suite croissante sur $\mathbb{N}$.

2. Soit $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ définie par la relation explicite :
$$v_n=n^3-2n^2-3n$$

a. Donner l'expression réduite de : $v_{n+1}-v_n$.

b. En déduire que la suite (v_n) est croissante pour n supérieur à 2.

Exercice réservé 2670

1. Déterminer le sens de variation de la suite (u_n) définie par la relation :
$$u_n=n\times(0{,}4)^n \quad \text{pour tout } n\in\mathbb{N}^*$$

2. On considère la suite $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ définie par la relation :
$$v_n=n^3-4n^2+n-3 \quad \text{pour tout } n\in\mathbb{N}$$

a. Simplifier l'expression : $v_{n+1}-v_n$.

b. En déduire le sens de variation de la suite (v_n).

Exercice réservé 2451

Etudier le sens de variation de chacune des suites suivantes :

1. La suite (u_n) est définie par la formule explicite :
$$u_n=\frac{2^n}{3n} \quad \text{pour tout } n\in\mathbb{N}^*$$

2. La suite $\left(v_n\right)$ est définie par la formule explicite :
$$v_n = \frac{5+n}{n} \quad \text{pour tout } n\in\mathbb{N}^*$$

Exercice 3401

1. On considère la suite $\left(u_n\right)$ définie par :
$$u_n = \frac{n^2+10}{2n} \quad \text{pour tout } n\in\mathbb{N}^*$$

Justifier que $\left(u_n\right)$ est croissante à partir du rang 3.

2. On considère la suite $\left(v_n\right)$ définie par :
$$v_n = \frac{n}{2^{n+1}} \quad \text{pour tout } n\in\mathbb{N}^*$$

Montrer que $\left(v_n\right)$ est décroissante à partir du rang 2.

7. Variations : suites arithmétiques et géométriques :

Exercice 6016

On considère la suite géométrique $\left(v_n\right)$ de premier terme 24 et de raison $\dfrac{1}{2}$.

1. Donner les quatre premiers termes de la suite $\left(v_n\right)$.
2. Exprimer la valeur du terme v_n en fonction de son rang n.
3. Démontrer que la suite $\left(v_n\right)$ est décroissante.

Exercice 6015

On considère la suite arithmétique $\left(u_n\right)$ de premier terme 5 et de raison 2.

1. Donner les quatre premiers termes de la suite $\left(u_n\right)$.
2. Exprimer la valeur du terme u_n en fonction de son rang n.
3. Démontrer que la suite $\left(u_n\right)$ est croissante.

Exercice 6653

Dans chaque cas, préciser, si possible, le sens de variation des suites :

1. $\left(u_n\right)$ est une suite arithmétique dont le premier terme est positif et la raison négative.
2. $\left(v_n\right)$ est une suite géométrique dont le premier terme est négatif et la raison est strictement supérieure à 1.
3. $\left(w_n\right)$ est une suite géométrique dont le premier terme est positif et la raison est négative.

8. Variations : autres suites :

Exercice 5368

On considère la suite $\left(u_n\right)$ définie par :
$$u_0 = 3 \quad ; \quad u_{n+1} = \frac{3}{4}\cdot u_n + \frac{1}{2} \qquad \text{pour tout entier } n\in\mathbb{N}$$

1. On considère la suite $\left(v_n\right)$ définie par la relation suivante pour tout entier naturel n :
$$v_n = \frac{1}{2}\cdot u_n - 1$$
   a. Etablir l'égalité ci-dessous pour tout entier naturel n :
   $$v_{n+1} = \frac{3}{4}\cdot v_n$$
   b. Donner le sens de variation de la suite $\left(v_n\right)$.
2. En déduire le sens de variation de la suite $\left(u_n\right)$.

