

Hors programme lycée/Système d'équations

1. Résolution de systèmes :

Exercice 5110



1. On considère la matrice A définie par :

$$A = \begin{pmatrix} 3 & -4 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$$

Déterminer l'inverse de la matrice A .

2. On considère le système d'équations suivant :

$$\begin{cases} 3x - 4y = 1 \\ x - y = 1 \end{cases}$$

- Traduire ce système d'équation par une relation matricielle.
- En déduire l'ensemble des solutions de ce système.

Exercice 5111



1. On considère les deux matrices suivants :

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & -2 \\ 2 & 1 & 2 \\ 2 & 0 & 1 \end{pmatrix} ; B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -2 \\ 2 & 5 & -6 \\ -2 & -4 & 5 \end{pmatrix}$$

Montrer que ces deux matrices sont inverses l'une de l'autre.

2. Résoudre les systèmes suivants d'équations :

$$\begin{cases} x - 2y - 2z = 0 \\ 2x + y + 2z = -9 \\ 2x + z = -8 \end{cases} ; \begin{cases} x + 2y - 2z = -2 \\ 2x + 5y - 6z = -7 \\ -2x - 4y + 5z = 8 \end{cases}$$

Exercice 6869



On considère la matrice A définie par : $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -2 & 3 \end{pmatrix}$

- Effectuer le calcul : $4 \cdot A - A^2$
 - En déduire l'expression de la matrice inverse de la matrice A .
 - Donner l'expression de la matrice : $B = \frac{4}{5} \cdot I_2 - \frac{1}{5} \cdot A$.

2. On considère les deux matrices X et Y définies par :

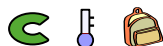
$$X = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} ; Y = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix}$$

En utilisant la question 1., résoudre le système :

$$\begin{cases} x + y = 3 \\ -2 \cdot x + 3 \cdot y = 1 \end{cases}$$

3. Introduction :

Exercice 4178



On considère l'équation (E) à deux inconnues :

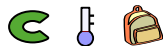
$$(E) : 2x - y = 3$$

1. Parmi les couples ci-dessous, lesquels vérifient l'équation :

- $(2; 1)$
- $(-4; 2)$
- $(3; 3)$

2. Donner deux autres couples vérifiant cette égalité.

Exercice 5492



On considère le système (E) de deux équations à deux inconnues :

$$(E) : \begin{cases} 3x - y = 5 \\ x + y = 3 \end{cases}$$

Parmi les couples ci-dessous, lesquels sont solutions du système (E) :

- $(1; -2)$
- $(2; 1)$
- $(-3; 6)$

Exercice 3758

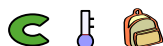


Justifier chacune de vos réponses.

- -2 est-il solution de l'inéquation : $3x + 12 < 4 - 2x$?
- -2 est-il solution de l'équation : $(x - 2)(2x + 1) = 0$?
- -2 est-il solution de l'équation : $x^3 + 8 = 0$?
- Le couple $(-2; 1)$ est-il solution du système :
$$\begin{cases} 2x + 3y = -1 \\ x + 5y = 3 \end{cases}$$

4. Résolution par combinaisons linéaires :

Exercice 5543



Un collégien effectue deux achats :

- 3 crayon et 2 stylos noirs pour 10,80 pesos
- 1 crayon et 1 stylo noir pour 4,80 pesos.

- Quel aurait été le prix de 3 crayons et de 3 stylo noir.
 - En déduire le prix d'un stylo noir.
- Déterminer le prix d'un crayon.
- Vérifier que les prix trouvés vérifient les conditions de l'énoncé.

5. Résolution par substitution :

(+1 exercice pour les enseignants)

Exercice 5546



- Un classeur coûte 1,80€ de plus qu'un cahier. Sachant que 3 classeurs et 2 cahiers coûtent 11,40€, donner le prix d'un classeur et d'un cahier.

6. Résolution de systèmes :

Exercice 1003



- Résoudre le système: $(S) : \begin{cases} 3x + 2y = 66 \\ x + 3y = 57 \end{cases}$

- Vérifier que, pour la solution $(x; y)$ trouvé, on a $\frac{x}{y} = \frac{4}{5}$.

