

Terminale Option Experte/Graphes et matrices

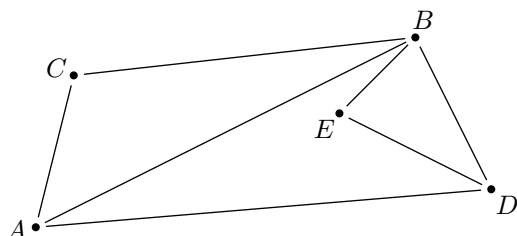
1. Ordre et degré :

(+1 exercice pour les enseignants)

Exercice 6226



On considère le graphe ci-dessous :



- Donner l'ordre du graphe.
- Compléter le tableau ci-dessous :

Point	A	B	C	D	E
Degré du point					

- Dans le tableau à double entrée ci-dessous, mettre une croix dans une case si les deux sommets correspondants sont adjacents :

	A	B	C	D	E
A					
B					
C					
D					
E					

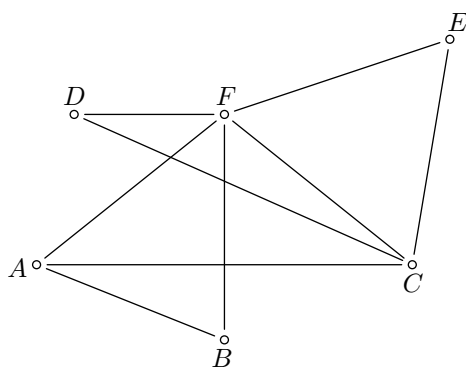
2. Graphe simple :

(+1 exercice pour les enseignants)

Exercice 6224



On considère le graphe ci-dessous :



- Quel est l'ordre de ce graphe?
- Compléter le tableau ci-dessous :

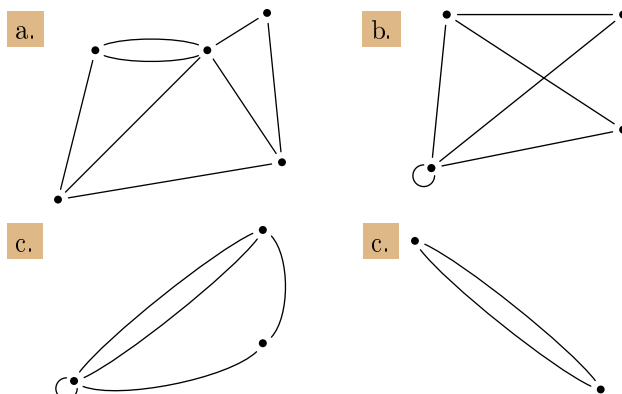
Sommet	A	B	C	D	E	F
Degré du sommet						

- La somme des degrés de tous les sommets est-elle égale au double du nombre d'arêtes?
- Ce graphe est-il simple?

Exercice 6225



Justifier que chacun des graphes ci-dessous n'est pas un graphe simple :

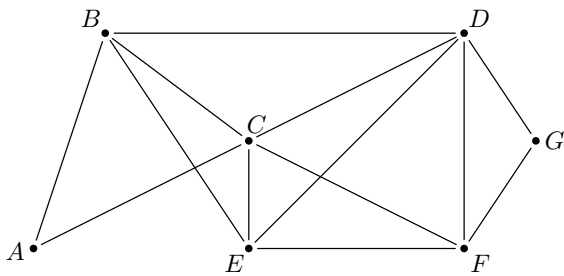


3. Sous-graphe :

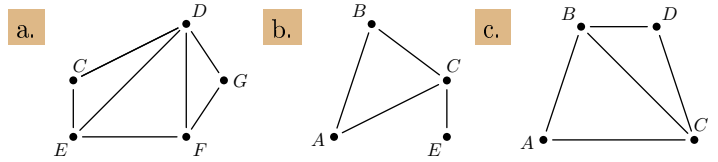
Exercice 6229



On considère le graphe ci-dessous :



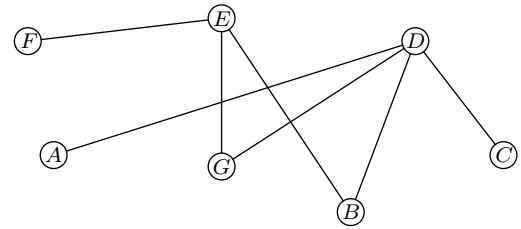
Parmi les graphes ci-dessous, lesquels sont des sous-graphes du graphe principal?