Exercice réservé 6017

On considère la suite $\left(u_n\right)$ définie par :
$$u_0 = 7 \quad ; \quad u_{n+1} = \frac{1}{3}\cdot u_n + 4 \text{ pour tout entier } n\in\mathbb{N}$$

1. On considère la suite $\left(v_n\right)$ définie par la relation suivante pour tout entier naturel n :
$$v_n = u_n - 6$$
   a. Etablir l'égalité ci-dessous pour tout entier naturel n :
   $$v_{n+1} = \frac{1}{3}\cdot v_n$$
   b. Donner le premier terme de la suite $\left(v_n\right)$.
   c. Donner le sens de variation de la suite $\left(v_n\right)$.
2. En déduire le sens de variation de la suite $\left(u_n\right)$.

Exercice 6042

On considère la suite $\left(u_n\right)$ définie sur $\mathbb{N}$ par la relation :
$$u_0 = 1 \quad ; \quad u_{n+1} = \frac{1}{2}\cdot u_n - 3 \quad \text{pour tout } n\in\mathbb{N}$$

1. On définit la suite $\left(v_n\right)$ sur $\mathbb{N}$ par la relation :
$$v_n = 2\cdot u_n + 12$$
   a. Démontrer la relation : $v_{n+1}=\dfrac{1}{2}\cdot v_n$ pour tout $n\in\mathbb{N}$.
   b. Donner l'expression des termes de la suite $\left(v_n\right)$ en fonction de n. Justifier votre démarche.
2. a. Justifier que pour tout entier naturel n, on a :
   $$u_n = 14\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^{n+1} - 6$$
   b. En déduire le sens de variation de la suite $\left(u_n\right)$

Exercice réservé 6063

Soit $\left(u_n\right)$ la suite numérique définie sur $\mathbb{N}$ par :
$$u_0 = 3 \quad ; \quad u_{n+1} = 2\cdot u_n - n + 1 \quad \text{pour } n\in\mathbb{N}$$

1. Calculer u_1, u_2 et u_3.

2. On désigne par (v_n) la suite définie sur $\mathbb{N}$ par :
$v_n = u_n - n$

   a. Justifier que pour tout entier naturel n, on a la relation :
$v_{n+1} = 2{\cdot}v_n$

   b. Déterminer la nature et les élèments caractéristiques de la suite (v_n).

3. a. Justifier que pour tout entier naturel n, on a :
$u_n = 3{\times}2^n + n$

   b. En déduire le sens de variation de la suite (u_n).

9. Variations : suites explicites :

Exercice 2386

On considère la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ dont le terme de rang n est donné par la formule :
$u_n = n^2 - 7n + 1$

1. A l'aide de la calculatrice, compléter le tableau ci-dessous :

n	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
u_n											

2. Après avoir donner le tableau de variations de la fonction f dont l'image de x est défini par :
$f(x) = x^2 - 7x + 1$
Etablir que la suite (u_n) est croissante à partir du rang 4.

Exercice 2382

1. La suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est définie par :
$u_n = -2n^2 - 3n + 2 \quad$ pour tout $n\in\mathbb{N}$

Etudier la monotonie de chacune des suites ci-dessous, en étudiant la fonction f vérifiant la relation :
$u_n = f(n) \quad$ pour tout $n\in\mathbb{N}$

2. La suite $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est définie par :
$$v_n = \frac{2n^2+1}{2n+5} \quad \text{pour tout } n\in\mathbb{N}$$
On considère la fonction f définie par la relation :
$$f(x) = \frac{2x^2+1}{2x+5}$$

   a. Donner l'ensemble de définition $\mathcal{D}_f$ de la fonction f.

   b. Etablir que la fonction f' dérivée de la fonction f admet pour expression sur $\mathcal{D}_f$:
$$f'(x) = \frac{4x^2+20x-2}{(2x+5)^2}$$

   c. Dresser le tableau de variations de la fonction f.

   d. Justifier que la suite (u_n) est croissante à partir du rang 1.

   e. Peut-on dire que la suite (v_n) est croissante sur $\mathbb{N}$?

