Terminale Option Complémentaire/Algorithmes

1. Structure répétitive :

(+1 exercice pour les enseignants)

Exercice 1

On considère la suite (u_n) définie pour tout entier naturel :
$u_0 = 115 \quad ; \quad u_{n+1} = 0.4{\cdot}u_n + 120$

On considère les trois parties d'algorithmes ci-dessous présentant chacune une fonction `terme()` prenant un entier `n` supérieur ou égal à 1 pour argument :

Algorithme 1

```
Fonction terme(n)
  Pour i de 1 à n
    U ← 0,4×U+120
  Fin Pour
  Renvoyer U
```

Algorithme 2

```
Fonction terme(n)
  Pour i de 1 à n
    U ← 115
    U ← 0,4×U+120
  Fin Pour
  Renvoyer U
```

Algorithme 3

```
Fonction terme(n)
  U ← 115
  Pour i de 1 à n
    U ← 0,4×U+120
  Fin Pour
  Renvoyer U
```

Expliquer pourquoi les fonctions `terme()` des deux premiers algorithmes, appelées avec l'entier `n`, ne renvoyent pas le terme de la suite (u_n) de rang `n`.

Exercice 2

On considère la suite (u_n) définie pour tout entier naturel :
$u_0 = 50000 \quad ; \quad u_{n+1} = 0{,}95{\cdot}u_n + 3000 \quad$ pour tout $n \in \mathbb{N}$

On considère les trois parties d'algorithmes présentant chacune une fonction `f` :

```
Fonction terme1(A)
  n ← 0
  U ← 50000
  Tant que U<A
    n ← n+1
    U ← 0,95·U+3000
  Fin Tant que
  Renvoyer n
```

```
Fonction terme2(n)
  U ← 50000
  Pour i allant de 1 à n
    U ← 0,95·U+3000
  Fin Tant que
  Renvoyer U
```

```
Fonction terme3(n)
  U ← 50000
  Pour i allant de 0 à n
    U ← 0,95·U+3000
  Fin Tant que
  Renvoyer U
```

Parmi tous les fonctions ci-dessus, laquel permet, par une exécution pas à pas et en observant les valeurs successives prises par la variable `U`, d'obtenir toutes les valeurs des termes de la suite (u_n) pour les rangs allant de 0 à n.

2. Structure répétitive : étude de la condition d'arrêt :

Exercice 3

On étudie l'évolution de la population d'une ville, depuis le 1er janvier 2008.

On considère la population de cette ville à partir du 1er janvier 2008 par la fonction f définie sur $[0\,;+\infty[$ par :

$$f(x) = \frac{3}{1 + 2\mathrm{e}^{-0{,}05x}}$$

où x désigne le nombre d'années écoulées depuis le 1er janvier 2008 et $f(x)$ le nombre d'habitants en centaines de milliers.

On admet que f est croissante sur $[0\,;+\infty[$

On considère l'algorithme suivant :

```
X ← 0
Tant que  f(X)⩽2
    X ←  X+1
Fin Tant que
```

Si on exécute cet algorithme alors en fin d'exécution la variable `X` aura pour valeur 28. Interpréter ce résultat dans le contexte de ce problème.

3. Structure répétitive : étude du seuil d'une suite :

(+2 exercices pour les enseignants)

Exercice 4

On considère la suite (a_n) définie par :
$a_0 = 2500 \quad ; \quad a_{n+1} = 0{,}8{\cdot}a_n + 400$

1. On admet que le terme général de la suite (a_n) admet pour expression :
   $a_n = 500{\times}0{,}8^n + 2000$

   En déduire la limite de la suite (a_n).

2. On propose l'algorithme suivant :

```
N ← 0
A ← 2500
Tant que  A−2000>50
    A ←  A×0,8+400
    N ←  N+1
Fin Tant que
```

   a. Expliquer ce que représente la valeur de la variable `N` à la fin de l'exécution de cet algorithme.

b. A l'aide de la calculatrice, déterminer la valeur de la variable `N` à la fin de l'exécution de cet algorithme et interpréter le résultat.

Exercice 5

On considère l'algorithme suivant :

```
U ← 4
N ← 0
Tant que  U<40
    U ←  0,92×  U+8
    N ←  N+1
Fin Tant que
```

1. Recopier le tableau suivant et le compléter en ajoutant autant de colonnes que nécessaire.

   Les valeurs de U seront arrondies au dixième.

Valeur de U	4	...	...
Valeur de N	0	...	...
Condition $U < 40$	vraie	...	...

2. Donner la valeur de la variable `N` à la fin de l'exécution de cet algorithme.y

4. Structure répétitive : trouver la condition d'arrêt :

(+1 exercice pour les enseignants)

Exercice 6

On considère la suite (u_n) définie par :
$u_0 = 20 \quad ; \quad u_{n+1} = 0{,}92 \cdot u_n + 3$

1. On admet que le terme général de la suite (u_n) admet pour expression :
   $u_n = -17{,}5 \times 0{,}92^n + 37{,}5$

   En déduire la limite de la suite (u_n).

2. a. Recopier et compléter l'algorithme suivant afin qu'à la fin de son exécution la variable `N` représente le rang à partir duquel les termes de la suite auront une valeur supérieur ou égale à 25.

```
U ← 20
N ← 0
Tant que ...
    U ← 0,92× U + 3
    N ← N + 1
Fin Tant que
```

   b. A l'aide de la calculatrice, déterminer le rang à partir duquel les termes de la suite (u_n) seront pour la première fois supérieur ou égal à 25.

Exercice 7

d

1. Déterminer par le calcul la plus petite valeur de l'entier naturel n telle que :
   $250 + 1250 \times 0{,}8^n < 500$

2. On considère la suite (u_n) définie par :
   $u_0 = 1500 \quad ; \quad u_{n+1} = 0{,}8 \cdot u_n + 50 \quad$ pour tout $n \in \mathbb{N}$

   Compléter l'algorithme ci-dessous afin qu'à la fin de son exécution la variable **u** a pour valeur la solution obtenue à la question précédente :

```
u ← 1500
n ← 0
Tant que ...... faire
    u ← ......
    n ← ......
Fin Tant que
```

Exercice 8

On considère la suite (u_n) définie par $u_0 = 65$ et pour tout entier naturel n : $u_{n+1} = 0{,}8 \cdot u_n + 18$

On admet que : $u_n = 90 - 25 \times 0{,}8^n$

On considère l'algorithme ci-dessous :

```
ligne 1   u ← 65
ligne 2   n ← 0
ligne 3   Tant que ......
ligne 4       n ←  n+1
ligne 5       u ←  0,8×  u+18
ligne 6   Fin Tant que
```

1. Recopier et compléter la ligne 3 de cet algorithme afin qu'il détermine le plus petit entier naturel n tel que :
   $u_n \geqslant 85$.

2. Quelle est la valeur de la variable n à la fin de l'exécution de l'algorithme?

3. Retrouver par le calcul le résultat de la question précédente en résolvant l'inéquation $u_n \geqslant 85$