4. Sous graphe stable :

Exercice 6272

Une société de gardiennage accueille actuellement sept chiens représentés dans le graphe ci-dessous par les sommets du graphe ; les arêtes représentent les chiens ne pouvant pas être enfermés dans une même cage.

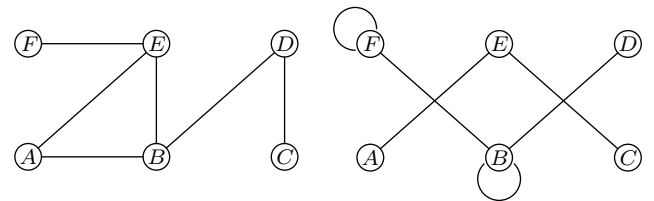


1. Quel est le plus grand sous-graphe stable contenant un maximum de sommets?
2. Combien de cages au minimum faut-il pour garder ces sept chiens sans risquer des confrontations entre ces chiens?

5. Complet et connexe :

Exercice 6245

On considère les deux graphes ci-dessous :

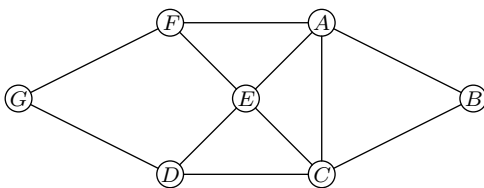


Préciser si ces graphes sont connexes ou pas.

6. Chaîne et cycle :

Exercice 6242

On considère le graphe ci-dessous :



Parmi les listes ordonnées ci-dessous, lesquelles forment une chaîne de ce graphe :

1. $A - E - F - E - G - D$
2. $E - F - A - B - C$
3. $D - A - C - D$
4. $D - C - E - A - F - E$

7. Introduction aux matrices :

(+1 exercice pour les enseignants)

Exercice 6142

On appelle “matrice magique” toute matrice où les sommes des coefficients par ligne, par colonne, par la diagonale prin-

cipale et par la seconde diagonale donnent toutes le même résultat.

Parmi les matrices suivantes, lesquelles sont des matrices magiques :

a. $\begin{pmatrix} 9 & 4 & 5 \\ 2 & 6 & 10 \\ 7 & 8 & 3 \end{pmatrix}$ b. $\begin{pmatrix} 2 & 7 & 6 \\ 9 & 5 & 1 \\ 4 & 3 & 8 \end{pmatrix}$ c. $\begin{pmatrix} 8 & 1 & 3 \\ 0 & 5 & 7 \\ 4 & 6 & 2 \end{pmatrix}$

Exercice 6141   

On considère la matrice A définie par :

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & -1 & 5 \\ 3 & 0 & 4 & -2 \\ 1 & 3 & -4 & 7 \end{pmatrix}$$

Pour mettre en évidence les coefficients de la matrice, on note : $A = (a_{ij})$

- Donner la valeur des coefficients de la matrice suivants :
 a. a_{23} b. a_{34} c. a_{11} d. a_{31}
- Déterminer la valeur des calculs suivants :
 a. $a_{11} + a_{21}$ b. $a_{32} \times a_{14}$ c. $(a_{24})^2$
- Citer l'ensemble des couples de coefficients de la matrice opposés entre eux.

8. Matrice adjacente d'un graphe non-orienté :

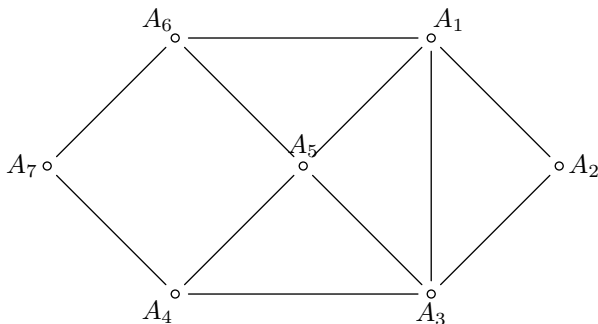
(+2 exercices pour les enseignants)

Exercice 6171   

Définition :
 Soit G un graphe à n sommets ($n \in \mathbb{N}^*$). On appelle **matrice d'adjacence du graphe G** la matrice $M = (m_{ij})$ carrée d'ordre n dont les coefficients ont pour valeur :

$$m_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{si le sommet } A_i \text{ est} \\ & \text{relié au sommet } A_j \\ & \text{par une arête} \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad \text{pour } i, j \in \llbracket 1; n \rrbracket$$

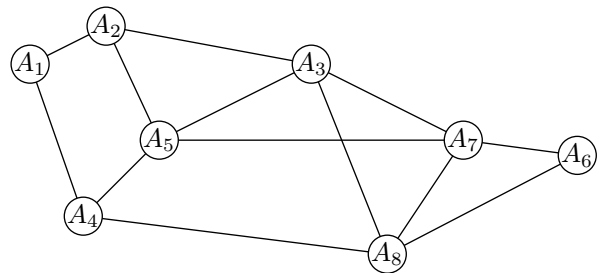
Le graphe ci-dessous représente 7 villes reliées par des routes :



Donner la matrice d'adjacence de ce graphe.

