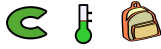


# Quatrième/Théorème de Pythagore

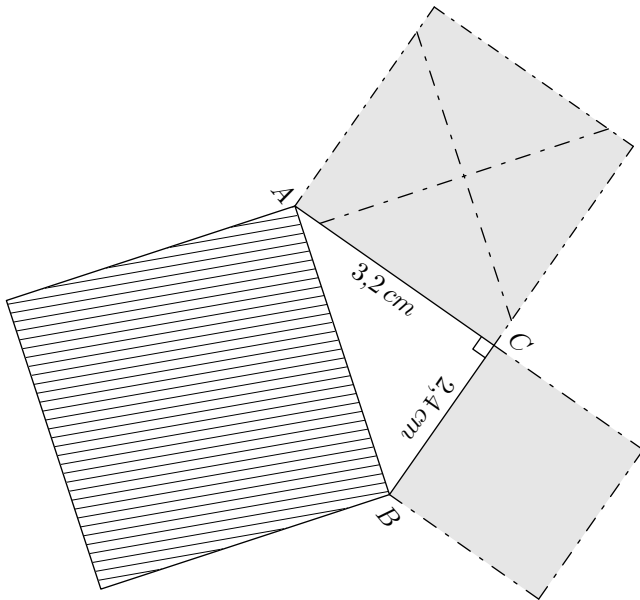
## 1. Situations problèmes :

(+3 exercices pour les enseignants)

### Exercice 8699



Ci-dessous, sont construits, extérieurement au triangle  $ABC$ , les carrés dont les côtés sont ceux du triangle  $ABC$  :



On admet que le découpage proposé des deux carrés grisés de côtés  $[AC]$  et  $[BC]$  permet d'effectuer un recouvrement parfait du carré hachuré ayant pour côté  $[AB]$ .

Déterminer la mesure exacte du segment  $[AB]$ .

## 2. Introduction à la racine carré :

(+1 exercice pour les enseignants)

### Exercice 8693



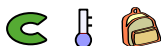
**Définition :** pour un nombre  $a$  quelconque, on appelle **carré du nombre  $a$**  le nombre obtenu par la multiplication du nombre  $a$  par lui-même. On note ce nombre  $a^2$ .

**Exemples :**  $3^2 = 9$  ;  $7^2 = 49$

Compléter les affirmations ci-dessous :

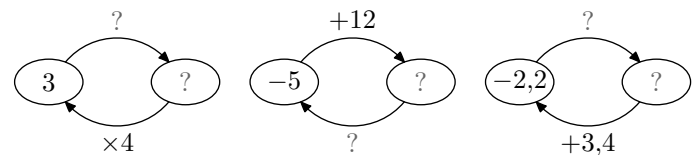
- Le carré du nombre 4 est .....
- Le nombre ..... a pour carré 36
- Le carré du nombre 7 est .....
- Le nombre ..... a pour carré 16

### Exercice 1766

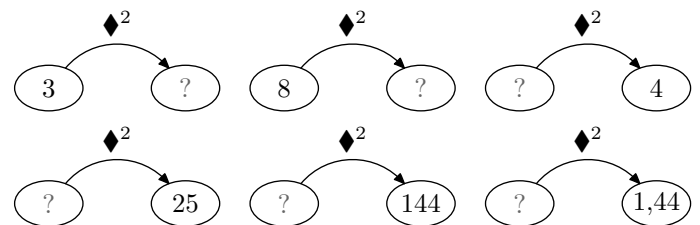


Pour chaque question, on complétera en ajoutant le nombre et/ou l'opération manquante.