Exercice 2410

Déterminer la monotonie de la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ définie par la formule explicite suivante :
$$u_n = \frac{n^2-1}{\sqrt{n}} \quad \text{pour tout } n\in\mathbb{N}.$$

10. Variations : quotient de termes consécutifs :

Exercice 2381

Dans cet exercice, on mettra en évidence la monotonie des suites par la méthode des quotients.

1. On considère la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ définie par :
$$u_n = \frac{3^n}{4} \quad \text{pour tout } n\in\mathbb{N}.$$
Montrer que (u_n) est strictement croissante.

2. La suite $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est définie par :
$$v_n = \frac{n}{2^{n+1}} \quad \text{pour tout } n\in\mathbb{N}$$
Montrer que (v_n) est strictement décroissante à partir du rang 2.

Exercice réservé 2450

1. On consière la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}^*}$ définie par la formule explicite :
$$u_n = \frac{1{,}2^n}{n} \quad \text{pour tout } n\in\mathbb{N}^*.$$

   a. Donner l'expression simplifiée de $\dfrac{u_{n+1}}{u_n}$.

   b. Montrer que (u_n) est croissante à partir du rang 5.

2. On consière la suite $(v_n)_{n\in\mathbb{N}^*}$ définie par la formule explicite :
$$v_n = \frac{1{,}2^n}{n^2} \quad \text{pour tout } n\in\mathbb{N}^*.$$

   a. Donner l'expression simplifiée de $\dfrac{v_{n+1}}{v_n}$.

   b. Dresser le tableau de signe du polynôme $x^2-10x-5$.

   c. En déduire que la suite (v_n) est croissante à partir du rang 11.

11. Variations : différence de termes consécutifs :

Exercice 5367

Soit $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ la suite définie par :
$u_0=1$; $u_{n+1}=u_n-{u_n}^2-1$ pour tout $n\in\mathbb{N}$

1. A l'aide de la calculatrice, compléter le tableau ci-dessous :

n	0	1	2	3	4
u_n					

2. En étudiant la différence de deux termes consécutifs, montrer que la suite (u_n) est décroissante.

Exercice 2380

Dans cet exercice, on utilisera la méthode de la différence pour prouver la monotonie des suites :

1. Soit $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ la suite dont le terme de rang n est définie par :
$u_n=-32n+102$ pour tout $n\in\mathbb{N}$
Montrer que cette suite est décroissante.

2. Soit $(v_n)_{n\in\mathbb{N}^*}$ la suite dont le terme de rang n est définie par :
$v_n=\sqrt{2n-1}$ pour tout $n\in\mathbb{N}^*$
Montrer que cette suite est croissante.

3. Soit $(w_n)_{n\in\mathbb{N}^*}$ la suite dont le terme de rang n est définie par :
$w_n=2n-\dfrac{25}{n}$ pour tout $n\in\mathbb{N}^*$
Montrer que la suite (w_n) est croissante.

Exercice réservé 6040

On considère la suite (u_n) définie sur $\mathbb{N}$ définie par :
$u_n=\dfrac{5n-1}{(n+1)^2}$

1. Donner la forme simplifiée et factorisée de la différence :
$u_{n+1}-u_n$

2. Justifier que la suite (u_n) est décroissante à partir du rang 1.

12. Utilisation de suites auxiliaires :

Exercice 5107

On considère la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ définie par :
$u_0=5$; $u_n=\Big(1+\dfrac{2}{n}\Big)\cdot u_{n-1}+\dfrac{6}{n}$ pour $n\in\mathbb{N}^*$

1. a. Compléter le tableau suivant :

n	0	1	2	3	4	5	6
u_n							

b. Faire une conjecture sur la nature de la suite (d_n) définie par :
$d_n=u_{n+1}-u_n$

2. On considère la suite (v_n) définie par :
$v_n=4n^2+12n+5$ pour tout $n\in\mathbb{N}^*$

a. Donner l'expression simplifiée de l'expression v_{n+1} en fonction de n.

b. Simplifier l'expression de : $\Big(1+\dfrac{2}{n+1}\Big)\cdot v_n+\dfrac{6}{n+1}$.
(On utilisera la factorisation :
$4x^3+24x^2+41x+21=(x+1)(4x^2+20x+21)$*)*

c. Que peut-on dire des suites (u_n) et (v_n).