Exercice 1008



- Résoudre le système:

$$(S) : \begin{cases} 10x - 3y = 35 \\ 5x - 4y = -20 \end{cases}$$

- Montrer que les valeurs trouvées pour x et y vérifient la

Exercice 5545



On considère le système (S) défini par :

$$(S) : \begin{cases} 3x + 3y = 9 \\ 4x + 3y = 10 \end{cases}$$

Résoudre le système (S) .

condition suivante:

$$8 \left(\frac{x-5}{y-5} \right) = 3 \left(\frac{x+20}{y+20} \right)$$

Exercice 997



- Résoudre par la méthode de combinaisons linéaires le système suivant :

$$(S) : \begin{cases} 3x + 2y = 5 \\ 4x + 3y = 3 \end{cases}$$

- Résoudre par la méthode de la substitution le système suivant :

$$(T) : \begin{cases} 3x + y = 16 \\ 8x - 5y = 12 \end{cases}$$

7. Résolution et modélisation :

(+4 exercices pour les enseignants)

Exercice 1005



- Résoudre le système $(S) : \begin{cases} x + 3y = 2250 \\ 2x + y = 2750 \end{cases}$

- Pour l'achat d'un tee-shirt et de 3 casquettes, André a payé 2250 F. Pour l'achat de 2 tee-shirts et d'une casquette, Maeva a payé 2750 F. Déterminer le prix d'un tee-shirt et d'une casquette.

Remarque : les prix sont donnés en francs polynésiens (FP).
Pour information 1 euro vaut environ 119,33 FP

Exercice 1004



- Résoudre le système suivant :

$$(S) : \begin{cases} x + y = 104 \\ x - y = 8 \end{cases}$$

- Matéo et Simon, qui ont 8 ans d'écart, additionnent leurs âges et trouvent 104 ans. Sachant que Matéo est le plus jeune, calculer l'âge de

chacune de ces deux personnes.

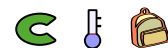
Exercice 995



- Résoudre le système suivant : $\begin{cases} 4x + 3y = 206 \\ 2x + 2y = 114 \end{cases}$

- Lors d'un spectacle, la famille A, composée de 4 adultes et de 3 enfants, a payé 206 euros. Pour le même spectacle, la famille B, composée de 2 adultes et de 2 enfants, a payé 114 euros. Combien paiera la famille C, sachant qu'elle est composée de 3 adultes et de 2 enfants.

Exercice 1006



- Résoudre le système : $\begin{cases} 6x + 5y = 25 \\ 2x + 3y = 11 \end{cases}$

- Pierre et Jules achètent des poissons rouges et des poissons jaunes dans le même magasin spécialisé. Pour l'achat de 6 poissons rouges et de 5 poissons jaunes, Pierre dépense 25 euros.

Pour l'achat de 2 poissons rouges et de 3 poissons jaunes, Jules dépense 11 euros.

- Quel est le prix d'un poisson rouge?
- Quel est le prix d'un poisson jaune?

La démarche suivie sera expliquée sur la copie.

Exercice 1011



1. Résoudre le système:
$$\begin{cases} 3x + 2y = 50,30 \\ x + 3y = 32,75 \end{cases}$$

2. A la pépinière "Fruitfleur", un client achète 3 orangers et 2 citronniers pour 50,30 euros. Un autre client paye 32,75 euros pour 1 oranger et 3 citronniers. On désigne par x le prix d'un oranger et y celui d'un citronnier.

- Ecrire un système de deux équations qui traduit le problème.
- Calculer le prix d'un oranger et le prix d'un citronnier.

Exercice 2510



1. Résoudre le système suivant:
$$\begin{cases} 4x + 3y = 206 \\ 2x + 2y = 114 \end{cases}$$

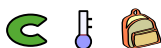
2. Lors d'un spectacle, la famille A, composée de 4 adultes et de 3 enfants, a payé 206 euros.

Pour le même spectacle, la famille B, composée de 2 adultes et de 2 enfants, a payé 114 euros.