- |   |  |   |
|---|--|---|
| $\begin{array}{c} \text{?} \\ \times 2 \\ \text{?} \end{array}$ | $\begin{array}{c} \text{?} \\ + 3 \\ \text{?} \end{array}$ | $\begin{array}{c} \text{?} \\ \div 2 \\ \text{?} \end{array}$ |
| $\begin{array}{c} \text{?} \\ \text{?} \end{array}$             | $\begin{array}{c} \text{?} \\ \text{?} \end{array}$        | $\begin{array}{c} \text{?} \\ \text{?} \end{array}$           |



2. L'opération marquée  $\blacklozenge^2$  représente le carré de  $\blacklozenge$ .

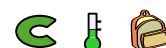


**Définition :** soit  $a$  un nombre positif ou nul. On appelle **racine carrée de  $a$**  l'unique nombre positif dont le carré vaut  $a$ . On note ce nombre  $\sqrt{a}$ .

**Exemples :** (en lien avec l'exercice précédent) :

- Le nombre dont le carré vaut 9 est 3 :
- $\sqrt{64} = 8$        $\sqrt{4} = 2$        $\sqrt{25} = 5$
- $\sqrt{144} = 12$        $\sqrt{1,44} = 1,2$

### Exercice 8691



Dire si les affirmations ci-dessous sont vraies ou fausses :

- Le carré du nombre 5 est 10.

- La racine carrée du nombre 3 est 9.
- Le nombre 25 a pour racine carrée 5.
- La racine carrée du nombre 1 000 a pour valeur 100.

**Exercice 8956**   

Compléter les affirmations ci-dessous :

- La racine carrée du nombre 81 est .....
- Le nombre 4 est la racine carrée du nombre .....

- La racine carrée du nombre 0 a pour valeur .....
- Le carré du nombre 3 a pour racine carré .....

**Exercice 8731**   

Donner la valeur de la somme :

- de la racine carrée de 25
- et du carré de  $(-2)$

**Indication :** on indiquera également la valeur de ces deux termes

**3. Triplets pythagoriciens :** (+2 exercices pour les enseignants)

**Exercice 8692**   

Pour chaque ligne du tableau ci-dessous, on souhaite de déterminer la valeur du nombre positif  $c$  vérifiant la relation suivante:  $a^2 + b^2 = c^2$

$a$	$b$	$c$	$a^2$	$b^2$	$a^2 + b^2 = c^2$
4		5			
	8	17			
12		13			
	30	50			

**Exercice 1767**   

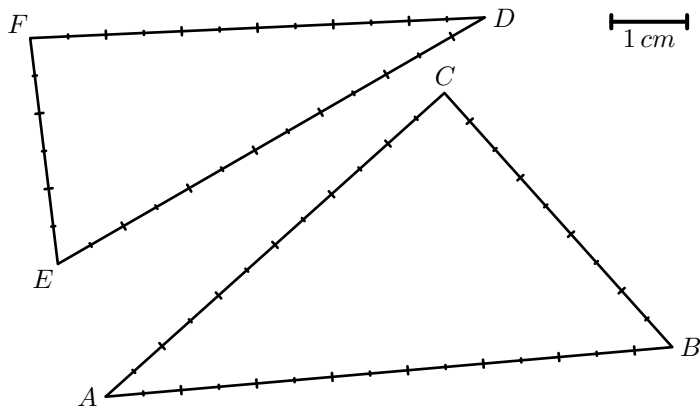
Vérifier si les nombres  $a, b, c$  forment un triplet pythagorien. Si c'est le cas, écrire dans la dernière colonne l'égalité trouvée:

$a$	$b$	$c$	$a^2$	$b^2$	$c^2$	Egalité trouvée
3	5	4				
27	36	45				
6,5	3,3	5,6				
16	10	20				
3,5	9,1	8,4				
10	2	10,1				

**4. Introduction au théorème de Pythagore :** (+1 exercice pour les enseignants)

**Exercice 1748**   

On considère les deux triangles  $ABC$  et  $DEF$  représentés ci-dessous :



Une graduation par demi-unité est apportée sur les côtés de ces triangles.