Exercice 5973

1. a. On considère la suite (u_n) définie par la relation :
$u_0=0$; $u_{n+1}=\dfrac{1}{2-u_n}$ pour tout $n\in\mathbb{N}$
Déterminer les quatre premiers termes de la suite (u_n).

b. On considère la suite (v_n) définie par la relation :
$v_n=\dfrac{n}{n+1}$ pour tout $n\in\mathbb{N}$.
Déterminer les quatre premiers termes de la suite (v_n).

c. Quelle conjecture peut-on faire à propos des suites (u_n) et (v_n)?

2. a. Simplifier l'expression suivante : $v_{n+1}\cdot(2-v_n)$

b. Justifier que les deux suites (u_n) et (v_n) sont égales.

13. Un peu plus loin :suites arithmético-géométriques :

Exercice 2408

On considère la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ définie par la relation :
$u_0=8$; $u_{n+1}=\dfrac{1}{2}u_n-5$ pour tout entier naturel n.

1. Soit $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ la suite définie par :
$v_n=u_n+10$ pour tout $n\in\mathbb{N}$

a. Montrer que la suite (v_n) vérifie la relation suivante pour tout entier naturel n :
$v_{n+1}=\dfrac{1}{2}\cdot v_n$

b. Donner la nature de la suite (v_n) ainsi que ses éléments caractéristiques.

c. Donner la formule explicite donnant l'expression du terme v_n en fonction de son rang n.

2. Déduire des questions précédentes, la formule explicite

de la suite (u_n).

Exercice 6426

Soit (u_n) définie par son premier terme u_0 et, pour tout entier naturel n, par la relation :

$u_{n+1} = a{\cdot}u_n + b$ $\quad$ *(a et b réels non nuls tels que $a \neq 1$)*

On pose, pour tout entier naturel n : $\quad v_n = u_n - \dfrac{b}{1-a}$

Démontrer que, la suite (v_n) est géométrique de raison a.

Exercice réservé 2409

Considérons la suite (u_n) définie par :

$$u_0 = 5 \quad ; \quad u_{n+1} = \frac{1}{3}u_n + 4 \quad \text{pour tout } n \in \mathbb{N}$$

1. Soit (v_n) la suite définie par la relation :
   $$v_n = u_n - 6 \quad \text{pour } n \in \mathbb{N}$$
   a. Etablir que la suite (v_n) est une suite géométrique dont on précisera le premier terme et la raison de cette suite.
   b. Donner l'expression du terme v_n en fonction de son rang n.
2. En déduire l'expression de u_n en fonction de n.

14. Un peu plus loin : suites homographiques :

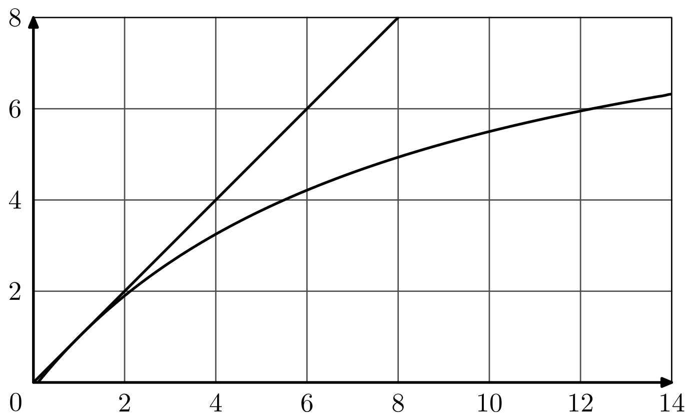
Exercice 2454

On considère la suite $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ définie par :

$$u_0 = 14 \quad ; \quad u_{n+1} = \frac{10 \cdot u_n - 1}{u_n + 8} \quad \text{pour tout } n \in \mathbb{N}.$$

On admet que la suite (u_n) est définie sur $\mathbb{N}$ et que les termes de la suite sont strictement supérieur à 1.