Combien paiera la famille C, sachant qu'elle est composée de 3 adultes et de 2 enfants?

8. Systèmes d'équations avec nombres relatifs et rationnels :

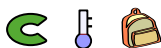
Exercice 5549



On considère le système suivant: $(S) : \begin{cases} 2x + 3y = 10 \\ 5x + 10y = 20 \end{cases}$

Résoudre le système (S).

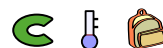
Exercice 5550



On considère le système (S) d'équations:
$$\begin{cases} x - 3y = 8 \\ 4x + y = -7 \end{cases}$$

Résoudre le système (S).

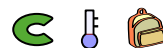
Exercice 5551



On considère le système (S) d'équations:
$$\begin{cases} 2x - 3y = 1 \\ 2x + y = 0 \end{cases}$$

Résoudre le système (S).

Exercice 5552



On considère le système (S) d'équations:

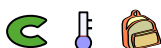
$$\begin{cases} 2x - 3y = 3 \\ 4x + 3y = -2 \end{cases}$$

Résoudre le système (S).

9. Modélisation et résolution :

(+3 exercices pour les enseignants)

Exercice 2471



Une élève de CP fait des courses pour ses camarades:

- la première fois, elle achète 5 crayons et 2 gommes pour 10,90 euros;
- la seconde fois, elle achète 8 crayons et 3 gommes pour 17,20 euros.

En utilisant un système d'équations, aider l'élève de CP à retrouver le prix de chaque article.

Exercice 2472



Un client d'une quincaillerie regarde les deux tickets de caisse suivant:

- 6 kilogrammes de vernis et 4 litres de cire ont coûté 95 €.
- 3 kilogrammes de vernis et 3 litres de cire ont coûté 55,50 €.

Déterminer le prix d'un kilogramme de vernis et le prix d'un litre de cire.

Exercice 4179



Un train est constitué, à l'aller, de deux locomotives identiques et de dix wagons-citernes du même modèle et ce train mesure alors 152 m de long.

Après avoir vidé le contenu de tous les wagons-citernes, on décroche une locomotive et on ajoute deux wagons-citernes vides.

Après ces changements, le train ainsi constitué mesure 160 de long.

On cherche la longueur x d'une locomotive et la longueur y d'un wagon-citerne.

- Ecrire un système de deux équations à deux inconnues représentant la situation.

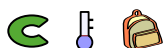
2. Résoudre le système:
$$\begin{cases} x + 5y = 76 \\ x + 12y = 160 \end{cases}$$

- En déduire la longueur en mètre d'une locomotive et celle d'un wagon-citerne.

10. Résolution graphique :

(+1 exercice pour les enseignants)

Exercice 999

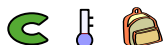


Résoudre graphiquement le système d'équations suivant :

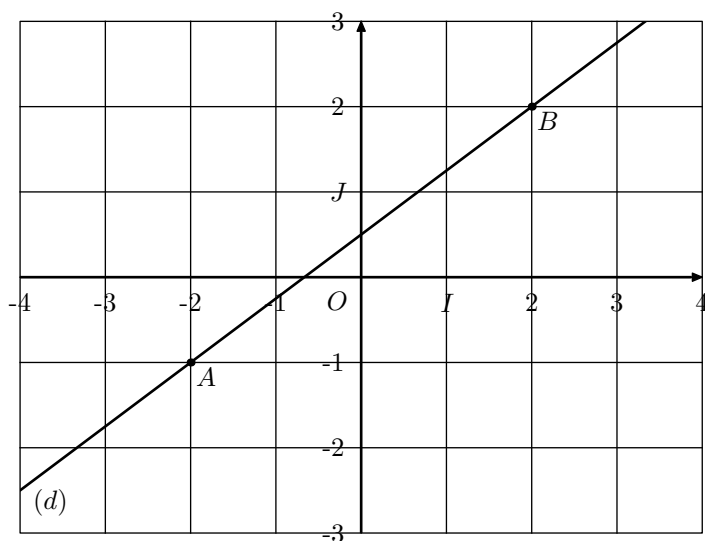
$$\begin{cases} y = 0,5x + 2 \\ y = -x + 7 \end{cases}$$

11. Fonctions et systèmes d'équations H :

Exercice 975



Dans le repère $(O; I; J)$ ci-dessous, est donnée la droite (d) représentative d'une fonction affine f .