- a. En prenant les mesures de ces triangles, compléter le tableau ci-dessous :

	$AB$	$BC$	$AC$	$ED$	$DF$	$EF$
$x$						
$x^2$						

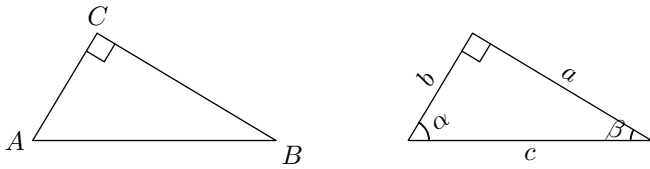
- Pour chacun des triangles, vérifier si les longueurs de leurs côtés définissent un triplet pythagorien.
- a. Vérifier, à l'aide de l'équerre, si les angles  $\widehat{ACB}$  et  $\widehat{DFE}$  sont des angles droits.  
b. Effectuer une conjecture entre la nature du triangle et la nature du triplet des longueurs du triangle.

**Définition :**  
une **conjecture** est une proposition faite, ou la conséquence d'une observation, qui est **supposée vraie** mais pour laquelle on n'a **aucune preuve**.

**Exercice 4476**   

On considère le triangle  $ABC$  rectangle en  $C$  représenté ci-

dessous :



dont les côtés  $[AB]$ ,  $[BC]$ ,  $[AC]$  ont respectivement pour mesure  $b$ ,  $a$ ,  $c$ . On note  $\alpha$  et  $\beta$  les mesures respectives des angles  $\widehat{CAB}$  et  $\widehat{CBA}$ .

A partir du triangle  $ABC$ , on construit un carré de côté  $a+b$  représenté dans la figure 1.

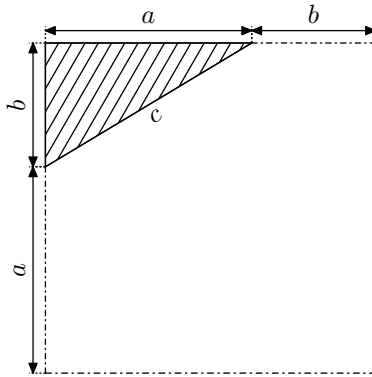


Figure 1

Puis, on utilise 4 triangles identiques au triangle  $ABC$  pour produire, à chaque fois, les figures 2 et 3

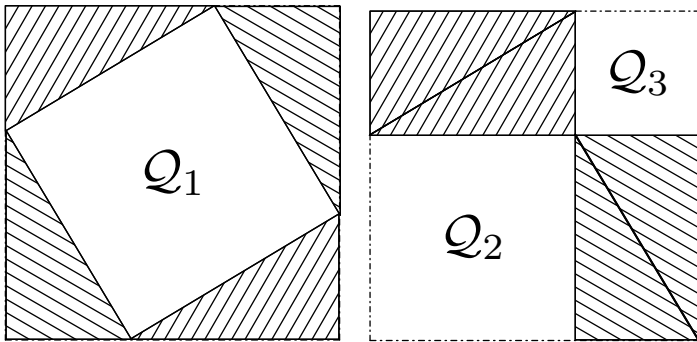
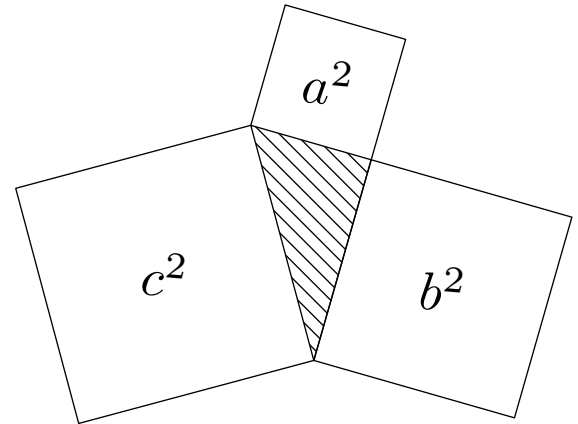


Figure 2

Figure 3

Ces deux figures permettent de définir les trois quadrilatères  $Q_1$ ,  $Q_2$  et  $Q_3$  représentés ci-dessus.

1. Justifier que les quadrilatères  $Q_1$ ,  $Q_2$ ,  $Q_3$  sont des carrés de côté mesurant respectivement  $c$ ,  $a$  et  $b$ .
2. Ci-dessous est représenté le triangle  $ABC$  auquel, sur chacun de ses côtés, a été construit un carré sur l'extérieur. On a noté à l'intérieur de chacun de ces carrés son aire.