1. On représente ci-dessous la courbe représentative de la fonction f dont l'image de x est définie par la relation :
   $$f(x) = \frac{10x - 1}{x + 8}$$
   ainsi que la représentation de la première bissectrice du plan :



   Représenter sur l'axe des abscisses les cinq premiers termes de la suite.
2. On considère la suite $(v_n)_{n \in \mathbb{N}}$ définie par la relation :
   $$v_n = \frac{1}{u_n - 1} \quad \text{pour tout entier naturel } n.$$
   a. Montrer que pour tout $n \in \mathbb{N}$, on a :
   $$v_{n+1} - v_n = \frac{1}{9}$$
   b. Donner la formule explicite définissant chaque terme de la suite (v_n) en fonction du rang n.
   c. En déduire la formule explicite définissant chaque terme de la suite (u_n) en fonction du rang n.

Exercice 2414

On considère la suite $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ définie :

$$u_0 = 4 \quad ; \quad u_{n+1} = \frac{-u_n + 6}{u_n - 2} \quad \text{pour tout entier naturel } n.$$

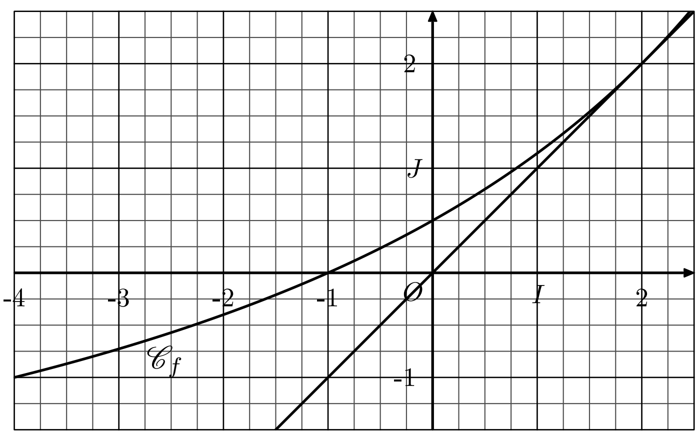
1. Déterminer les trois premiers termes de la suite (u_n).
2. Soit la suite $(v_n)_{n \in \mathbb{N}}$ définie par la relation :
   $$v_n = \frac{u_n + 2}{u_n - 3} \quad \text{pour tout entier naturel } n.$$
   a. Déterminer les trois premiers termes de cette suite.
   b. Montrer que : $\quad \dfrac{v_{n+1}}{v_n} = -\dfrac{1}{4}$
   c. En déduire la nature de la suite (v_n) ainsi que la formule explicite déterminant le terme de rang n en fonction de n.
3. a. Déterminer l'expression du terme u_n en fonction du terme v_n.
   b. En déduire la formule explicite définissant les termes de (u_n) en fonction de n.

Exercice réservé 5166

On considère la fonction f définie sur $]-\infty\,;8[$ par la relation :

$$f(x) = \frac{4{\cdot}x + 4}{-x + 8}$$

Dans le repère orthonormé $(O\,;I\,;J)$ ci-dessous, est représentée la courbe $\mathscr{C}_f$ représentative de la fonction f.



On considère la suite (u_n) définie par les relations :

$$u_0 = -4 \quad ; \quad u_{n+1} = f(u_n) \quad \text{pour tout } n \in \mathbb{N}$$

1. Sur le graphique, représenter les cinq premiers termes de la suite (u_n) sur l'axe des abscisses.

2. Par le calcul, déterminer la valeur exacte des cinq premiers termes de la suite (u_n).

3. On considère la suite (v_n) définie par la relation :
$$v_n = \frac{1}{u_n - 2} \quad \text{pour tout } n \in \mathbb{N}$$
   a. Déterminer les cinq premiers termes de la suite (v_n).
   b. Faire une conjecture sur la nature de la suite (v_n) et sur la valeur de ses éléments caractéristiques.