Exercice 6196    

Lors d'une campagne électorale, un homme politique doit effectuer une tournée dans les huit villes notées de A_1 à A_8 , en utilisant le réseau autoroutier. Le graphe \mathcal{G} ci-dessous, représente les différentes villes de la tournée et les tronçons d'autoroute reliant ces villes (une ville est représentée par un sommet, un tronçon d'autoroute par une arête) :



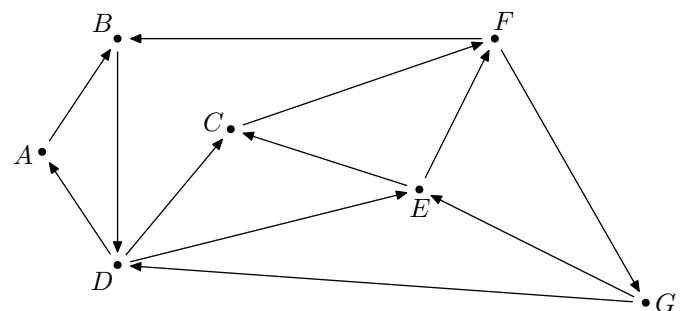
Donner l'expression de la matrice M d'adjacence du graphe \mathcal{G} .

9. Matrice adjacente d'un graphe orienté :

(+1 exercice pour les enseignants)

Exercice 6230   

Donner la matrice d'adjacence du graphe ci-dessous :



10. Introduction aux opérations sur les matrices :

(+1 exercice pour les enseignants)

Exercice 6712



Indication : au cours de l'exercice, une matrice $M = (m_{ij})$ aura son coefficient m_{ij} qui exprimera le "prix du produit j chez le fournisseur i ."

Une entreprise recense le prix en euros des produits qu'elle utilise en lien avec ses différents fournisseurs. Il obtient le tableau à double entrée suivant :

	Produit 1	Produit 2	Produit 3
Fournisseur 1	3,50	2,80	1,75
Fournisseur 2	3,25	3	1,70

1. Ecrire la matrice A reliée à ces prix..
2. Les fournisseurs décident d'une augmentation sur leurs produits dont les montants sont données dans le tableau ci-dessous :

	Produit 1	Produit 2	Produit 3
Fournisseur 1	0,50	0,20	0,25
Fournisseur 2	0,25	0	0,3

Ecrire la matrice B correspondante à ces augmentations.

3. Ecrire la matrice C correspond aux nouveaux prix de ces produits chez chacun des fournisseurs.

Exercice 6153



Une entreprise se fournit en matière première dans deux pays différents.

On considère les deux tableaux suivants :

	Alu _{M1}	Bois _{M2}	Fer _{M3}		Alu _{M1}	Bois _{M2}	Fer _{M3}
Pays 1	25	14	12	Pays 1	3	2	1
Pays 2	23	11	11	Pays 2	2	3	1

Prix des matières premières

Prix du transport

1.
 - a. Ecrire la matrice $A = (a_{ij})_{ij}$ où le coefficient a_{ij} représente "le prix du matériau j dans le pays i ".
 - b. Ecrire la matrice $B = (b_{ij})_{ij}$ où le coefficient b_{ij} représente "le prix de transport du matériau j dans le pays i ".
 - c. Ecrire la matrice $C = (c_{ij})_{ij}$ où le coefficient c_{ij} représente "le prix d'achat du matériau j dans le pays i ".
2. Pour entamer sa production, l'entreprise a besoin de 2 unités d'Aluminium, de 1 unité de bois et de 3 unités de Fer. On représente ces données dans la matrice $D = (d_{ij})$ donnée ci-dessous :

$$D = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix}$$
 - a. Donner une interprétation du nombre : $c_{11} \times d_{11} + c_{12} \times d_{21} + c_{31} \times d_{31}$
 - b. Déterminer le prix total de ses achats lorsque l'entreprise se fournit dans le pays 2?