Justifier l'égalité:  $a^2 + b^2 = c^2$

Le théorème de Pythagore peut être démontré de plusieurs manières. En voici une autre :



r536



r536

## 5. Théorème de Pythagore et chaînons déductifs :

Exercice 8696



### Théorème de Pythagore :

Si un triangle est rectangle alors le carré de la longueur de l'hypothénuse est égale à la somme des carrés des longueurs des deux autres côtés.

**Définition :** Soit  $ABC$  est un triangle rectangle en  $A$ . On appelle **égalité du théorème de Pythagore dans le triangle  $ABC$**  la relation:  $BC^2 = AB^2 + AC^2$

**Remarque :** dans l'égalité de Pythagore, précédente le côté  $[BC]$  est l'hypothénuse du triangle rectangle  $ABC$ . C'est aussi le plus grand côté de ce triangle.

On considère le triangle  $ABC$  rectangle en  $C$  et vérifiant :

$$CA = 6m \quad ; \quad CB = 1,1m$$

A l'aide du chaînons déductifs ci-dessous déterminer la mesure du côté  $[AB]$  :

Chaînons déductifs	Je sais	
	J'utilise	D'après le théorème de Pythagore
	J'en déduis	$2^2 = 2^2 + 2^2$

Calculs

$$\begin{aligned} 2 &= 2 + 2 \\ 2 &= 2 + 2 \\ 2 &= 2 + 2 \\ &= \sqrt{\quad} \\ &= \end{aligned}$$

**Exercice 8700**



On considère le triangle  $DEF$  rectangle en  $D$  et vérifiant :  
 $EF = 5\text{ m}$  ;  $DE = 4,8\text{ m}$

A l'aide du chaînon déductifs ci-dessous déterminer la mesure du côté  $[DF]$  :

Chaînon déductifs	Je sais	
J'utilise	D'après le théorème de Pythagore	
J'en déduis	$2$	$2 + 2$

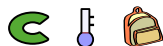
Calculs

$$\begin{aligned} 2 &= 2 + 2 \\ 2 &= 2 + 2 \\ 2 &= 2 - 2 \\ 2 &= \sqrt{\quad} \\ &= \end{aligned}$$

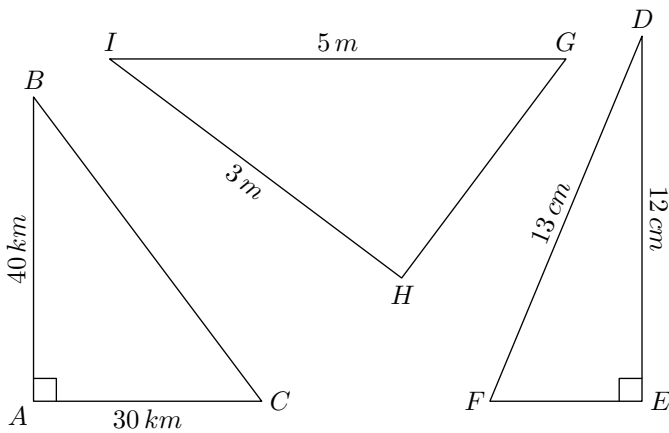
**6. Théorème de Pythagore :**

(+3 exercices pour les enseignants)

**Exercice 1061**



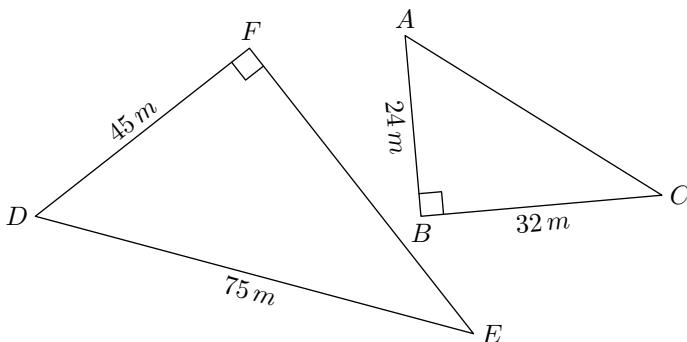
Pour chaque triangle, déterminer, si possible, la longueur inconnue.