15. Limites : premières notions :

Exercice 6029

On considère la suite (u_n) géométrique de premier terme 5 et de raison $\frac{2}{3}$.

On note S_n la somme des $(n+1)$ premiers termes de la suite (u_n) : $S_n = u_0 + u_1 + \cdots + u_{n-1} + u_n$

1. Justifier que la suite (S_n) est croissante.

2. Donner l'expression du terme S_n en fonction de n.

3. a. A l'aide de la calculatrice, compléter le tableau ci-dessous en arrondissant les valeurs au millième près :

n	0	1	2	10	20	24
S_n						

   b. Quelle conjecture peut-on faire sur la valeur des termes de la suite (S_n) lorsque la valeur de n devient très grand?

Exercice 6013

Un coureur se lance un défi : il souhaite faire le tour de l'Europe.
Le premier jour, il parcourt $50\,km$. Par la fatigue, de jour en jour, sa distance parcourue quotidiennement se réduit de $1\,\%$.

On note u_n la longueur parcourue par le coureur le n-ième jour. En supposant ue le coureur poursuit indéfiniment sa course, on obtient une suite (u_n) définie pour tout entier naturel non-nul.

1. Déterminer la valeur des quatre permiers termes de la suite (u_n).

2. a. Quelle est la nature de la suite (u_n)? Donner les élèments caractéristiques de la suite (u_n).
   b. Exprimer le terme u_n en fonction du rang n.
   c. Quelle distance sera parcourue par le coureur le 100^e jour? On arrondira la valeur au dixième de kilomètre.

3. On note S la somme des n premiers termes de la suite (u_n) : $S_n = u_1 + u_2 + \cdots + u_n$
   a. Exprimer la somme S_n en fonction du rang n.
   b. Compléter le tableau suivant en arrondissant les valeurs au dixième de kilomètres :

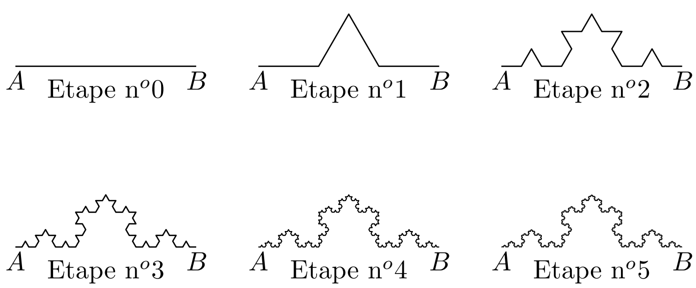
n	10	100	500	750	1000
u_n					

   c. Quelle conjecture peut-on faire sur la limite de la somme S_n quand la valeur de n devient de plus en plus grand?

Exercice 6014

On construit le flocon de Heige Von Koch de la manière suivante :
- On part d'un segment $[AB]$ de longueur $9\,cm$.
- Pour passer d'une étape à la suivante, en découpant chaque segment présent sur la figure en trois parties égales, puis en enlevant le segment "*central*" et en y construisant un triangle équilatéral.

Voici la représentation des 6 premières étapes de cette construction :



A chaque étape n, on note u_n la longueur de la "*ligne brisée*" ainsi obtenue. On construit ainsi une suite de nombres (u_n) définie pour tout entier naturel n.

1. Déterminer la mesure des trois premiers termes de la suite (u_n).

2. a. A l'étape n, exprimer le nombre de segments s_n formant la "*ligne brisée*" en fonction de n.
   b. A l'étape n, exprimer la longueur ℓ_n de chacun des segments formant la "*ligne brisée*" en fonction de n.