L'expression algébrique de la fonction affine f est de la forme :

$$f(x) = a \times x + b$$

Le but de l'exercice est de déterminer les valeurs des deux nombres a et b .

1. Donner les coordonnées des points A et B .

Première méthode :

2. A l'aide des points A et B , déterminer le coefficient directeur de la fonction affine f .

3. A l'aide des coordonnées du point A ou du point B , déterminer la valeur du nombre b .

Ecrire l'expression complète de la fonction f .

Seconde méthode :

4. Justifier que les deux nombres a et b vérifient les deux équations ci-dessous :

$$-2a + b = -1 \quad ; \quad 2a + b = 2$$

5. Résoudre le système d'équations :

$$\begin{cases} -2a + b = -1 \\ 2a + b = 2 \end{cases}$$

Ecrire l'expression complète de la fonction f .

Exercice 2651



Le plan est muni d'un repère orthonormé $(O; I; J)$. L'unité de longueur est le centimètre.

1. Soit f une fonction affine vérifiant :
 $f(4) = -2 \quad ; \quad f(0) = 6$

- a. Déterminer l'expression de la fonction f .
- b. Effectuer le tracé de la représentation graphique de la fonction f .

2. Soit g la fonction affine définie par : $g(x) = \frac{1}{2}x + 1$.

- a. Construire la droite (d) représentant graphiquement la fonction g .
- b. Montrer que $C(-4; -1)$ appartient à (d) et placer le point C .

3. a. Résoudre par le calcul le système d'équations suivant :

$$\begin{cases} y = -2x + 6 \\ y = \frac{1}{2}x + 1 \end{cases}$$

- b. Expliquer comment on peut trouver graphiquement le résultat.

12. Un peu plus loin :

(+1 exercice pour les enseignants)

Exercice 1001



Trouver deux nombres, connaissant leur somme 2003 et leur différence 51

13. Système d'équations linéaires :

(+1 exercice pour les enseignants)

Exercice 551

1. Résoudre le système :

$$\begin{cases} x - y = 8 \\ 7x + 5y = 104 \end{cases}$$

2. Une bibliothèque achète 7 DVD et 5 livres. Le prix total est de 104 euros. Un livre coûte 8 euros de moins qu'un DVD.

- Quel est le prix d'un DVD?
- Quel est le prix d'un livre?

Exercice 4720

1. Résoudre le système suivant :

$$\begin{cases} 8x + 3y = 39,5 \\ 7x + 9y = 50,5 \end{cases}$$

2. Une balade d'une heure en mer est proposée à deux groupes de touristes.

Le premier groupe, composé de 8 adultes et de 3 enfants, paie 39,50 euros. Le second, composé de 7 adultes et de 9 enfants, paie 50,50 euros. Quel est donc le prix d'un ticket pour un adulte? Pour un enfant?

Exercice 4721

1. Résoudre le système suivant :

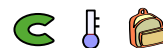
$$\begin{cases} 4x + 3y = 206 \\ 2x + 2y = 114 \end{cases}$$

2. Lors d'un spectacle, la famille A, composée de 4 adultes et de 3 enfants, a payé 206 euros.

Pour le même spectacle, la famille B, composée de 2

adultes et de 2 enfants, a payé 114 euros.

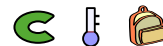
Combien payera la famille C, sachant qu'elle est composée de 3 adultes et de 2 enfants?

Exercice 539

Un élève achète dans une papeterie deux stylos et un cahier pour un montant total de 3,5€.

Il retourne une seconde fois dans ce magasin pour acheter pour 1 stylo et 3 cahiers, du même modèle et du même prix, pour un coût global de 6,75€.

Déterminez le prix d'un stylo et d'un cahier dans cette papeterie.