**Exercice 1062**



Dans chacun des triangles ci-dessous, déterminer la longueur inconnue.

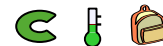


**Exercice 1806**



Pour chaque triangle et si cela est possible, déterminer la longueur inconnue.

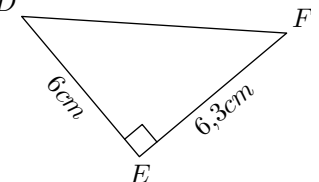
**Exercice 1072**



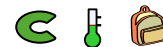
On considère le triangle  $DEF$  rectangle en  $E$  tel que :

$$DE = 6\text{ cm} ; EF = 6,3\text{ cm}$$

Déterminer la mesure du côté  $[DF]$ .



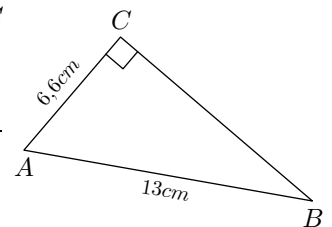
**Exercice 8733**



On considère le triangle  $ABC$  rectangle en  $C$  tel que :

$$AB = 13\text{ cm} ; AC = 6,6\text{ cm}$$

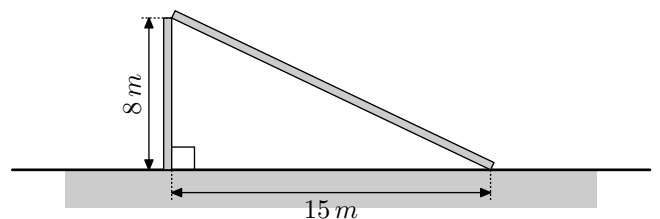
Déterminer la mesure du segment  $[BC]$ .



**Exercice 8734**

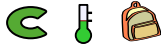


A la suite d'une tornade, un poteau en bois s'est brisé. Ci-dessous est représenté ce poteau brisé :

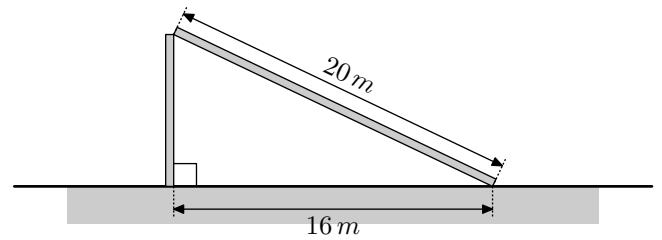


Déterminer la hauteur du poteau avant la tournade.

**Exercice 8735**



A la suite d'une tournade, un poteau en bois s'est brisé. Ci-dessous est représenté ce poteau brisé:



Déterminer la hauteur du poteau avant la tournade.

**8. Valeurs approchées :**

(+1 exercice pour les enseignants)

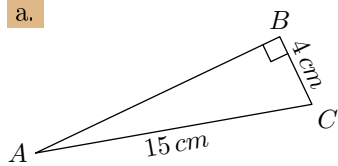
**Exercice 1060**



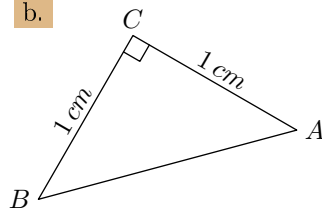
Les figures ne sont pas dessinées aux dimensions réelles.

Pour chacun des triangles, déterminer la longueur du segment  $[AB]$ , au dixième de centimètre près:

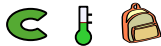
a.