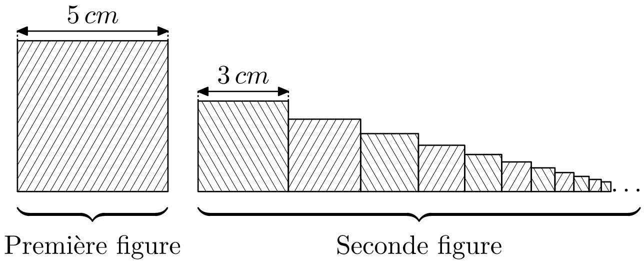
3. On note L_n la longueur de la "*ligne brisée*" à l'étape n. On obtient ainsi une suite (L_n) de termes numériques définie pour tout entier naturel n.
   a. Exprimer chaque terme de la suite (L_n) en fonction de son rang n.
   b. Compléter le tableau suivant en arrondissant les valeurs au centième de centimètre près :

n	0	1	10	20	30
L_n					

Exercice réservé 6039

Dans cet exercice, toute trace de recherche même incomplète, ou d'initiative même non fructueuse, sera prise en compte dans l'évaluation. La qualité des justifications sera également prise en compte.

On considère les deux figures ci-dessous :



- La première figure est un carré dont les côtés mesurent $5\,cm$;
- La seconde figure est composée d'un carré dont les côtés mesures $3\,cm$, pour compléter la figure, on y ajoute un nouveau carré dont les dimensions ont été réduite par le coefficient $\dfrac{4}{5}$. On répète un certain nombre de fois cette figure sans pour autant savoir combien de fois!

De ces deux figures, laquelle possède la plus grande aire?

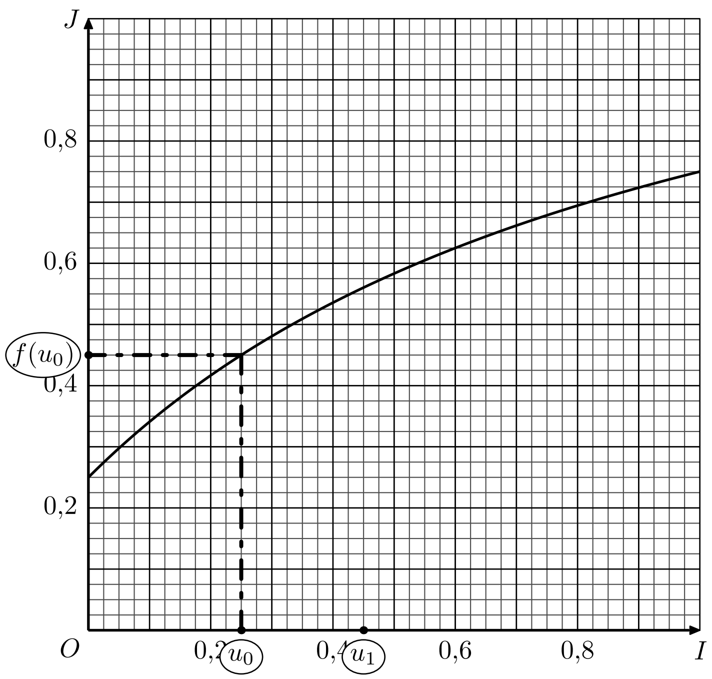
255. Exercices non-classés :

Exercice 6635

On considère la fonction f définie sur $[0\,;1]$ par la relation :
$$f(x)=\frac{5}{4}-\frac{1}{x+1}$$

1. a. Etablir les valeurs suivantes :
$$f\Big(\frac{1}{4}\Big)=\frac{9}{20}\quad ;\quad (f\circ f)\Big(\frac{1}{4}\Big)=\frac{65}{116}$$
   b. Déterminer la valeur de : $(f\circ f\circ f)\Big(\dfrac{1}{4}\Big)$

Ci-dessous est donnée la courbe représentative $\mathscr{C}_f$ de la fonction f dans le repère $(O\,;I\,;J)$ orthonormé :