Exercice 549

Sur la ligne de train Lyon-Marseille :

- Un TGV part de Lyon à destination de Marseille à 9h 30 et roule à la vitesse constante de 300 km/h.
- Un train Grande-Ligne part de Marseille pour relier Lyon à 9h et roule à la vitesse constante de 150 km/h.

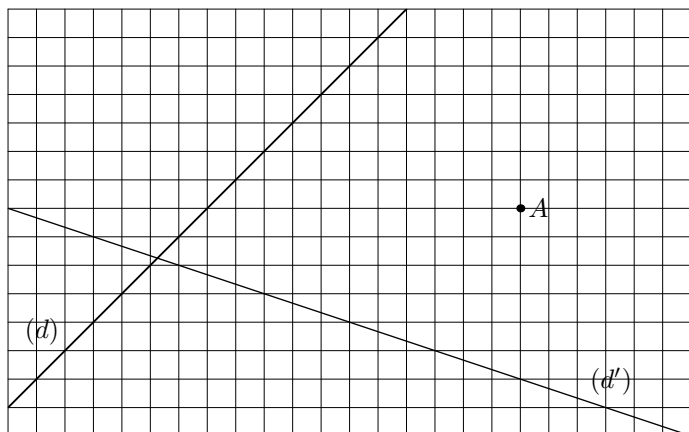
A quelle heure les deux trains vont se croiser? (*La distance Lyon-Marseille est de 255 km*)

Indication :

- On note x le temps écoulé en heures à partir de 9h 30.
- On note $L(x)$ la distance parcourue par le train partant de Lyon rejoignant Marseille à l'instant x .
- On note $M(x)$ la distance à l'instant x restant à parcourir par le train partant de Marseille et reliant Lyon.

14. Projeté orthogonal :**Exercice 8551**

Dans le quadrillage ci-dessous, on considère les deux droites (d) et (d') et un point A :



- Placer le point M projeté orthogonal du point A sur la droite (d) .
- Placer le point N projeté orthogonal du point A sur la droite (d') .

255. Exercices non-classés :

(+2 exercices pour les enseignants)

Exercice 5693

Arthur vide sa tirelire et constate qu'il possède 21 billets.

Il a des billets de 5€ et de billets de 10€ pour une somme totale de 125€.

Combien de billets de chaque sorte possède-t-il?

Si le travail n'est pas terminé, laisse tout de même une trace de la recherche. Elle sera prise en compte dans l'évaluation.

Exercice 2678



1. -2 est-il solution de l'inéquation : $3x+12 < 4-2x$?
Justifier.
2. -2 est-il solution de l'équation : $(x-2)(2x+1)=0$?
Justifier.
3. -2 est-il solution de l'équation : $x^3+8=0$?
Justifier.
4. Le couple $(-2; 1)$ est-il solution du système :

$$\begin{cases} 2x + 3y = -1 \\ x + 5y = 3 \end{cases}$$

Exercice 2169

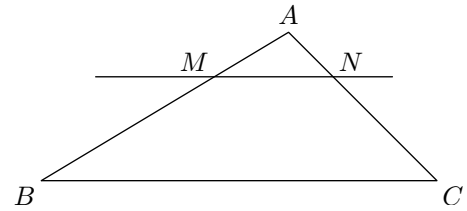


1. Résoudre le système :

$$\begin{cases} x - 3y = 0 \\ x - y = 4,5 \end{cases}$$
2. Dans le triangle ABC ci-dessous, on donne :
 $AB=6 \text{ cm}$; $BC=9 \text{ cm}$

M est le point de $[AB]$ tel que : $AM=2 \text{ cm}$.

La droite parallèle à (BC) passant par M coupe $[AC]$ en N .



- a. Calculer MN .
 - b. Donner la valeur de $\frac{AN}{AC}$
3. On suppose que $[NC]$ mesure $4,5 \text{ cm}$ et l'on pose $AN=y$ et $AC=x$.
 - a. Etablir les égalités : $x-y=4,5$; $x-3y=0$
 - b. Calculer AN et AC , en utilisant éventuellement les questions 1. et 3. a.

Remarque : les calculs sont possibles même si les questions 1. et 3. a. n'ont pas été traités.