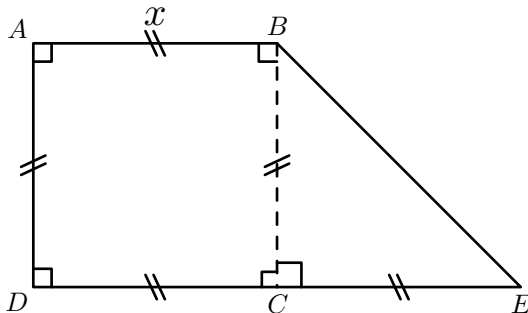
b.



**Exercice 4421**



On considère le polygone  $ABECD$  représentant le champ d'un agriculteur:

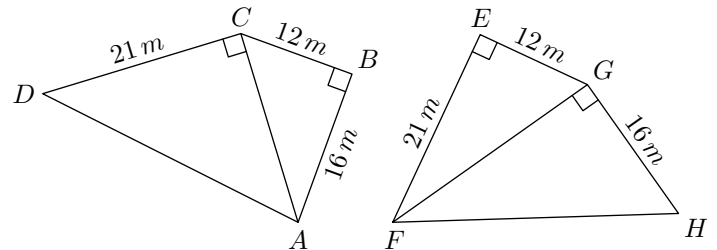


Déterminer la longueur de la clôture de ce champs, arrondie au mètre près, lorsque  $x = 30$  m.

**Exercice 8698**



On considère la figure ci-dessous où les triangles  $ABC$ ,  $CDB$ ,  $EFG$  et  $GFH$  sont des triangles rectangles:

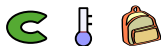


Etablir que les segments  $[DB]$  et  $[FH]$  sont de même longueur.

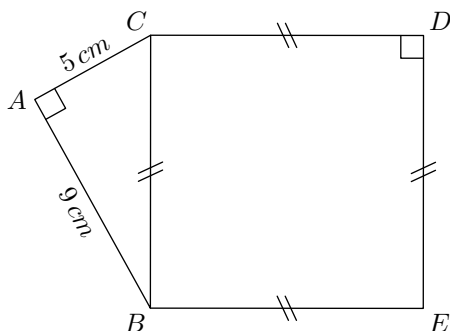
**9. Aires :**

(+1 exercice pour les enseignants)

**Exercice 4478**



La figure ci-dessous représente un triangle rectangle  $ABC$  en  $A$  et un quadrilatère  $BCDE$ .



1. Déterminer la longueur du segment  $[BC]$  au millimètre près.

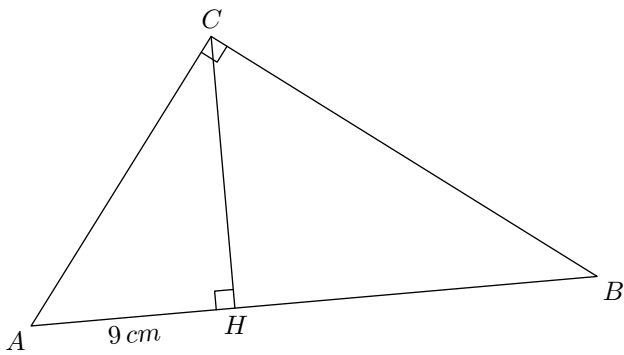
2. a. Quelle est la nature du quadrilatère  $BCDE$ ? Justifier votre réponse.
- b. Déterminer l'aire du quadrilatère  $BCDE$ .
- c. Déterminer le périmètre du polygone  $ABEDC$  au millimètre près.

**Exercice 6413**



On considère le triangle  $ABC$  rectangle en  $C$  et le point  $H$  pied de la hauteur issue du sommet  $C$ . On possède les informations suivantes:

- le segment  $[AH]$  mesure  $9$  cm;
- on a les aires des deux triangles suivants:  
 $\mathcal{A}_{ACH} = 54 \text{ cm}^2$  ;  $\mathcal{A}_{ABC} = 150 \text{ cm}^2$



- Déterminer la mesure du segment  $[CH]$ .
- Déterminer la mesure du segment  $[BC]$ .