2. a. Donner les valeurs approchées au millième près des nombres suivants :
   - $u_0=\dfrac{1}{4}=\ldots\ldots$
   - $u_1=\dfrac{9}{20}\approx\ldots\ldots$
   - $u_2=\dfrac{65}{116}\approx\ldots\ldots$
   - $u_3=\dfrac{441}{724}\approx\ldots\ldots$

   b. Placer les valeurs u_2 et u_3 sur l'axe des abscisses.

   c. Placer les valeurs $f(u_1)$, $f(u_2)$ et $f(u_3)$ sur l'axe des ordonnées.

3. a. Tracer le segment reliant les deux points $A_1(u_1\,;0)$ et $B_1(0\,;f(u_0))$.
   Quelle est la nature du triangle OA_1B_1.

   b. Pour i allant de 1 à 3, on définit les points :
   $A_i(u_i\,;0)$ et $B_i\big(0\,;f(u_{i-1})\big)$
   De quelles natures sont les triangles OA_iB_i?

   c. Placer les nombres u_4 et u_5 sur l'axe des abscisses définis par les relations :
   $f(u_3)=u_4\quad ;\quad f(u_4)=u_5$

4. *Génération des termes de la suite :*

   a. Saisir et exécuter ce programme dans le langage de programmation de votre choix.

```
x ← 0,25
Pour i allant de 0 à 100
    x ← 5/4 − 1/(x+1)
Fin Pour
```

   En fin d'exécution, quelle est la valeur de la variable x?

   b. Quelle conjecture peut-on faire sur les termes de cette suite?

Exercice 6645

On considère trois suites (u_n), (v_n) et (t_n) dont les premiers termes ont été donnés dans la feuille de calcul ci-dessous :

	A	B	C	D
1	n	u_n	v_n	t_n
2	0	3	5	6
3	1	7	8	4
4	2	15	10	-8
5	3	31	11	-16
6	4	63	11	0
7	5	255	10	32

1. Vérifier que les formules ci-dessous sont vérifiées par les valeurs du tableau :
   - $B5=2*B4+1$
   - $C3=C2-A2+3$
   - $D6=D5-2*D4$

2. Utiliser ces formules pour en déduire la formule de récurrence définissant chacun des termes de ces suites.

Exercice 6668

1. On considère la suite (u_n) définie par :
   $u_0=2\quad ;\quad u_{n+1}=3\cdot u_n+1\quad$ pour tout $n\in\mathbb{N}$

   a. Déterminer les quatre premiers termes de la suite (u_n).

   On définit la suite (a_n) définie par la relation :
   $$a_n=u_n+\frac{1}{2}$$

b. Démontrer que pour tout $n\in\mathbb{N}$: $a_{n+1} = 3\cdot a_n$

c. Quelle est la nature de la suite (a_n) ? Donner les valeurs de ses éléments caractéristiques.

d. En remarquant l'égalité $u_{n+1}-u_n=a_{n+1}-a_n$ pour tout $n\in\mathbb{N}$, en déduire le sens de variation de la suite (u_n).

2. On considère la suite (v_n) définie par :
$v_0 = 1$; $v_{n+1} = v_n + 2\cdot n + 3$ pour tout $n\in\mathbb{N}$

a. Déterminer les cinq premiers termes de la suite (v_n).

b. Quelle conjecture peut-on émettre sur les termes de la suite (v_n) ?

On définit la suite (w_n) définie par :
$w_n = v_{n+1} - v_n$ pour tout $n\in\mathbb{N}$

c. Justifier que la suite (w_n) est une suite arithmétique. On précisera les élèments caractéristiques de cette suite.

d. Déterminer l'expression de la somme S des n premiers termes de la suite (w_n).

e. En remarquant l'égalité $\left(\sum_{k=0}^{n-1} w_k\right)+v_0=v_n$, en déduire l'expression du terme v_n en fonction de n.

f. Confirmer la conjecture faite à la question b..