**Exercice 6210**

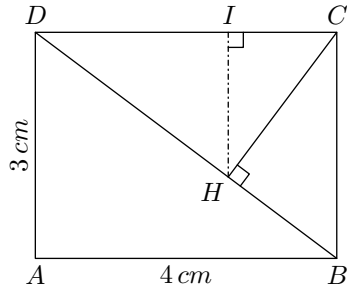


On considère le rectangle  $ABCD$  tel que :

$$AB = 4 \text{ cm} ; AD = 3 \text{ cm}$$

On note  $H$  le pied de la hauteur issue de  $C$  dans le triangle  $DCB$ .

On note  $I$  le pied de la hauteur issue de  $H$  dans le triangle  $DCH$ .



- Déterminer la mesure du segment  $[DB]$ .
  - Déterminer la mesure de l'aire du triangle  $DCB$ .
  - En déduire que le segment  $[CH]$  a pour mesure  $2,4 \text{ cm}$ .
- Déterminer la mesure du segment  $[HB]$ .
- En déduire la mesure du segment  $[DH]$ .
  - Déterminer l'aire du triangle  $DCH$ .
  - En déduire la mesure du segment  $[IH]$ .

$1^2=1$	$1,1^2=1,21$	$1,2^2=1,44$	$1,3^2=1,69$	$1,4^2=1,96$
$1,5^2=2,25$	$1,6^2=2,56$	$1,7^2=2,89$	$1,8^2=3,24$	$1,9^2=3,61$
$2^2=4$	$2,1^2=4,41$	$2,2^2=4,84$	$2,3^2=5,29$	$2,4^2=5,76$
$2,5^2=6,25$	$2,6^2=6,76$	$2,7^2=7,29$	$2,8^2=7,84$	$2,9^2=8,41$
$3^2=9$	$3,1^2=9,61$	$3,2^2=10,24$	$3,3^2=10,89$	$3,4^2=11,56$
$3,5^2=12,25$	$3,6^2=12,96$	$3,7^2=13,69$	$3,8^2=14,44$	$3,9^2=15,21$

## 10. Géométrie dans l'espace :

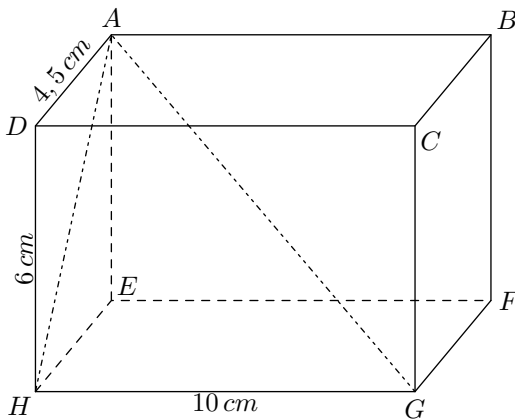
(+1 exercice pour les enseignants)

**Exercice 4950**



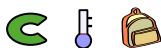
On considère le pavé droit  $ABCDEFGH$  représenté ci-dessous dont on connaît les mesures suivantes :

$$HG = 10 \text{ cm} ; HD = 6 \text{ cm} ; DA = 4,5 \text{ cm}$$



- Quel est la nature du triangle  $ADH$ ?
  - Dessiner en vraie grandeur le triangle  $ADH$ .
  - Déterminer la valeur exacte de la longueur  $AH$ .
- Quel est la nature du triangle  $AHG$ ?
  - Dessiner en vraie grandeur le triangle  $AHG$ .
  - Déterminer la valeur exacte de la longueur  $AG$ .

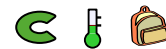
**Exercice 1073**



$ABCDEFGH$  est un cube de  $3 \text{ cm}$  d'arête.

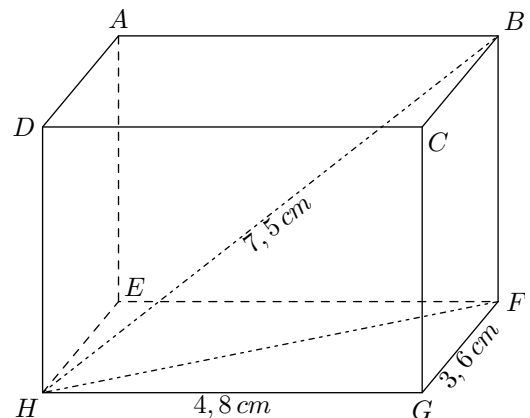
- Calculer la longueur de  $[AH]$  au millimètre près.
- Sans justification, donner la nature du quadrilatère  $ABGH$ ?
  - On admet que le triangle  $BAH$  est un triangle rectangle. Calculer la longueur de  $[AG]$  au millimètre près.

**Exercice 4956**



On considère le pavé droit  $ABCDEFGH$  représenté ci-dessous dont on connaît les mesures suivantes :

$$HG = 4,8 \text{ cm} ; FG = 3,6 \text{ cm} ; HB = 7,5 \text{ cm}$$



Déterminer la mesure exacte de la hauteur  $[FB]$  de ce parallélépipède rectangle.

## 11. Problèmes ouverts :

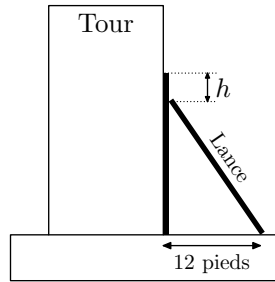
(+2 exercices pour les enseignants)

### Exercice 6298



A Pise vers 1200 après J.C. (problème attribué à Léonard de Pise, dit Fibonacci, mathématicien italien du moyen âge).

Une lance, longue de 20 pieds\*, est posée verticalement le long d'une tour considérée comme perpendiculaire au sol. Si on éloigne l'extrémité de la lance qui repose sur le sol de 12 pieds de la tour, de combien descend l'autre extrémité de la lance le long du mur?



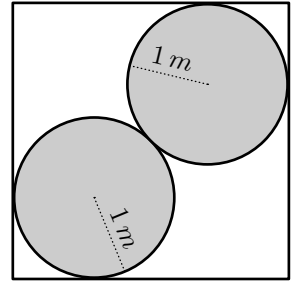
\* Un pied est une unité de mesure anglo-saxonne valant environ 30 cm

### Exercice 8697



Ci-contre, deux cercles se situent à l'intérieur d'un carré. Ils sont tangents entre eux et sont chacun tangent à deux côtés de la boîte.

Déterminer la longueur de la diagonale de ce carré.

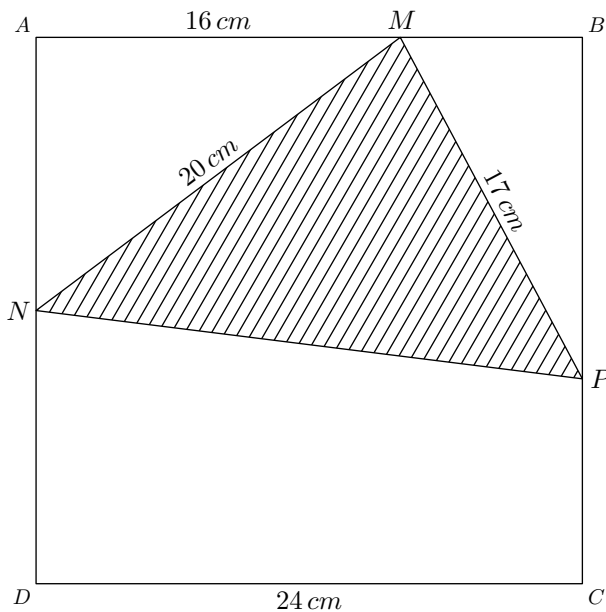


## 255. Exercices non-classés :

### Exercice 8715



On considère le carré  $ABCD$  représenté ci-dessous de côté 24 cm



On considère les points  $M, N, P$  appartenant respectivement aux côtés  $[AB], [AD], [BC]$  et vérifiant les mesures :

$$AM = 16 \text{ cm} ; \quad MN = 20 \text{ cm} ; \quad MP = 17 \text{ cm}$$

Déterminer l'aire du triangle  $MNP$ .